MÉMOIRES

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

ST. PÉTERSBOURG.

TOME V.

AVEC

L'HISTOIRE DE L'ACADÉMIE

POUR L'ANNÉE 1812.

ST. PÉTERSBOURG,

DE L'IMPRIMÉRIE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

1815.

Publié par ordre de l'Académie, et avec l'obligation d'envoyer, où il convient, le nombre d'exemplaires fixé par la loi.

N. Fuſs

Secrétaire perpétuel.

TABLE DES MATIÈRES.

Histoire de l'Académie Impériale des Sciences.

Année 1812.

*



MÉMOIRES

DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

I. Section des sciences mathématiques.

II. Section des sciences physiques.

III. Section des sciences politiques.

HISTOIRE

DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

ANNÉE 1812.

HISTOIRE
DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

ANNÉE 1812.

I.

CHANGEMENS ARRIVÉS DANS L'ACADÉMIE.

1. Membres décédés.

a) *Académiciens extraordinaires.*

Mr. *Basile Viscovatoff*, Lieutenant Colonel, Académicien extraordinaire pour les Mathématiques, Professeur de de l'Institut des Ingénieurs des voyes de communication. Décédé le 8 Octobre dans la 34me année de son âge.

b) *Membres honoraires de l'Intérieur.*

Mr. *Etienne Roumovsky*, Conseiller d'Etat actuel, ci-devant Académicien effectif, et dans la suite Vice-Président de l'Académie, Membre du Directoire suprême des Ecoles de l'Empire, Curateur de l'Université IMPÉRIALE de Kazan et des écoles de son arrondissement, Membre de l'Acadé-

mie IMPÉRIALE Russe, de l'Académie Royale des Sciences de Stockholm et de plusieurs autres Sociétés savantes, Chevalier de l'ordre de St. Vladimir du 3me degré et de Ste. Anne de la 2de classe, mourût le 7 Juillet 1812, dans la 80me année de son âge, d'un coup d'Apoplexie. Ce savant, un des plus celèbres de la nation Russe, fit ses premières études dans le Séminaire du Couvent de St. Alexandre Nevski. En 1748 il fut reçu au nombre des Etudians de l'Académie IMPÉRIALE des Sciences, où il profita particulièrement des leçons du célèbre Physicien *Richmann*. Après la mort de ce Professeur, devenu en 1753 la victime de ses expériences électriques sur la foudre, *Roumovsky* fut nommé Adjoint de l'Académie, et envoyé en 1754 à Berlin, pour y achever ses études sous les yeux du premier Mathématicien de son tems, l'illustre *Leonard Euler*. Après un séjour de deux ans, passés sous la tutèle et dans la maison de son illustre maître, l'Académie le rappella et lui conféra l'emploi d'enseigner les Mathématiques à ses Etudians, ce qui donna à Mr. *Roumovsky* l'occasion de composer le premier livre élémentaire de Géométrie qui a été écrit en langue Russe. — En 1760 l'Académie le nomma son Astronome, à la place de *Grischow*, mort cette année, et l'année suivante elle l'envoya à Selenginsk pour y observer le passage de Venus de-

vant le soleil, phénomène que huit ans plus tard il fut chargé d'observer une seconde fois à Kola. Après son retour de la première expédition il fut avancé au grade de Professeur extraordinaire d'Astronomie; et après son retour de Kola l'Académie le nomma Académicien ordinaire. Outre un grand nombre d'observations astronomiques et de mémoires d'Astronomie théorétique répandus parmi ceux de l'Académie, la collection de ses ouvrages renferme aussi plusieurs problèmes d'Analyse et de Géométrie résolus par notre habile Mathématicien. Ce fut lui qui, pendant trente années consécutives, a calculé et rédigé le Calendrier de St. Pétersbourg, et pendant une période presqu'aussi longue il avoit dirigé le Département géographique de l'Académie. Il dirigea aussi pendant plusieures années les études des Elèves du corps des Cadets grecs, et dans les dernières années de sa vie il participa aux travaux du Département de la Marine, en qualité de membre du Comité savant de ce Département. Dans ses heures de loisir il traduisit en Russe des ouvrages utiles, tels que les lettres d'*Euler* à une Princesse d'Allemagne, les Annales de Tacite, et d'autres. Depuis 1800 jusqu'à 1803 il fit, par suite d'un ordre Suprême, les fonctions de Vice-Président de l'Académie, et en 1803 il fut nommé très-gracieusement Curateur de l'Université IMPÉRIALE de

Kazan. Dans cette dernière place il a travaillé sans relache à l'organisation des écoles de son arrondissement, aussi bien qu'à celle de l'Université même, avec un zèle et une activité qui sont bien rares dans un âge si avancé, et qui n'ont cessé qu'avec le dernier soufle de sa vie. C'est à une constitution vigoureuse et à un genre de vie sobre et très reglé qu'il a dû le précieux avantage de jouir jusqu'à l'âge de presque quatre-vingt ans de toutes ses facultés physiques et intellectuelles et de conserver l'usage de toute sa tête et de tous ses sens.

S. A. I. Mgr. le Prince George de Holstein-Oldenbourg. Ce Membre AUGUSTE fut reçu le 20 Août 1810 et décéda à Twer, d'une fièvre putride, le 15 Décembre 1812 dans la 29me année de son âge.

c) *Membres honoraires externes:*

Mr. *Chrêtien Gottlob Heyne*, Professeur en l'Université de Göttingue, Conseiller intime de Justice de S. M. Britannique etc. Ce savant célèbre fut reçu Membre honoraire externe de l'Académie le 15 Mars 1805 et mourût à Göttingue le 14 Juillet dans la 83me année de son âge.

Mr. *George Simon Klügel*, Professeur de Mathématiques et de Physique à l'Université de Halle; mort à Halle

le 4 Août, âgé de 74 ans. Le défunt fut reçu membre honoraire le 20 Juillet 1794.

d) *Correspondans de l'Intérieur:*

Mr. *Serge Kotelnikoff*, Conseiller de Collège, Inspecteur de l'Imprimerie du Corps de Cadets de la Marine, Chevalier de l'ordre de St. Vladimir du 4me degré. Le défunt fut reçu le 19 Mars 1800.

2. Nouvelles réceptions:

a) *Au nombre des Académiciens extraordinaires:*

Mr. l'Adjoint *George Henry Langsdorff*, pour la Zoologie, le 1 Avril.

Mr. l'Adjoint *Alexandre Schlegelmilch*, pour la Minéralogie, le 1 Avril.

Mr. l'Adjoint *Constantin Kirchhoff*, pour la Chymie, le 1 Avril.

b) *Au nombre des Correspondans de l'Intérieur:*

Mr. *Charles Etter*, Minéralogiste du Directoire suprème des Ecoles de l'Empire; reçu le 7 Octobre.

c) *Au nombre des Correspondans externes:*

Mr. *François Triesnecker*, Directeur de l'Observatoire Impérial de Vienne; reçu le 5 Fevrier.

3. Election d'un membre du Comité d'Administration.

Le 12 Août. Mr. l'Académicien *Sevenguine* fut élu membre du Comité pour deux ans, à la place de S. E. Mr. l'Académicien *Fufs.*

4. Gratifications, Décorations et avancemens civils.

Le 12 Janvier. Mr. l'Académicien extraordinaire *Herrmann* fut avancé au rang de Conseiller de Collège et gratifié par SA MAJESTÉ IMPÉRIALE d'une bague de brillans.

Le 29 Janvier. Mr. l'Académicien extraordinaire *Smélovsky* fut avancé au rang de Conseiller de Collège.

Le 29 Janvier. Mr. l'Adjoint *Kirchhoff* fut gratifié d'une pension viagère de cinq mille Roubles par an et décoré de l'ordre de Ste. Anne de la 2de classe.

Le 5 Fevrier. Mr. l'Académicien extraordinaire *Schérer* fut avancé au rang de Conseiller de Collège, avec une anciennité de trois ans.

Le 11 Mars. L'Archiviste de la Conférence Mr. le Conseiller de Cour *Kohrtz* reçut, à la suite d'une représentation du Comité d'Administration, faite à S. E. Mgr. le Ministre, la croix de St. Vladimir du 4me degré.

Le 3 Juin. L'Elève de l'Académie pour les Mathématiques, Mr. *Edouard Collins,* fut avancé par la Conférence au grade d'Elève de la 1re classe; avec l'augmentation d'appointemens fixée par le règlement.

Le 12 Août. Mr. l'Académicien extraordinaire *Herrmann* fut très gracieusement décoré de l'ordre de St. Vladimir du 4me degré.

Le 16 Septembre. Mr. le Conseiller de Cour et Chevalier *Langsdorff* notifia à la Conférence que SA MAJESTÉ L'EMPEREUR a daigné le nommer Consul général au Brésil.

5. Distinctions littéraires:

Mr. l'Académicien extraordinaire *Schérer* fut reçu membre honoraire de l'Université IMPÉRIALE de Kharkoff et de la société de Physique générale de la Veteravie à Hanau.

Mrs. les Académiciens *Ozeretskovsky*, *Fuss* et *Storch* furent reçus au nombre des membres honoraires de l'Université IMPÉRIALE de Kharkoff.

II.

PRÉSENS FAITS À L'ACADÉMIE.

1. *Pour la Bibliothèque:*

De la part du Conseil Impérial des Mines à Paris:

Journal des Mines, ou Recueil de Mémoires sur l'exploitation

des mines et sur les sciences et les arts qui s'y rapportent. Les cahiers Nr. 177 et 178. 8vo.

De la part de l'Académie IMPÉRIALE Russe:

Ликей, или кругъ словесности древней и новой, сочиненіе Лагарпа, переведенное членами Императорской Россійской Академіи, Часть 1-4 С. П. Б. 8vo.

De la part de la Société des amis scrutateurs de la nature à Berlin:

Der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin Magazin für die neuesten Entdeckungen in der gesammten Naturkunde, Vten Jahrg. 3tes und 4tes Quartal Berlin 1811. 4to.

De la part de la Société IMPÉRIALE des Naturalistes à Moscou:

Mémoires de la Société IMPÉRIALE des Naturalistes de Moscou. Tome 3me. Moscou 1812. 4to.

De la part de l'Académie Royale des Sciences de Berlin:

Statuten der königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Berlin 1812. 8vo.

De la part de la Société Américaine à Philadelphie:

Transactions of the American philosophical Society held at Philadelphia. Volume VI. 1809. 4to.

De la part de l'Université IMPÉRIALE de Dorpat:

Praelectiones semestres in Universitate litterarum Caesarea, quae Dorpati constituta est, a Kal. Febr. anni 1812 habendae. Fol.

De la part du Département du Ministère de l'Instruction publique:

1°) Начертаніе Гербовѣденія, сочиненіе Гаттерера; съ нѣмецкаго языка перевелъ Глѣбъ Мальгинъ. С. П. Б. 1805. 8vo.

2°) О свойствѣ и дѣйствіяхъ электрической силы во врачебной наукѣ; съ англійскаго языка перевелъ Г. Мальгинъ. С. П. Б. 1811.

De la part de l'Université IMPÉRIALE d'Åbo:

1°) Dissertatio theologica, doctrinam Christi de morali hominis ad virtutem habitu, breviter delineatura; Auct. Henr. Snellmann et Axelio Gabr. Sjöström. Aboae 1812.

2°) De poësi orphica, specimen academicum; Auct. Roberto Tengström. Aboae 1812.

3°) Dissertatio chemico-technologica de tenacitate argillae; Auct. Henrico Broman. Aboae 1812.

4°) Dissertatio theologica de usu rationis in religione cognoscenda et dijudicanda; Auct. Gabrielo Hirn. Aboae 1812.

5°) Specimen academicum, doctrinae Christi de providentia divina primas lineas exhibens; Auct. Erico Melartin. Aboae 1812.

6°) Dissertatio de dono linguarum in ecclesia primitiva; Auct. Johanne Florin. Aboae 1812.

7°) Plausus et vota; Auct. Joh. Fred. Wallenio. Aboae 1809.

8°) Index praelectionum in Academia IMPERIALI Aboënsi, a die 1 Octobris a. 1812 ad idem tempus anni sequentis.

9°) Oratio habita in Universitate Aboënsi a Gustavo Gadolin, Theol. Prof. 1812.

De la part de Mr. l'Académicien Storch:

Rufsland unter *Alexander dem Ersten.* XVI. und XVII Lieferung. 8vo.

De la part de Mr. le Conseiller privé Hermbstädt à Berlin:

Anleitung zur praktisch-öconomischen Fabrikation des Zukkers und eines brauchbaren Syrups aus den Runkelrüben; von S. F. Hermbstädt. Berlin 1811. 8vo.

De la part du Directeur général des Domaines du Grand-Duc de Francfort, Mr. Leonhard:

Taschenbuch für die gesammte Mineralogie; von C. C. Leonhard. 4ter und 5ter Jahrg. Frankfurt am Mayn. 1810 und 1811. 8vo.

De la part de Mr. le Baron de Paykull:

Monographia Histeroïdum; Auct. Gustavo de Paykull. Upsaliae 1811. 8vo.

De la part de Mr. l'Académicien extraordinaire Schérer:

Kurze Darstellung der chemischen Untersuchungen der Gasarten. Entworfen von Dr. A. N. Scherer. Berlin 1808. 8vo.

De la part de Mr. le Professeur Giese à Kharkoff:

Lehrbuch der Pharmazie, zum Gebrauch öffentlicher Vorlesungen, u. s. w.; entworfen von Ferdinand Giese. 4ter Theil. Leipzig 1811. 8vo.

De la part de Mr. le Professeur Morgenstern à Dorpat:

Morgensterns Auszüge aus den Tagebüchern und Papieren eines Reisenden Italien. 1sten Bandes 2tes Stück. Florenz. Dorpat 1811. 8vo.

De la part de Mr. le Comte Szechenyi:

Appendix ad catalogum numorum Hungariae et Transilvaniae Instituti nationalis Szechenyiani. Pesthini 1810. 8vo.

De la part de Mr. le Conseiller d'Etat actuel d'Ouvaroff:

Essai sur les mystères d'Eleusis. St. Pétersbourg 1812. 8vo.

De la part de Mr. le Professeur Vater à Königsberg:

1°) Mithridates, oder allgemeine Sprachkunde mit dem Vater Unser als Sprachprobe in beynahe fünf hundert Sprachen und Mundarten; von Joh. Christoph Adelung, Hofrath und Oberbibliothekar in Dresden. Fortgesetzt von Johann Severin Vater. 3ten Theils 1ste Abtheilung. Berlin 1812. 8vo.

2°) Altrussische Geschichte nach Nestor; von Joseph Müller, Professor in Braunschweig. Berlin 1812. 8vo.

3°) Heldengesang vom Zuge gegen die Polowzer des Fürsten vom Sewerischen Nowgorod Igor Swätoslawitsch, geschrieben in altrussischer Sprache gegen das Ende des zwölften Jahrhunderts. In die deutsche Sprache übertragen von Joseph Müller. Prag 1811. 16mo.

De la part de Mr. Böckmann, Professeur à Carlsruhe:

1°) Versuch über die Erwärmung verschiedener Körper durch die Sonnenstrahlen; von Dr. C. W. Böckmann. Eine von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen gekrönte Preisschrift. Karlsruhe 1811. 8vo.

2°) Versuch über die Wärmeleitung verschiedener Körper; von Dr. C. W. Böckmann. Eine von der holländ. Gesellschaft zu Rotterdam gekrönte Preisschrift. Karlsruhe 1812. 8vo.

De la part de Mr. l'Académicien extraordinaire Langsdorff:

1°) Bemerkungen auf einer Reise um die Welt in den Jahren 1803 bis 1807; von G. H. von Langsdorf. Erster Band mit 28 Kupfern. Frankfurt am Mayn 1812. 4to.

2°) Observaçoes sobre o amelhoramento dos Hospitaes em geral, dedicados ao illmo e excellmo Senor Luis Pinto de Souza Coutinho etc. por Jorge Henrique Langsdorff. Lisboa 1800. 4to.

De la part de Mr. le Professeur Huth à Dorpat:

Rede und Vorlesung über den grofsen Kometen von 1811. Dorpat 1812. 8vo.

De la part de Mr. le Chevalier Thunberg à Upsala:

Dissertatio botanica de Cinchona. Upsaliae 1812. 4to.

De la part de Mr. le Professeur Kern à Vienne:

1°) Annalen der medicinischen Klinik an der hohen Schule zu Wien; herausgegeben von Vinzenz Kern etc. 2ter Band. Wien 1809. 8vo.

2°) Avis aux Chirurgiens, pour les engager à introduire une méthode plus simple dans le pansement des blessés; par V. Kern etc. Vienne 1809. 8vo.

De la part de Mr. le Professeur Dreifsig à Kharkoff:

Handwörterbuch der medizinischen Klinik; 2ten Bandes 2ter Theil. Erfurt 1810. 8vo.

De la part de Mr. le Minéralogiste Etter:

1°) L'Architettura generale di Vitruvio, ridotta in compendio dal Sige. Perrault dell'Academia delle scienze di Parigi e

tradotta dal Francese in italiano con note per Giacomo Trombara.

2°) Parallelo dell' Architettura antica e moderna, opera del Sig^{r}. Rolando Freart, tradotta dal francese.

3°) Saggio sopra l'Architettura del Algarotti.

4°) Oeuvres du Philosophe Chinois nommé Memcius ou Meng-tsé.

De la part des Auteurs et Editeurs:

Königsberger Archiv für Naturwissenschaft und Mathematik; herausgegeben von Vater und Bessel. Königsb. 1811. 8vo.

Описаніе новой машины для тисненія монетъ, изобрѣтенной И. Невѣдомскимъ. С. П. Б. 1811. 4to.

Die Phosphoreszenz der Körper u. s. w. von Placidus Heinrich etc. 2te Abhandlung. Nürnberg 1812. 4to.

Die fünf Sonnenbilder, beobachtet und beschrieben von Dr. Lamberti. Dorpat.

Plantes recueillies pendant le voyage des Russes autour du monde, expédition dirigée par Mr. de Krusenstern, publiées par G. Langsdorff et Fischer. Tubingue 1810. gr. Fol.

Mineralogische Studien, von Leonhard und Selb. Erster Theil. Nürnberg 1812. 8vo.

Observationes in diaetam parcam vulgo Svältkur; Auct. C. P. Schultz. Upsaliae 1812. 4to.

Utkast till Foreläsninger får begynnare i Chirurgien. 1 Häftat. Upsala 1812. 8vo.

Начальныя основанія Естественной Исторіи растѣній, изданныя Иваномъ Двигубскимъ. Часть I. Москва 1811. 8vo.

2. Pour le Cabinet de Curiosités:

De la part du Cabinet de SA MAJESTÉ IMPÉRIALE:

Divers ossemens qu' on a trouvés dans le district de Kolivan sur le rivage de l'Obi, parmi lesquels il y a:

1) Un crane d' Eléphant de deux archines de longueur et du poids de 9 poudes 19 livres.

2) Un crane de Bufle, des cornes, des vertèbres, des dents, des côtes etc.

De la part de Mr. l' Apothicaire Herold:

Une tortue (Testudo rotunda) prise vivante dans un des lacs des environs de Pargola.

De la part de Mr. le Minéralogiste Etter:

Deux coquilles, savoir une spondule et une oreille de mer.

De la part de Mr. le Chevalier Thunberg à Upsala:

Une collection de plantes sêches bien conservées et en grande partie méridionales.

De la part de la Régence médicinale de Smolensk:

Deux cranes humains, pour la collection de cranes formée au Musée.

De la part de l' Empailleur Philippof à Astrakhan:

Vingt-un oiseaux empaillés.

3. *Pour le Cabinet de Médailles:*

De la part de Mr. Etter, Minéralogiste du Directoire suprême des écoles de l'Empire:

Une collection de cent monnaies Romaines en cuivre.

4. *Pour le Cabinet de Minéralogie:*

De la part de Mr. le Conseiller de Cour Müller à Irkoutsk:

Quelques échantillons de l'étain découvert près de la forteresse Tchuidanskaïa, dans le district de Nertschinsk, tant du minérai que du métal même.

De la part de Mr. le Dr. Waradi à Gorodek en Gallicie:

Quelques échantillons d'un fossile trouvé sur les bords de la rivière Saan. Ce fossile n'est que de l'argile ordinaire renfermant des fragmens de bois dont la surface porte quelques indices de bleu de Prusse natif (Prussiate de fer).

De la part de Mr. Etter:

1°) Un morceau de plomb rouge de Catherinenbourg, avec des cristaux de quartz, et un autre de plomb vert dans du kneifs.

2°) Une pierre de Labrador.

3°) Un chalumeau de la façon de Black, avec quelques petites améliorations de Mr. Etter.

4°) Un morceau de chaux carbonatée bituminifère globuleuse.

5°) Un morceau d'asbeste flexible.

6°) Un morceau de cristal de roche enfumé traversé de schörl noir prismatique.

7°) Un fragment de fer micacé dans un chlorite schisteux. Les Nr. 5, 6 et 7 sont de la Nouvelle Finlande.

8°) Un morceau de bois agatisé de Kamtchatka.

9° Une hache d'agathe trouvée en 1810 à Pessetz en Podolie.

10°) Trente neuf pièces de minéraux des Etats unis de l'Amérique septentrionale.

De la part de Mr. l'Académicien Zakharoff:

Un morceau de la pierre d'étain mèlée de quartz et de mica, trouvée dans la Steppe Oginskaya à 300 verstes de Nertchinsk.

III.

MÉMOIRES ET AUTRES OUVRAGES MANUSCRITS, PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE.

Reise von Irkutzk nach Nertschinsk in den Mon ten August und September 1811; par Mr. Muller.

Ueber die Wohnsitze der Jemen. Ein Beitrag zur Geschichte Neu-Finlands. Zweite Abtheilung; par Mr. Lehrberg.

Ueber Lavoisier's Salpeter-Reinigungs-Methode im Grofsen; par Mr. Nassé.

Des différentes méthodes de prélever les fraix de monnayage, et de leurs effets sur les prix des marchandises. Première Section; par Mr. Storch.

Verzeichnifs der im Jahr 1807 auf einer Reise von Ochotzk nach Irkutzk beobachteten Pflanzen, als ein Beytrag zur nähern Kenntnifs der Geographie derselben; par Mr. Langsdorff.

Geognostische Uebersicht des nordöstlichen Theils der Araxenischen Gebirgskette; par Mr. Schlegelmilch.

Ueber die Bereitung des Zuckers aus Stärke; par Mr. Kirchhoff.

Показаніе, какъ варятъ въ С. Петербургѣ мездринной клей изъ обрѣзковъ сырой кожи разнаго скота, и какой потребенъ для сего заводъ со всѣми принадлежностями; par Mr. Ozeretskovski.

Des méthodes différentes de prélever les fraix de monnayage et de leurs effets sur les prix des marchandises. Seconde Section; par Mr. Storch.

Выписка изъ анатомической и физіологической части Естественной Исторіи черепокожныхъ свойственныхъ Сициліи; сочиненіе Поли. Продолженіе; par Mr. Sevastianoff.

О каменной породѣ называемой Содалитъ; par Mr Severguine.

О винокуреніи, или о разныхъ средствахъ гнать вино; par Mr. Zakharoff.

Solutio problematis calculum integralem spectantis; par Mr. Fuſs.

Ueber einen neu entdeckten leichten Salzäther, nebst Versuchen über die Natur des rauchenden Wesens der gemeinen Salzsäure; par Mr. Nassé.

Приложеніе Ѳеоріи наибольшихъ и наименьшихъ величинъ къ геометрическимъ вопросамъ; par Mr. Gourieff.

Tria problemata ex methodo tangentium inversa, soluta ab Academiae IMPERIALIS scientiarum Alumno Eduardo Collins.

Deux problèmes sur l'intégration de deux équations différentio-différentielles, résolus par Edouard Collins, Elève de l'Académie.

Выписка метеорологическихъ наблюденій, дѣланныхъ въ С. Петербургѣ при Императорской Академіи Наукъ въ 1811 году; par Mr. Petroff.

Описаніе и изображеніе двойней, сросшихся между собою переднею частію тѣла; par Mr. Zagorsky.

Начальныя основанія сравнительной Анатоміи Блуменбаха,

3 *

на Россійскій языкъ преложенныя съ примѣчаніями и дополненіями; par Mr. Sevastianoff.

Ipomoea Krusensternii, nova species descripta a C. F. Ledebour.

Descriptiones plantarum rariorum horti IMPERIALIS Academiae scientiarum Petropolitanae, iconibus illustratae; par Mr. Smélovski.

Изложеніе способа Г. Прони опредѣлить давленіе земли и толстому стѣнъ каменныхъ одѣждъ; par Mr. Viscovatoff.

Задача принадлежащая къ роду изопериметрическихъ, рѣшенная по способу знаменитаго Л Эйлера Императорской Академіи Наукъ воспитанникомъ Эдуардомъ Коллинсомъ.

Die Metalloïden sind wahrscheinlich zusammengesetzte Substanzen; par Mr. Schérer.

Vergleichende Versuche über das Verhalten der stinkenden und der geruchlosen Salzsäure zum Golde, Silber und Zinn; par Mr. Nassé.

Beweis dafs der Anfang des Russischen Reichs nicht erst im Jahr 862 könne gesetzt, sondern in das Jahr 852 müsse vorgerückt werden; par Mr. Krug

Erste Fortsetzung und Beschreibung von Japanischen Fischen; par Mr. Tilesius.

Нѣкоторыя наблюденія и опыты надъ фосфоромъ дѣланные до 1801 еще года; par Mr. Petroff.

Sur la répartition du nombre total des habitans de la Russie. Seconde Partie. Répartition selon les réligions, selon les états et selon les droits particuliers; par Mr. Herrmann.

Histoire de l'Académie IMPÉRIALE des sciences. Année 1811; par Mr. Fufs.

Descriptionum et iconum piscium Camtschaticorum continuatio tertia, tentamen Monographiae generis Agoni Blochiani complectens; par Mr. Tilesius.

Ueber die Ssumen und ihre Verwandte im Nordwesten Europa's; par Mr. Lehrberg.

Versuch und Beobachtungen über das Verhalten schleimigter Pflanzenstoffe zum Zucker-Productions-Vermögen, und über die Natur des durch Kunst produzirten Zuckerstoffs; par Mr. Nassé.

Beyträge zur Naturgeschichte einiger Arten des Tetrao-Geschlechts; par Mr. Langsdorff.

Geognostische Ansicht des Terekthals; par Mr. Schlegelmilch.

Ueber die Reinigung der Getraide-Stärke; par Mr. Kirchhoff.

О Елтонской соли; par S. E. Mr. Ozeretskovsky.

Duarum curvarum transcendentium earumque proprietatum investigatio; par Mr. Collins.

Untersuchung der Vauquelinschen Chromsäure. Ein Beytrag zur nähern Kenntnifs der Chrom-oxyde und ihrer Verbindungen mit Säuren und salzfähigen Grundlagan; par Mr. l'Apothicaire Brandenbourg.

Анатомико-Физiологическая диссертацiя о глазѣ и зрѣнiи человѣческомъ; par Mr. Wellansky.

О Банкахъ; par l'Elève Mr. Vladislavleff.

Описанiе машины для сверленiя прямыхъ дыръ; par Mr. Zakharoff.

Объ опредѣленiи положенiя прямыхъ линiй въ неопредѣленномъ пространствѣ; par Mr. Gourieff.

Ueber eine alte Novgorodisch-Gotländische Urkunde und den in derselben genannten Borchramus; par Mr. Lehrberg.

Methodi naturalis plantarum Ordo II. Capsulares; par Mr. Smélovsky.

Hemipterorum maxillosorum genera illustrata plurimisque novis speciebus ditata ac descripta; par Mr. Thunberg.

Sur une nouvelle méthode de déterminer les hauteurs observées près du méridien; par Mr. Littrow.

De plus l'Académie a reçu régulièrement, dans le courant de l'année, les observations météorologiques faites à Nicolayeff et Cathrinenbourg et les extraits de celles de Kieff.

IV.

OBSERVATIONS, EXPÉRIENCES ET NOTICES INTÉRESSANTES, FAITES ET COMMUNIQUÉES À L'ACADÉMIE.

1. Mr. le Conseiller de Cour *Muller*, Correspondant à Irkoutzk, a communiqué la nouvelle importante: que le Taïcha des Khorintses, Khaltsan Mardayeff, a découvert près de la forteresse Tchuidanskaïa, dans le district de Nertschinsk, une mine d'étain si riche que 40 livres de minérai, pris au hazard, ont donné 13 livres d'étain pur, et il en a envoyé des échantillons, tant du minérai que du métal.

2. Mr. l'Académicien extraordinaire *Schérer* a présenté l'analyse chimique de la pierre météorique de Poltava. Le résultat en est que cette pierre contient sur cent parties:

Du fer métallique - -	10,00,
Du nikel métallique -	1,20,
Terre silicieuse - -	52,00,

Oxyde de fer	-	-	18,40,
Terre argilleuse	-	-	1,60,
Terre talqueuse	-	-	9,60,
Soufre -	-	-	4,25,
Perte, terre calcaire et manganèse			2,95,
		total	100,00.

3. Mr. le Conseiller de Collège *Lokhtine,* Correspondant de l'Académie, ayant eu l'occasion de s'assurer que les distances de quelques villes de la ligne du Caucase aux deux capitales, telles que le Calendrier les assigne, sont de beaucoup trop grandes, il communique à l'Académie la vraie distance des villes de Georgievsk, Alexandrof, Stavropol, Mosdok et Kisliar aux deux capitales et à la ville du Gouvernement.

4. S. E. Mr. de *Nartof,* Président de la Société économique, communiqua une notice qui a été reçue d'Irkoutzk, concernant un lac nommé Бѣлое озеро et situé dans le district de Nertchinsk, remarquable par la quantité de soude que les habitans des environs retirent en été du fond du lac, et en hyver des glaçons de la surface, et dont ils se servent comme du savon. Les chevaux, qui passent quelquefois ce lac à la nage, pour se soustraire aux poursuites de ceux qui veulent les ramener

du paturage, perdent la corne aux pieds et meurent en peu de tems.

5. Mr. l'Académicien extraordinaire *Kirchhoff* envoya le résultat de son analyse chimique des deux espèces de poudre envoyées à l'Académie par le Comité savant d'Artillerie pour être examinées. Sur cent parties Mr. *Kirchhoff* a trouvé les parties constituantes que voici:

Dans la première composition:

Salpètre -	60,
Soufre -	20,
Charbon -	15,
Fer métallique	2,
Perte - -	3,
	100.

Dans la seconde composition:

Salpètre -	53,
Soufre -	20,
Antimoine -	6,
Fer métallique	1,
Bitume -	16,
Perte -	4,
	100.

6. Mr. l'Académicien extraordinaire *Tilesius* fit part à la Conférence d'une nouvelle découverte faite tout récemment par un Savant Danois, nommé *Jacobsen.* Elle consiste dans un organe, inconnu jusqu'ici, dont tous les mammifères, l'homme excepté, sont doués, et au moyen duquel ils sont en état de distinguer les plantes vénimeuses et de s'en abstenir. Mr. *Tilesius* avait déjà soupçonné l'existence d'un pareil organe, dans son opinion émise sur les mémoires de concours pour la question de l'Académie concernant les moyens de reconnaître les plantés vénimeuses.

7. Mr. l'Académicien extraordinaire *Petroff* fit voir à la Conférence deux flacons, contenant, depuis 14 ans, du phosphore, l'un dans de l'eau ordinaire, l'autre dans de l'eau dégagée de l'air. Dans le premier flacon le phosphore était décoloré et oxydé, dans le second il n'avait subi aucun changement.

Mr. l'Académicien *Bode* à Berlin communiqua ses observations de la comète, découverte le 1 Août à Paris par Mr. *Bouvard*, dans la constellation du Lynx, et douée d'une photosphère très vive et d'une queue de $1\frac{1}{2}$ degrés.

V.

RAPPORTS PRÉSENTÉS PAR DES ACADÉMICIENS CHARGÉS DE COMMISSIONS PARTICULIÈRES.

1. Mr. l'Académicien *Gourieff*, en reportant trois mémoires de Mr. *Collins*: 1°) *Tria problemata methodo inversa tangentium soluta*; 2°) *Deux problèmes sur l'intégration de deux équations différentio-différentielles*; 3°) *Задача принадлежащая къ роду изопериметрическихъ, рѣшенная по способу знаменитаго Л. Эйлера, Академіи Наукъ Воспитанникомъ Э. Коллинсомъ*, qu'il avoit été chargé d'examiner, déclara que ces mémoires prouvent les progrès rapides et remarquables que cet Elève a faits, sous la direction de son Académicien, dans l'étude de la haute Géométrie et de la haute Analyse, et qu'il est digne, par l'étendue et la solidité de ses connaissances, de l'avancement que le Réglement accorde aux Elèves de l'Académie après trois ans de service. D'après ce témoignage favorable, rendu à l'Elève *Collins* par Mr. *Gourieff* et par les autres Académiciens de la Section des sciences mathématiques, la Conférence résolut d'avancer le dit *Collins* au grade d'Elève de la 1re classe, avec

l'augmentation du traitement fixée par le Réglement académique.

2. Mr. l'Académicien extraordinaire *Pétroff* rapporta d'avoir examiné, conformément à la résolution de la Conférence du 27 Mai, tant les paratonnères que les puits élargis, où aboutissent les extrémités des conducteurs de la foudre, aux magazins à poudre d'Okhta, et d'avoir trouvé ceux-là dans le meilleur état possible et ceux-ci faits exactement d'après les instructions données par l'Académie à l'Expédition d'Artillerie, à la suite d'un rapport présenté par Mr. *Pétroff* l'année passée.

3. Mr. l'Académicien *Severguine* présenta et lut le rapport qui lui avait été demandé le 10 Juin au sujet de la vente du cabinet ci-devant *Khvostoff*, proposée par S. E. Mgr. le Ministre. La substance en est: que pour tirer tout l'avantage possible des diverses collections de minéraux dont l'Académie a fait l'acquisition à différentes époques favorables, on en a formé six cabinets, dont chacun a un but particulier, savoir: 1°) un cabinet systématique de minéraux Russes; 2°) un dito de minéraux exotiques; 3°) un cabinet rangé selon le système de *Haüy*; 4°) un cabinet pour les caractères externes; 5°)

un cabinet pour la Géognosie et 6°) un cabinet de Minéralogie géographique. Mr. *Severguine* est d'avis qu'on ne saurait vendre la collection achetée de *Khvostoff* sans dépareiller ces divers cabinets et sans manquer les buts que l'Académie a eus en vue lors de ce nouvel arrangement de ses doublettes et triplettes; que d'ailleurs ce qui semble être doublette selon le catalogue, ne l'est pas dans le fait, et qu'une intuition exacte découvre à l'oeil du connaisseur des différences instructives dans la couleur, l'éclat, la transparence etc., et que par conséquent on doit désirer de conserver les minéraux du cabinet de *Khvostoff* disséminés dans tous les cabinets mentionnés.

4. Mr. l'Académicien *Schubert* reporta les deux chronomètres d'*Arnold*, Nr. 55 et 67, transmis à l'Académie par le Département de l'Amirauté, dont il avait été chargé d'examiner la marche à l'Observatoire, et il présenta son rapport, dont la substance est: que la marche de ces instrumens n'est pas aussi régulière qu'on est en droit de l'attendre de deux montres marines d'un travail aussi exquis; que ces chronomètres, qui semblent n'avoir pas été en trop bonnes mains, ont besoin d'être réparés par quelque horloger habile, et qu'il est prêt à en réitérer l'examen à l'Observatoire, au cas que le Département jugeât à

propos de les renvoyer à l'Académie, après les avoir fait raccommoder.

VI.

VOYAGES SCIENTIFIQUES FAITS PAR ORDRE DE L'ACADÉMIE.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Wisnievski* continua cette année ses voyages astronomiques et envoya la continuation du journal de ses observations, contenant celles qu'il a faites à Astrakhan, Tenatskoy, Kisliar, Mozdok, Yeorgiefsk, Stavropol, Egorlitzkoy, Nowo-Tcherkask, Kamychin, Saratof, Perm, Alapayevsk, Verkhotourie, Bogolovskaïa, Catherinenbourg, Solikamsk, Viatka, Kotelnitch, Tcheboksar, Kouzmodemiansk, Glasof, Nolinsk, Malmych, Tchistopolie, Bougoulma, Yelabougue, Sarapoul et Kazan.

VII.

OUVRAGES PUBLIÉS PAR L'ACADÉMIE.

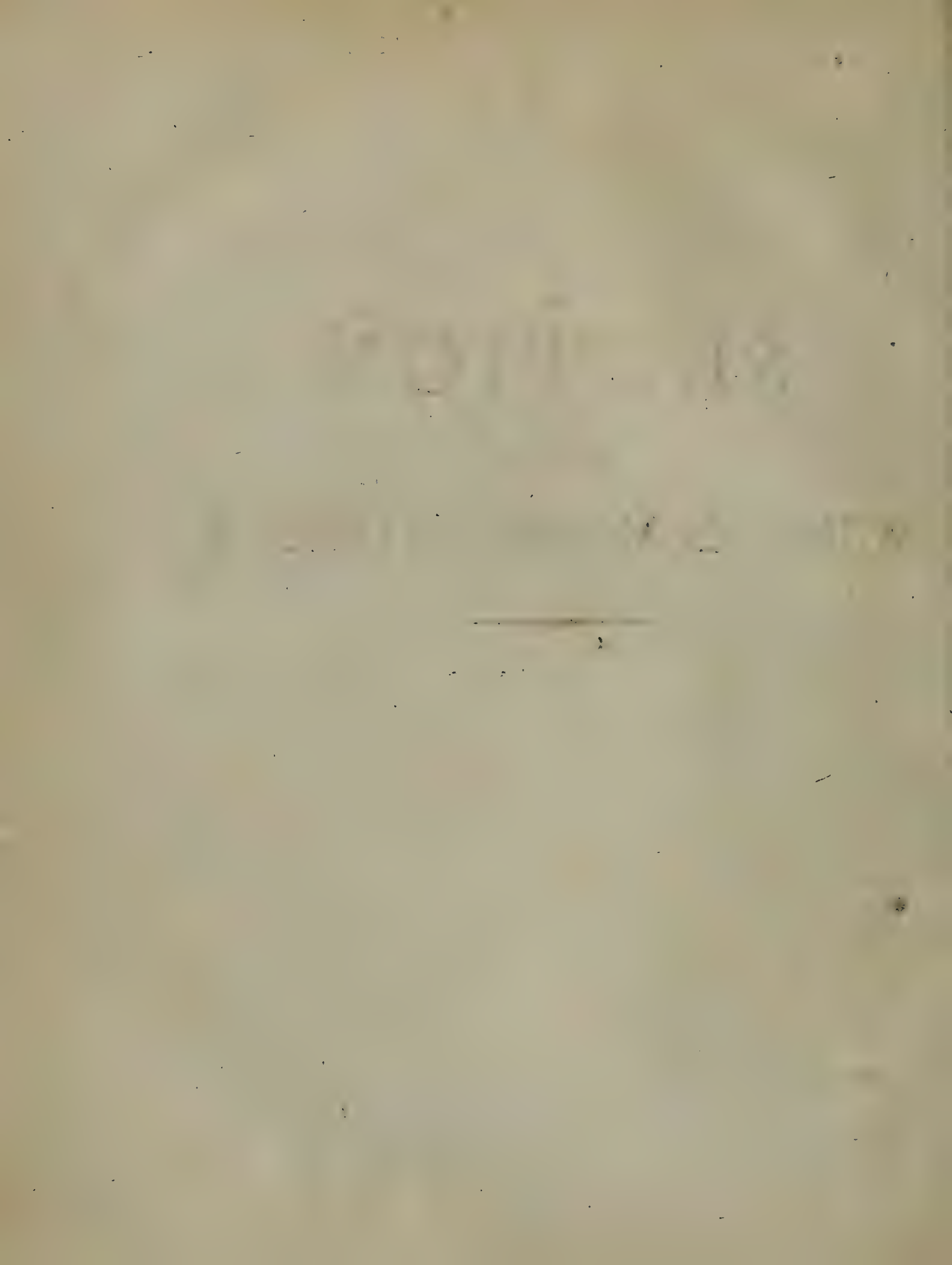
1°) Умозрительныя изслѣдованія Императорской Санктпетербургской Академіи Наукъ. Томъ III. С. П. Б. 1812. 4to.

2°) Путешествіе Академика Н. Озерецковскаго по озерамъ Ладожскому, Онежскому и вокругъ Ильменя. Вторымъ тисненіемъ. С. П. Б. 1812. 8vo.

3°) Словарь химическій, содержащій въ себѣ Ѳеорію и практику Химіи и пр. Трудами Академика В Севергина. Часть III. С. П. Б. 1812. 8vo.

4°) Технологическій Журналъ, издаваемый Императорскою Академіею Наукъ. Тома IX. Часть I. II. III. IV. С. П. Б. 1812. 8vo.

I. SECTION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.



DE DIVISORIBUS NUMERORUM
IN FORMA $mxx + nyy$ CONTENTORUM.

AUCTORE
L. EULERO.

Conventui exhibuit die 21 Maii 1778.

§. 1.

Hic perpetuo assumimus binos numeros x et y inter se esse primos, atque notum est, numeros in tali forma contentos nunquam per omnes numeros primos dividi posse, sed semper pro qualibet forma certos numeros primos excludi, quorum multitudo quasi est semissis omnium plane numerorum primorum. Ita demonstratum est numeros in hac forma contentos $xx + yy$ per alios numeros primos dividi non posse, nisi qui sint formae $4N + 1$, ideoque omnes numeros primos formae $4N - 1$ penitus excludi.

§. 2. Eodem modo demonstratum est numeros in hac forma contentos $2xx + yy$ alios divisores primos non admittere, nisi qui contineantur in alterutra harum formarum: $8N + 1$ vel $8N + 3$, ita ut reliqui numeri primi in for-

mis $8N+5$ et $8N+7$ contineantur. Simili modo omnes divisores primi numerorum formae $3xx+yy$ sunt vel forma $12N+1$ vel $12N+7$; reliqui vero, qui sunt vel formae $12N+5$ vel $12N+11$, nunquam divisores existere possunt; unde patet omnes divisores comprehendi in forma $6N+1$, exclusos vero in forma $6N+5$.

§. 3. Haud absimili modo res comparata est pro generali forma $mxx+nyy$, cujus omnes divisores primi continentur in certis hujusmodi formulis: $4mnN+\alpha$; $4mnN+\beta$; $4mnN+\gamma$ etc., ubi α, β, γ, etc. sunt certi numeri quovis casu facile determinandi, exclusi autem numeri continentur in totidem aliis formulis $4mnN-\alpha$; $4mnN-\beta$; $4mnN-\gamma$ etc. id quod sequenti modo commode exprimi potest, ut pro forma generali $mxx+nyy$ forma divisorum statuatur $4mnN+\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$, etc., forma autem numerorum exclusorum $4mnN-\alpha, -\beta, -\gamma, -\delta, -\varepsilon$, etc.

§. 4. Hic primo pro quolibet casu numerorum m et n evidens est numeros α, β, γ, δ etc. primos esse debere respectu numeri $4mn$, quia aliter numeri primi prodire non possent. Deinde etiam facile intelligere licet inter numeros α, β, γ, semper contineri unitatem, atque etiam omnes numeros quadratos ad $4mn$ primos. Praeterea vero in ordine horum numerorum α, β, γ, δ, etc. semper

etiam occurrunt omnes potestates singulorum, tum vero etiam omnia producta ex binis vel ternis, veluti $\alpha\beta$, $\alpha\beta\gamma$, quatenus scilicet numerum $4mn$ non superant. Denique etiam notasse juvabit, quovis casu istos numeros α, β, γ, δ, etc. tantum a producto mn pendere, ita ut hae duae formae generales $mxx+nyy$ et $m'xx+n'yy$, easdem divisorum formas habeant, si modo fuerit $m'n'=mn$.

§. 5. Haud abs re fore arbitror sequentem tabulam subjunxisse, quae pro simplicioribus numeris mn ostendat formas divisorum primorum:

Valores producti mn	Forma divisorum
1	4N+1.
2	8N+1, 3.
3	12N+1, 7.
5	20N+1, 3, 7, 9.
6	24N+1, 5, 7, 11.
7	28N+1, 9, 11, 15, 23, 25.
10	40N+1, 7, 9, 11, 13, 19, 23, 37.
11	44N+1, 3, 5, 9, 15, 23, 25, 27, 31, 37.
13	52N+1, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 25, 29, 31, 47, 49.
14	56N+1, 3, 5, 9, 13, 15, 19, 23, 25, 27, 39, 45.
15	60N+1, 17, 19, 23, 31, 47, 49, 53.

§. 6. In his scilicet formis omnes numeri, qui divisores esse possunt cujuslibet numeri in forma $mxx+nyy$ contenti, divisione per $4mn$ facta, infra limitem $4mn$ reducuntur. Quodsi autem velimus numeros negativos admittere, tum omnes isti numeri adeo infra $2mn$ redigi poterunt; hocque modo omnes plane numeri ad $4mn$ primi et minores quam $2mn$ occurrent, vel signo $+$ vel signo $-$ affecti; et quoniam complementa horum numerorum ad $4mn$ praebent numeros exclusos, tantum opus est in illis formis signa permutare, ut obtineantur omnes numeri exclusi, qui nunquam esse possunt divisores cujusquam numeri formae $mxx+nyy$.

§. 7. Quodsi hoc modo divisores istius formae $mxx+nyy$ disponamus, ut omnes plane numeri ad $2mn$ primi, eoque minores, occurrant, egregiae proprietates in iis deprehendentur, si cuique horum numerorum suum complementum ad $2mn$ subscribamus; hocque modo superior ordo tantum usque ad mn procedet, dum majores ab mn usque ad $2mn$ illis subscribentur. Pro varia autem numeri mn indole patebit bina complementa sibi subscripta sive paribus affici signis, sive contrariis; paribus scilicet gaudebunt signis casibus, quibus est vel $mn = 4i+1$, vel $mn = 4i+2$, reliquis vero binis casibus, quibus vel

$mn = 4i + 3$, vel $mn = 4i + 4$, bina illa complementa contrariis signis afficientur.

§. 7. Hoc igitur modo superiores formulas pro divisoribus numerorum in forma $mxx + nyy$ contentorum repraesentemus, atque adeo ulterius continuemus:

mn	Forma divisorum
1	$4N + 1$
2	$8N + 1$
	$+ 3$
3	$12N + 1$
	$- 5$
4	$16N + 1, \; - 3$
	$- 7, \; + 5$
5	$20N + 1, \; + 3$
	$+ 9, \; + 7$
6	$24N + 1, \; + 5$
	$+ 11, \; + 7$
7	$28N + 1, \; - 3, \; - 5$
	$- 13, \; + 11, \; + 9$
8	$32N + 1, \; + 3, \; - 5, \; - 7$
	$- 15, \; - 13, \; + 11, \; + 9$

mn	Forma divisorum
9	36N + 1, + 5, − 7 + 17, + 13, − 11
10	40N + 1, − 3, + 7, + 9 + 19, − 17, + 13, + 11
11	44N + 1, + 3, + 5, − 7, + 9 − 21, − 19, − 17, + 15, − 13
12	48N + 1, − 5, + 7, − 11 − 23, + 19, − 17, + 13
13	52N + 1, − 3, − 5, + 7, + 9, + 11 + 25, − 23, − 21, + 19, + 17, + 15
14	56N + 1, + 3, + 5, + 9, − 11, + 13 + 27, + 25, + 23, + 19, − 17, + 15
15	60N + 1, − 7, − 11, − 13 − 29, + 23, + 19, + 17
16	64N + 1, − 3, + 5, − 7, + 9, − 11, + 13, − 15 − 31, + 29, − 27, + 25, − 23, + 21, − 19, + 17
17	68N + 1, + 3, − 5, + 7, + 9, + 11, + 13, − 15 + 33, + 31, − 29, + 27, + 25, + 23, + 21, − 19
18	72N + 1, − 5, − 7, + 11, − 13, + 17 + 35, − 31, − 29, + 25, − 23, + 19

m n	Forma divisorum
19	76N + 1, − 3, + 5, + 7, + 9, + 11, − 13, − 15, + 17 − 37, + 35, − 33, − 31, − 28, − 27, + 25, + 23, − 21
20	80N + 1, + 3, + 7, + 9, − 11, − 13, − 17, − 19 − 39, − 37, − 33, − 31, + 29, + 27, + 23, + 21
21	84N + 1, + 5, + 11, − 13, + 17, + 19 + 41, + 37, + 31, − 29, + 25, + 23
22	88N + 1, − 3, − 5, − 7, + 9, + 13, + 15, − 17, + 19, + 21 + 43, − 41, − 39, − 37, + 35, + 31, + 29, − 27, + 25, + 23
23	92N + 1, + 3, − 5, − 7, + 9, − 11, + 13, − 15, − 17, − 19, − 21 − 45, − 43, + 41, + 39, − 37, + 35, − 33, + 31, + 29, + 27, + 25
24	96N + 1, + 5, + 7, + 11, − 13, − 17, − 19, − 23 − 47, − 43, − 41, − 37, + 35, + 31, + 29, + 25
25	100N + 1, − 3, − 7, + 9, − 11, + 13, + 17, − 19, + 21, − 23 + 49, − 47, − 43, + 41, − 39, + 37, + 33, + 31, + 29, − 27.

§. 9. Quodsi haec exempla rite contemplemur, insignia theoremata ex iis colligere poterimus, quae eo magis omnem attentionem merebuntur, quod principia, unde demonstratio petenda videtur, plerumque prorsus sunt etiamnunc incognita, ita ut ista consideratio amplissimum campum nobis aperiat naturam numerorum profundius perscrutandi.

Theorema I.

§. 10. Denotante p numerum quemcunque ad $2mn$ primum, si fuerit $4mna + p$ divisor cujuspiam numeri in forma $mxx + nyy$ contenti, tum omnes numeri primi, in formula $4mnz + p$ contenti, certe erunt divisores formae nostrae propositae; contra vero omnes plane numeri hujus formae $4mnz - p$ ex classe divisorum penitus excludentur.

Theorema II.

§. 11. Denotante p numerum ad $2mn$ primum, si fuerit $4mna + p$ numerus primus, neque ullius numeri in forma $mxx + nyy$ contenti divisor, tum omnes plane numeri in forma $4mnz + p$ contenti, sive sint primi sive compositi, ex classe divisorum excludentur; contra vero omnes numeri primi formae $4mnz - p$ certe erunt divisores cujuspiam numeri in forma $mxx + nyy$ contenti.

Theorema III.

§. 12. Denotante p numerum ad $2mn$ primum, si fuerit numerus $2mna - p$ divisor formae propositae $mxx + nyy$, tum omnes numeri primi, in forma $4mnz - p$ contenti, certe erunt divisores formae propositae; contra vero omnes plane numeri in forma $4mnz + p$ contenti ex classe divisorum excludentur.

Theorema IV.

§. 13. Denotante p numerum ad $2mn$ primum, si fuerit $4mna - p$ numerus primus, neque ullius numeri in forma $mxx + nyy$ contenti divisor, tum omnes plane numeri in forma $4mnz - p$ contenti, sive sint primi sive compositi, ex classe divisorum excludentur; contra vero omnes numeri primi formae $4mnz + p$ certe erunt divisores cujuspiam numeri in forma $mxx + nyy$ contenti.

Theorema V.

§. 14. Si fuerit mn numerus formae vel $4i + 1$ vel $4i + 2$, atque $4mna + p$ divisor formae $mxx + nyy$, ita ut omnes numeri primi in hac forma $4mnz + p$ contenti sint divisores formae propositae; tum omnes numeri primi in hac forma contenti $4mnz + 2mn - p$ etiam erunt divisores formae propositae; contra vero omnes numeri formae $4mnz - 2mn + p$, vel etiam $4mnz + 2mn + p$, ex classe divisorum excludentur.

Theorema VI.

§. 15. Si fuerit mn numerus formae vel $4i + 1$ vel $4i + 2$, atque $4mna - p$ divisor formae $mxx + nyy$, ita ut omnes numeri primi in hac forma $4mnz - p$ contenti sint divisores formae propositae; tum omnes numeri primi in hac formula contenti: $4mnz - 2mn + p$, etiam

erunt divisores formae propositae; contra vero omnes numeri formae $4mnz-2mn-p$, vel etiam $4mnz+2mn-p$, ex classe divisorum excludentur.

Theorema VII.

§. 16. Si fuerit mn numerus vel formae $4i$ vel $4i-1$, atque $4mna+p$ divisor formae $mxx+nyy$, ita ut omnes numeri primi in hac forma $4mnz+p$ contenti sint divisores formae propositae; tum omnes numeri primi in hac formula contenti: $4mnz-2mn+p$, etiam erunt divisores formae propositae; contra autem omnes numeri formae $4mnz-2mn-p$ ex classe divisorum excludentur.

Theorema VIII.

§. 17. Si fuerit mn numerus formae vel $4i$ vel $4i-1$, atque $4mna-p$ divisor formae $mxx+nyy$, ita ut omnes numeri primi in hac forma $4mnz-p$ contenti sint divisores formae propositae, tum omnes numeri primi in hac forma contenti: $4mnz+2mn-p$, etiam erunt divisores formae propositae; contra vero omnes numeri formae $4mnz-2mn-p$ ex classe divisorum excludentur.

Corollarium.

§. 18. Denotante igitur p numerum quemcunque ad

$2mn$ primum, omnes numeri primi, vel in forma $4mnz+p$, vel in forma $4mnz-p$ contenti, certe erunt divisores formae propositae.

Theorema IX.

§. 19. Si in formula generali pro divisoribus formae propositae, prouti supra exhibuimus, occurrant partes f et g sive positivae sive negativae, tum etiam ibidem earum productum fg occurret, atque adeo in genere non solum earum potestates quaecunque f^{μ} et g^{ν}, sed etiam omnia producta ex binis $f^{\mu}g^{\nu}$, ratione signorum rite habita, postquam scilicet hi numeri, divisione per $4mn$ facta, infra limitem $2mn$ fuerint reducti.

Corollarium.

§. 20. Hinc patet, si p denotet numerum quemcunque ad $2mn$ primum, tum semper omnes numeros primos in forma $4mnz+pp$ contentos fore divisores formae propositae; contra vero omnes numeros in forma $4mnz-pp$ contentos ex classe divisorum excludi.

Annotatio.

§. 21. Super formula generali, quam hic pro divisoribus formae propositae exhibemus, probe tenendum est non de omnibus numeris, in ista formula contentis, affirmari posse eos esse divisores; verum hoc tantum valere de nu-

meris primis, quandoquidem occurrere possunt casus, quibus numeri compositi in hac formula contenti constant factoribus ex classe divisorum exclusis; contra vero omnes plane numeri in formula pro exclusis data, sive sint primi sive compositi, perpetuo excluduntur. Caeterum nunc multo certiorem methodum tradere licebit formulas pro divisoribus omnium formularum propositarum facile condendi, id quod in sequenti problemate ostendemus.

Problema.

Proposita numerorum forma quacunque $mxx + nyy$ *investigare formulam generalem, quae omnium numerorum in ea contentorum divisores complectatur.*

Solutio:

§. 22. Hic ante omnia tenendum est pro litteris x et y perpetuo numeros inter se primos accipi debere, quia alioquin omnes plane numeri divisores existere possent. Deinde etiam statim patet semper inter divisores ipsos numeros m et n eorumque factores occurrere posse, unde nostrum problema tantum ad divisores, qui ad numeros m et n sint primi, restringitur, atque ut etiam binarius excludatur, quaeri oportebit divisores, qui sint primi ad $2mn$.

§. 23. Supra autem praecepimus formulae principali $4mnN$ adjungere omnes numeros ad $2mn$ primos atque minores quam mn, quippe quibus numeris constabat series superior, atque hic totum negotium eo erat reductum, ut cuilibet horum numerorum signum debitum praefigatur; hic quidem sponte patet primo horum numerorum, scilicet unitati, perpetuo signum $+$ esse tribuendum, et quia signa numerorum compositorum rationem multiplicationis sequuntur, hanc investigationem tantum ad numeros primos retulisse sufficiet.

§. 24. Sit igitur p numerus quicunque primus, minor quam mn, simulque diversus ab m et n, atque huic numero signum $+$ erit praefigendum. Quando dabitur numerus formae $mxx+nyy$ per p divisibilis, tum semper etiam dari poterit talis numerus $mn+yy$ pariter per p divisibilis, atque adeo ut y sit minus quam $\frac{1}{2}p$. Hinc igitur cum sit $p>mn$, nihil aliud requiritur, nisi ut litterae y ordine omnes valores ab 1 usque ad $\frac{1}{2}mn$ tribuantur, numerorumque resultantium omnes divisores primi minores quam mn et ab m et n diversi notentur, quandoquidem his signum $+$ erit praefigendum.

§. 25. His igitur numeris signatis reliquis numeris primis usque ad mn alterum signum — dari oportebit,

quo facto numeris compositis in eadem serie superiori occurrentibus sua debita signa, ex ratione multiplicationis, praefigantur.

§. 26. Postquam autem hoc modo superior numerorum series fuerit expedita, pro serie inferiori, quae continet complementa superiorum numerorum ad $2mn$, vel eadem signa, vel diversa, sunt praefigenda; prius scilicet quando numerus mn fuerit vel formae $4i+1$ vel $4i+2$, posterius vero quando ejus forma fuerit vel $4i$ vel $4i-1$, hocque modo tota formula pro divisoribus erit completa.

Exemplum I.

§. 27. Sumatur $mn=24$, qui cum sit numerus formae $4i$, inferiori seriei signa contraria sunt danda. Jam numeri ad $2mn$ primi, minoresque quam 24, sunt 1. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23, qui omnes sunt etiam primi, unde in formula $24+yy$ ipsi y ordine tribuantur valores 1. 2. 3. etc. usque ad 12, sicque orietur progressio numerorum secundum numeros impares 1. 3. 5. 7. etc. crescentium, quorum singulorum notentur divisores primi minores quam 24, ternario excluso, quod commodissime sequenti modo fiet:

24		Divisores
1.	25	5
3.	28	7
5.	33	11
7.	40	5
9.	49	7
11.	60	5
13.	73	—
15.	88	11
17.	105	7
19.	124	—
21.	145	—
23.	168	7.

Hinc igitur patet solos numeros primos 1, 5, 7, 11, signo + esse afficiendos, reliquos vero signo —; unde, seriem complementorum subscribendo, formula pro divisoribus erit:

$$96N + 1, + 5, + 7, + 11, - 13, - 17, - 19, - 23$$
$$- 47, - 43, - 41, - 37, + 35, + 31, + 29, + 25$$

Exemplum II.

§. 28. Sit $mn = 26$, qui numerus cum sit formae $4i + 2$, series inferior eadem habere debet signa quae superior. Jam formula $26 + yy$, tribuendo ipsi y valores 1, 2, 3, usque ad 13, nobis praebebit diviso-

res primos minores quam 26, excluso 13, uti sequens calculus ostendit:

26		Divisores	
1.	27	3.	
3.	30	3.	5
5.	35	5.	7
7.	42	3.	7
9.	51	3.	17
11.	62	—	
13.	75	5.	3
15.	90	3.	5
17.	107	—	
19.	126	3.	7
21.	147	3.	7
23.	170	5.	17
25.	195	3.	5

Numeri primi, qui hic signum + recipiunt, sunt 1, 3, 5, 7, 17, reliquis vero 11, 19, 23, signum — est praefigendum; compositis autem numeris dentur signa ex ratione multiplicationis orta, unde formula pro divisoribus sequenti modo formabitur:

$$104N + \begin{matrix} 1, +3, +5, +7, +9, -11, +15, +17, -19, +21, -23, +25 \\ +51, +49, +47, +45, +43, -41, +37, +35, -33, +31, -29, +27. \end{matrix}$$

Exemplum III.

§. 29. Sumatur $mn = 27$, et cum hic numerus sit formae $4i - 1$, complementa infra scribenda signis contrariis affici debebunt. Quodsi jam formulam $27 + yy$ evolvamus, divisores primi minores quam 27, ternario excluso, signo + afficiendi reperientur 1, 7, 13, 19, unde reliqui primi, signum − sumendi, erunt 5, 11, 17, 23; quam obrem formula generalis pro divisoribus erit:

$$108\,N + 1, -5, +7, -11, +13, -17, +19, -23, +25$$
$$-53, +49, -47, +43, -41, +37, -35, +31, -29.$$

Exemplum IV.

§. 30. Sumatur $mn = 28$, et cum hic numerus sit formae $4i$, complementa infra scribenda signis contrariis affici debebunt. Quodsi nunc formulam $28 + yy$ evolvamus, divisores primi, minores quam 28, septenario excluso, signo + afficiendi erunt 1, 11, 23, reliqui vero primi, signo − afficiendi, erunt 3, 5, 13, 17, 19; quare formula generalis pro divisoribus erit:

$$112\,N + 1, -3, -5, +9, +11, -13, +15, -17, -19, +23, +25, -27$$
$$-55, +53, +51, -47, -45, +43, -41, +39, +37, -33, -31, +29.$$

Exemplum V.

§. 31. Sumatur $mn = 30$, et cum hic numerus sit formae $4i + 2$, numeri infra scribendi signis iisdem quibus superiores affici debebunt. Jam numeri ad $2mn$ primi minoresque quam 30, signo + afficiendi, sunt 1, 11,

13, 17, 23, 29, reliqui vero numeri primi, signo — affecti, sunt 7, 19; quare formula generalis pro divisoribus erit:

$$120N + 1, - 7, + 11, + 13, + 17, - 19, + 23, + 29$$
$$+ 59, - 53, + 49, + 47, + 43, - 41, + 37, + 31.$$

Exemplum VI.

§. 32. Sumamus $mn = 50$, et cum hic numerus sit formae $4i + 2$, complementa infra scribenda signis iisdem affici debebunt. Jam formula $50 + yy$ praebet sequentes divisores primos, minores quam 50, excepto 5, qui signo + sunt afficiendi 1, 3, 11, 17, 19, 41, 43; reliqui vero primi, signo — afficiendi, sunt 7, 13, 23, 29, 31, 37, 47, quare formula generalis pro divisoribus erit:

$$200N + 1, + 3, - 7, + 9, + 11, - 13, + 17, + 19, - 21, - 23, + 27, - 29, - 31, + 33, - 37, - 39, + 41, + 43, - 47, + 49$$
$$+ 99, + 97, - 93, + 91, + 89, - 87, + 83, + 81, - 79, - 77, + 73, - 71, - 69 + 67, - 63, - 61, + 59, + 57, - 53, + 51.$$

Exemplum VII.

§. 33. Sumamus denique $mn = 60$, et cum hic numerus sit formae $4i$, complementa infra scribenda signis contrariis affici debebunt. Quodsi jam formulam $60 + yy$ evolvamus, divisores primi, minores quam 60, exceptis 3 et 5, signo + afficiendi reperientur 1, 17, 19, 23, 31, 47, 53; unde reliqui primi, signum — sumendi, erunt 7, 11, 13, 29, 37, 41, 43, 59; quare forma generalis pro divisoribus erit:

$$240N + 1, - 7, - 11, - 13, + 17, + 19, + 23, - 29, + 31, - 37, - 41, - 43 + 47, + 49, + 53, - 59$$
$$- 119, + 113, + 109, + 107, - 103, - 101, - 97, + 91, - 89, + 83, + 79, + 77, - 73, - 71, - 67, + 61.$$

ADDITAMENTUM

ad dissertationem de divisoribus numerorum in forma $mxx + nyy$ *contentorum.*

Haud abs re erit singularem observationem hic subjungere circa postremas partes cujusque formulae divisorum, quippe quas in genere assignare licet, si modo sex casus a se invicem distinguantur.

Observatio I.

Si fuerit $mn = 4i$, tum in formula pro divisoribus data in serie superiore ultimus terminus semper erit $-(4i - 1)$, ejusque complementum ad $8i$, ipsi subscribendum, erit $+(4i + 1)$, quandoquidem habere debet signum contrarium. Cum enim sit $mn = 4i$, erit $mn + 1 = 4i + 1$, qui numerus, quia est primus ad mn, certe habere debet signum $+$, ideoque ejus complementum, supra scribendum, signum contrarium $-$.

Observatio II.

Si fuerit $mn = 4i + 2$, quo casu complementa iisdem gaudent signis, erit $mn + 1 = 4i + 3$, qui numerus cum sit primus ad mn, habere debet signum $+$, ejus ergo complementum, supra scribendum, pariter signum habebit $+$.

Observatio III.

Si fuerit $mn = 8i + 1$, quo casu bina complementa aequalibus gaudent signis, in serie superiore ultimus terminus erit $8i - 1$, ejusque complementum $= 8i + 3$, quibus ambobus signum — praefigi debet, sicque hoc casu termini ultimi erunt: $-(8i - 1)$

$$-(8i + 3).$$

Quin etiam hoc casu terminos penultimos assignare licet. Cum enim sit $mn + 4 = 8i + 5$, huic numero signum $+$, ideoque etiam ejus complemento $8i - 3$ idem signum praefigendum erit; unde patet his casibus, quibus $mn = 8i + 1$, binos ultimos terminos esse:

$$+ (8i - 3) - (8i - 1)$$
$$+ (8i + 5) - (8i + 3).$$

Observatio IV.

Si fuerit $mn = 8i + 3$, ultimus terminus in superiori serie erit $8i + 1$, ejusque complementum, contrario signo notandum, $8i + 5$. Quia autem superior numerus quadratum esse potest, is signum $+$ habere debet, ideoque complementum signum —; penultimi vero numeri erunt $8i - 1$, $8i + 7$, quorum inferior, quia est $mn + 4 = 8i + 7$, signum $+$ recipit, ideoque superior contrarium —; unde pro casibus, quibus est $mn = 8i + 3$, bini ultimi erunt:

$$- (8i - 1) + (8i + 1)$$
$$+ (8i + 7) - (8i + 5).$$

Observatio V.

Si fuerit $mn = 8i + 5$, ultimae formae divisorum erunt $8i + 3$, $8i + 7$, atque paribus signis afficientur, quod deprehenditur esse $+$; penultimi autem termini erunt $8i + 1$, $8i + 9$, quorum inferior quia est $= mn + 4$, habebit signum $+$, ideoque etiam supra scriptus. Consequenter casibus, quibus est $mn = 8i + 5$, in formula divisorum bini ultimi termini erunt:

$$+ (8i + 1) + (8i + 3)$$
$$+ (8i + 9) + (8i + 7).$$

Observatio VI.

Si fuerit $mn = 8i + 7$, in formula divisorum ultimi termini sunt $8i + 5$ et $8i + 9$, quorum inferior certe signum $+$ habere debet, quia quadrata complecti potest, superior vero signum $-$; penultimi vero termini sunt $8i + 3$ et $8i + 11$, quorum inferior, utpote $= mn + 4$, certe habet signum $+$, ideoque superior signum $-$. Quamobrem casibus, quibus est $mn = 8i + 7$, in formula pro divisoribus inventa bini ultimi termini erunt:

$$- (8i + 3) - (8i + 5)$$
$$+ (8i + 11) + (8i + 9).$$

DE FRACTIONIBUS CONTINUIS WALLISII.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibuit die 7 Februarii 1780.

§. 1. Postquam *Brounkerus* memorabilem suam fractionem continuam pro quadratura circuli invenisset, eamque sine demonstratione cum *Wallisio* communicasset, hic plurimum studii in eo collocavit, ut fontem, ex quo *Brounkerus* hanc insignem formulam hausisset, detegeret. Arbitratus autem est, eum usum fuisse egregiis illis formulis, quas ipse in opere suo: *Arithmetica infinitorum*, eruerat. Quin etiam inde, per calculos non parum abstrusos, non solum *Brounkeri* fractionem continuam, sed insuper innumerabiles alias similes elicuit, quae utique, perinde ac *Brounkeri* expressio, dignae sunt judicandae, ut oblivioni eripiantur.

§. 2. Quae autem ex *Wallisii* Arithmetica infinitorum, diu ante inventam Analysin infinitorum in lucem edita, huc pertinent, ea more nunc quidem recepto ita repraesentari possunt, ut, formulis integralibus a ter-

mino $x = 0$ usque ad $x = 1$ extensis, sequentes quadraturae exhibeantur:

$$\int \frac{x \partial x}{\sqrt{1 - xx}} = 1 = 1,$$

$$\int \frac{x^3 \partial x}{\sqrt{1 - xx}} = \frac{2}{3} = \frac{2 . 2}{2 . 3},$$

$$\int \frac{x^5 \partial x}{\sqrt{1 - xx}} = \frac{2 . 4}{3 . 5} = \frac{2 . 2 . 4 . 4}{2 . 3 . 4 . 5},$$

$$\int \frac{x^7 \partial x}{\sqrt{1 - xx}} = \frac{2 . 4 . 6}{3 . 5 . 7} = \frac{2 . 2 . 4 . 4 . 6 . 6}{2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7},$$

$$\int \frac{x^9 \partial x}{\sqrt{1 - xx}} = \frac{2 . 4 . 6 . 8}{3 . 5 . 7 . 9} = \frac{2 . 2 . 4 . 4 . 6 . 6 . 8 . 8}{2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9},$$

etc.

§. 3. Istas formulas in tertia columna ita adornavi, ut denominatores interpolationem manifesto admittant; sicque tantum superest, ut etiam numeratores ita transformentur, ut pariter interpolationem patiantur, id quod fiet, si talis series, secundum legem uniformem progrediens, scilicet A, B, C, D, E, F, etc. investigetur, ut sit:

$AB = 1 . 1$; $BC = 2 . 2$; $CD = 3 . 3$; $DE = 4 . 4$; etc.

id quod est id ipsum, in quo *Wallisius* summam ingenii sagacitatem manifestavit, quam autem investigationem deinceps multo generalius, et calculo longe faciliori, sum expediturus.

§. 4. Hac autem serie literarum A, B, C, D, etc. inventa totum negotium penitus erit confectum. Cum enim sit, uti sequens tabula declarat:

$$\int \frac{x \partial x}{\sqrt{1-xx}} = 1 = \frac{1}{A} \cdot \frac{A}{1},$$
$$\int \frac{x^3 \partial x}{\sqrt{1-xx}} = \frac{BC}{2 \cdot 3} = \frac{1}{A} \cdot \frac{ABC}{1 \cdot 2 \cdot 3},$$
$$\int \frac{x^5 \partial x}{\sqrt{1-xx}} = \frac{BCDE}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{A} \cdot \frac{ABCDE}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5},$$
$$\int \frac{x^7 \partial x}{\sqrt{1-xx}} = \frac{BCDEFG}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{1}{A} \cdot \frac{ABCDEFG}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7},$$
etc.

interpolatio nobis suppeditat sequentes quadraturas:

$$\int \frac{\partial x}{\sqrt{1-xx}} = \frac{1}{A} \cdot 1,$$
$$\int \frac{xx \partial x}{\sqrt{1-xx}} = \frac{1}{A} \cdot \frac{AB}{1 \cdot 2},$$
$$\int \frac{x^4 \partial x}{\sqrt{1-xx}} = \frac{1}{A} \cdot \frac{ABCD}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4},$$
$$\int \frac{x^6 \partial x}{\sqrt{1-xx}} = \frac{1}{A} \cdot \frac{ABCDEF}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6},$$
etc.

§. 5. Cum nunc sit $\int \frac{\partial x}{\sqrt{1-xx}} = \frac{\pi}{2}$, denotante π peripheriam circuli, cujus diameter $= 1$, cujus loco brevitatis gratia scribamus $q = \frac{\pi}{2}$, omnes literarum A, B, C, D, etc. valores per hanc quantitatem q sequenti modo exprimentur:

	Differentiae
$A = \frac{1}{q} = 0{,}636620$	0,934176
$B = q = 1{,}570796$	0,975683
$C = \frac{4}{q} = 2{,}546479$	0,987813
$D = \frac{9q}{4} = 3{,}534292$	0,992782
$E = \frac{4 \cdot 16}{9q} = 4{,}527074$	0,995257
$F = \frac{9 \cdot 25}{4 \cdot 16} q = 5{,}522331$	

§. 6. Hic tertiam adjunxi columnam, quae valores numericos harum litterarum exhibet, quo clarius appareat, quemadmodum isti numeri secundum legem uniformem increscant, quod non evenisset, si loco q valorem falsum accepissem. His expositis methodum multo faciliorem tradam, qua pro singulis his literis fractiones continuae reperiri possunt, atque eadem opera hanc investigationem multo generaliorem instituam, dum sequens problema sum resoluturus:

Problema.

Invenire seriem literarum A, B, C, D, *etc. uniformi lege procedentem, ita ut sit* $AB = ff$; $BC = (f + a)^2$; $CD = (f + 2a)^2$; *etc.*

Solutio:

§. 7. Hinc statim patet, qualis functio fuerit A ipsius f, talem esse debere B functionem ipsius $f + a$, tum vero C ipsius $f + 2a$, D ipsius $f + 3a$ et ita porro. Hac lege observata, si statuamus $A = f - \frac{1}{2}a + \frac{\frac{1}{2}s}{A'}$, poni debebit $B = f + \frac{1}{2}a + \frac{\frac{1}{2}s}{B'}$; ubi literae A' et B' eandem inter se rationem tenere debent, ita ut ex A' oriatur B', si loco f scribatur $f + a$. Cum igitur fractionibus, sublatis, sit $2A = 2f - a + \frac{s}{A'}$ et $2B = 2f + a + \frac{s}{B'}$, harum formularum productum ipsi $4ff$ est aequandum, unde oritur haec aequatio a fractionibus liberata:

$$aaA'B' - A's(2f - a) - B's(2f + a) - ss = 0.$$

Sumamus igitur $s = aa$, ut aequatio, per aa divisa, sit

$$A'B' - A'(2f - a) - B'(2f + a) = aa,$$

quae commode per factores repraesentari poterit ita:

$$(A' - 2f - a)(B' - 2f + a) = 4ff.$$

§. 8. Quia nnnc, si ambae literae A' et B' essent aequales, ex parte sinistra foret $A' = B' = 4f$, legem supra allatam sequentes, statuamus $A' = 4f - 2a + \frac{s'}{A''}$ et $B' = 4f + 2a + \frac{s'}{B''}$, quibus substitutis ultima aequatio induet hanc formam:

$$(2f - 3a + \tfrac{s'}{A''})(2f + 3a + \tfrac{s'}{B''}) = 4ff.$$

Facta igitur evolutione et sublatis fractionibus orietur sequens aequatio:

$$9aaA''B'' - A''s'(2f - 3a) - B''s'(2f + 3a) - s's' = 0.$$

Sumatur ergo hic $s' = 9aa$, ut habeatur ista:

$$A''B'' - A''(2f - 3a) - B''(2f + 3a) = 9aa,$$

quae iterum per factores hoc modo repraesentari potest:

$$(A'' - 2f - 3a)(B'' - 2f + 3a) = 4ff.$$

§. 9. Cum nunc iterum medius valor inter A'' et B'' sit $4f$, statuamus porro

$$A'' = 4f - 2a + \tfrac{s''}{A'''} \text{ et } B'' = 4f + 2a + \tfrac{s''}{B'''},$$

et facta substitutione emerget ista aequatio:

$$(2f - 5a + \tfrac{s''}{A'''})(2f + 5a + \tfrac{s''}{B'''}) = 4ff.$$

Facta igitur evolutione, sublatisque fractionibus, erit

$$25\,aa\,A'''B''' - A'''s''(2f-5a) - B'''s''(2f+5a) - s''s'' = 0.$$

Statuatur $s'' = 25\,aa$, et ista aequatio hanc induet formam:

$$A'''B''' - A'''(2f-5a) - B'''(2f+5a) = 25\,aa,$$

quae per factores hoc modo repraesentari potest:

$$(A''' - 2f - 5a)(B''' - 2f + 5a) = 4ff.$$

§ 10. Statuatur denuo ut ante $A''' = 4f - 2a + \frac{s'''}{A^{IV}}$ et $B''' = 4f + 2a + \frac{s'''}{B^{IV}}$, fietque facta substitutione

$$\left(2f - 7a + \frac{s'''}{A^{IV}}\right)\left(2f + 7a + \frac{s'''}{B^{IV}}\right) = 4ff,$$

qua aequatione evoluta et in ordinem redacta obtinetur

$$A^{IV}B^{IV} = A^{IV}(2f-7a) - B^{IV}(2f+7a) = 49\,aa,$$

ubi scilicet posuimus $s''' = 49\,aa$; tum vero per factores erit

$$(A^{IV} - 2f - 7a)(B^{IV} - 2f + 7a) = 4ff.$$

Unde perspicuum est quomodo hae operationes sint ulterius continuandae.

§. 11. His igitur colligendis, ob $s = aa$, $s' = 9\,aa$, $s'' = 25\,aa$, $s''' = 49\,aa$, etc. pro $2A$ adipiscemur sequentem fractionem continuam:

$$2A = 2f - a + \cfrac{aa}{4f - 2a + \cfrac{9aa}{4f - 2a + \cfrac{25aa}{4f - 2a + \cfrac{49aa}{4f - 2a + \text{etc.}}}}}$$

ubi si loco f ordine scribamus $f + a$, $f + 2a$, $f + 3a$, etc. similes fractiones continuae prodibunt, pro $2B$, $2C$, $2D$, etc. quae ita se habebunt:

$$2B = 2f + a + \cfrac{aa}{4f + 2a + \cfrac{9aa}{4f + 2a + \cfrac{25aa}{4f + 2a + \cfrac{49aa}{4f + 2a + \text{etc.}}}}}$$

$$2C = 2f + 3a + \cfrac{aa}{4f + 6a + \cfrac{9aa}{4f + 6a + \cfrac{25aa}{4f + 6a + \cfrac{49aa}{4f + 6a + \text{etc.}}}}}$$

$$2D = 2f + 5a + \cfrac{aa}{4f + 10a + \cfrac{9aa}{4f + 10a + \cfrac{25aa}{4f + 10a + \cfrac{49aa}{4f + 10a + \text{etc.}}}}}$$

etc.

§. 12. Quod si jam hic ponamus $f = 1$ et $a = 1$, prodibit ipse casus a *Wallisio* tractatus, unde fractiones continuae a *Wallisio* inventae, cum suis valoribus per quadraturam circuli expressis, erunt sequentes:

FRACTIONES CONTINUAE WALLISIANAE.

$$2A = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{9}{2 + \cfrac{25}{2 + \cfrac{49}{1 + \text{etc.}}}}} = \frac{2}{q} = \frac{4}{\pi},$$

$$2B = 3 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{9}{6 + \cfrac{25}{6 + \cfrac{49}{6 + \text{etc.}}}}} = 2q = \pi,$$

$$2C = 5 + \cfrac{1}{10 + \cfrac{9}{10 + \cfrac{25}{10 + \cfrac{49}{10 + \text{etc.}}}}} = \frac{8}{q} = \frac{16}{\pi},$$

$$2D = 7 + \cfrac{1}{14 + \cfrac{9}{14 + \cfrac{25}{14 + \cfrac{49}{14 + \text{etc.}}}}} = \frac{9q}{2} = \frac{9\pi}{4},$$

$$2E = 9 + \cfrac{1}{18 + \cfrac{9}{18 + \cfrac{25}{18 + \cfrac{49}{18 + \text{etc.}}}}} = \frac{128}{9q} = \frac{256}{9\pi}.$$

quarum prima est ipsa fractio continua a *Brounkero* inventa.

§. 13. Neutiquam autem vero simile est, *Brounkerum* per tantas ambages ad suam formulam pervenisse; equidem credo potius, illam ex consideratione hujus seriei notissimae: $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \text{etc.} = \frac{\pi}{4}$, quae vulgo *Leibnitio* tribui solet, multo autem ante a *Jacobo Gregorio* erat eruta, a quo *Brounkerus* eam nosse poterat, derivasse, quippe quod per operationes satis faciles et obvias fieri potuit sequentem in modum:

Posito	erit
$\frac{\pi}{4} = 1 - \alpha$	$\frac{4}{\pi} = \frac{1}{1-\alpha} = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} = 1 + \cfrac{1}{-1 + \frac{1}{\alpha}}$
$\alpha = \frac{1}{3} - \beta$	$\frac{1}{\alpha} = \frac{3}{1-3\beta} = 3 + \frac{9\beta}{1-3\beta} = 3 + \cfrac{9}{-3 + \frac{1}{\beta}}$
$\beta = \frac{1}{5} - \gamma$	$\frac{1}{\beta} = \frac{5}{1-5\gamma} = 5 + \frac{25\gamma}{1-5\gamma} = 5 + \cfrac{25}{-5 + \frac{1}{\gamma}}$
$\gamma = \frac{1}{7} - \delta$	$\frac{1}{\gamma} = \frac{7}{1-7\delta} = 7 + \frac{49\delta}{1-7\delta} = 7 + \cfrac{49}{-7 + \frac{1}{\delta}}$
etc.	etc.

Quodsi jam hiç loco $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$, $\frac{1}{\gamma}$, etc. valores modo inventi substituantur, ultro se offert ipsa fractio continua *Brounkeri*, siquidem hinc sequitur fore

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{9}{2 + \cfrac{25}{2 + \cfrac{49}{2 + \text{etc.}}}}}$$

§. 14. Quod autem ad nostram problematis solutionem generalem attinet, etiam singularum fractionum continuarum valores per certas quadraturas exprimere licet, id quod in sequente problemate ostendamus:

Problema.

Proposita serie A, B, C, D, *etc. secundum legem uniformem procedente, ita ut sit* $AB = ff$; $BC = (f+a)^2$; $CD = (f+2a)^2$; *etc. singularum harum litterarum valores, primo quidem per producta continua, tum vero per formulas integrales expressas investigare.*

Solutio.

§. 15. Cum igitur sit $A = \frac{ff}{B}$; $B = \frac{(f+a)^2}{C}$; $C = \frac{(f+2a)^2}{D}$; etc. his valoribus continuo substitutis reperietur

$$A = \frac{ff(f+2a)^2(f+4a)^2(f+6a)^2 (\text{etc.}}{(f+a)^2(f+3a)^2(f+5a)^2 (\text{etc.}},$$

in infinitum. Cum autem hoc modo nullus determinatus valor oriatur, quoniam, ubicunque abrumpitur, vel in numeratoribus vel in denominatoribus factor redundat, hoc

incommodum tolletur, si factores simplices sequenti modo disponamus:

$$A = f \cdot \frac{f(f+2a)}{(f+a)(f+a)} \cdot \frac{(f+2a)(f+4a)}{(f+3a)(f+3a)} \cdot \frac{(f+4a)(f+6a)}{(f+5a)(f+5a)} \cdot \text{etc.}$$

Sic enim membra continuo propius ad unitatem accedent et in infinitum ipsi unitati aequabuntur, sicque ista expressio utique determinatum valorem habebit.

§. 16. Quo autem ostendamus quomodo ejus valorem ad formulas integrales reduci oporteat, in subsidium vocemus hoc lemma:

Integralibus ab $x = 0$ *ad* $x = 1$ *extensis erit:*

$$\int \frac{x^{m-1}\,\partial x}{\sqrt[n]{(1-x^n)^{n-k}}} = \frac{m+k}{m} \cdot \frac{m+k+n}{m+n} \cdot \frac{m+k+2n}{m+2n} \cdot \frac{m+k+3n}{m+3n} \cdot \frac{m+k+4n}{m+4n} \cdots \int \frac{x^{\infty}\,\partial x}{\sqrt[n]{(1-x^n)^{n-k}}}.$$

Quo jam hoc lemma ad nostrum casum accomodemus, quoniam in nostris membris singuli factores incrementum capiunt $= 2a$, statui debet $n = 2a$; tum vero sumto $m = f$ et $k = a$ habebimus:

$$\int \frac{x^{f-1}\,\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}} = \frac{f+a}{f} \cdot \frac{f+3a}{f+2a} \cdot \frac{f+5a}{f+3a} \cdots \int \frac{x^{\infty}\,\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}},$$

quae expressio, inversa, praebet priores singulorum membrorum factores. Pro posterioribus sumamus $m = f+a$, manente $k = a$, hocque facto erit:

$$\int \frac{x^{f+a-1}\,\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}} = \frac{f+2a}{f+a} \cdot \frac{f+4a}{f+3a} \cdot \frac{f+6a}{f+5a} \cdots \int \frac{x^{\infty}\,\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}}.$$

§. 17. Evidens nunc est, posteriorem formulam per priorem divisam ipsum nostrum productum continuum exhibere, quo pacto ambo integralia infinitesima se mutuo tollunt, consequenter habemus:

$$A = \int \frac{x^{f+a-1}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}} : \int \frac{x^{f-1}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}}.$$ Simili modo protinus

$$B = \int \frac{x^{f+2a-1}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}} : \int \frac{x^{f+a-1}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}},$$

$$C = \int \frac{x^{f+3a-1}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}} : \int \frac{x^{f+2a-1}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}},$$

etc.

At vero haec investigatio adhuc generalior reddi potest, quemadmodum sequens problema docebit.

Problema generalius.

Invenire seriem uniformi lege procedentem A, B, C, D, *etc. ita ut sit* $AB = ff + c$; $BC = (f+a)^2 + c$; $CD = (f+2a)^2 + c$; $DE = (f+3a)^2 + c$; *ubi in singulis productis litera* f *quantitate* a *augeatur.*

Solutio prior per fractiones continuas.

§. 18. Hic iterum evidens est, qualis A fuerit functio ipsius f, talem esse debere B functionem ipsius $f+a$; C ipsius $f+2a$; D ipsius $f+3a$ et ita porro. Cum igitur sit $AB = ff + c$, si A et B essent aequales, omisso c foret $A = B = f$. Quanto igitur A minor accipitur quam f, tanto B debet esse major; unde posito $A = f - x$ erit $B = f + x$. Quoniam autem B ex A nascitur, si

loco f scribatur $f+a$, etiam esse debet $B=f+a-x$, unde concludimus fore $x=\frac{1}{2}a$; sicque partes principales pro A et B erunt $A=f-\frac{1}{2}a$ et $B=f+\frac{1}{2}a$, sive $2A=2f-a$ et $2B=2f+a$, ideoque pro sequentibus $2C=2f+3a$; $2D=2f+5a$; $2E=2f+7a$; etc.

§. 19. His valoribus principalibus inventis ponamus revera esse $2A=2f-a+\frac{s}{A'}$; $2B=2f+a+\frac{s}{B'}$. At pro s mox idoneus valor emerget. Hinc igitur erit:

$$4AB=4ff-aa+\frac{s}{A'}(2f+a)+\frac{s}{B'}(2f-a)+\frac{ss}{A'B'}=4ff+4c,$$

quae aequatio, sublatis fractionibus, hanc induet formam:

$$A'B'(aa+4c)-A's(2f-a)-B's(2f+a)-ss=0.$$

Sumamus jam $s=aa+4c$, eritque facta divisione:

$$A'B'-A'(2f-a)-B(2f+a)=aa+4c,$$

quae aequatio ita per factores repraesentetur:

$$(A'-2f-a)(B'-2f+a)=4ff+ac.$$

§. 20. Nunc simili modo ut ante ratiocinando intelligitur, si A' et B' fuerint aequales, membrum sinistrum fore $A'A'-4fA'=0$, ideoque $A'=B'=4f$. Quia autem B' oriri debet ex A', si loco f scribatur $f+a$, evidens est partes principales fore $A'=4f-2a$ et $B'=4f+2a$. Revera igitur ponamus esse $A'=4f-2a+\frac{s'}{A''}$ et $B'=4f+2a+\frac{s'}{B''}$, unde, si hi valores substituantur, aequatio praecedens, per factores exhibita, hanc induet formam:

$$(2f - 3a + \tfrac{s'}{A''})(2f + 3a + \tfrac{s'}{B''}) = 4ff + 4c,$$

quae, facta evolutione, ad istam perducit aequationem:

$$(4ff - 9aa) + \tfrac{s'}{A''}(2f + 3a) + \tfrac{s'}{B''}(2f - 3a) + \tfrac{s's'}{A''B''} = 4ff + 4c,$$

haecque sublatis fractionibus abit in hanc:

$$A''B''(9aa + 4c) - A''s'(2f - 3a) - B''s'(2f + 3a) - s's' = 0.$$

Sumto igitur $s' = 9aa + 4c$, et facta divisione, oritur haec aequatio:

$$A''B'' - A''(2f - 3a) - B''(2f + 3a) = 9aa + 4c,$$

quae per factores repraesentari potest hoc modo:

$$(A'' - 2f - 3a)(B'' - 2f + 3a) = 4ff + 4c.$$

§. 21. Quia haec aequatio similis est praecedenti, iterumque pro casu $A'' = B''$ prodiret $4f$, statuatur ulterius $A'' = 4f - 2a + \tfrac{s''}{A'''}$ et $B'' = 4f + 2a + \tfrac{s''}{B'''}$, unde postrema aequatio per factores foret:

$$(2f - 5a + \tfrac{s''}{A'''})(2f + 5a + \tfrac{s''}{B'''}) = 4ff + 4c.$$

At facta evolutione sublatisque fractionibus prodit:

$$A'''B'''(25aa + 4c) - A'''s''(2f - 5a) - B'''s''(2f + 5a) - s''s'' = 0.$$

Sumendo igitur $s'' = 25aa + 4c$ et dividendo per s'' fiet:

$$A'''B''' - A'''(2f - 5a) - B'''(2f + 5a) = 25aa + 4c,$$

sive per productum:

$$(A''' - 2f - 5a)(B''' - 2f + 5a) = 4ff + 4c.$$

§. 22. Statuatur ulterius $A''' = 4f - 2a + \tfrac{s'''}{A^{IV}}$ et $B''' = 4f + 2a + \tfrac{s'''}{B^{IV}}$, et superior aequatio per productum, substitutis his valoribus, erit:

$$\left(2f - 7a + \frac{s'''}{A^{IV}}\right)\left(2f + 7a + \frac{s'''}{B^{IV}}\right) = 4ff + 4c,$$

quae, iisdem operationibus repetitis, sumtoque $s''' = 49aa + 4c$ ad sequentem reducitur:

$$A^{IV}B^{IV} - A^{IV}(2f - 7a) - B^{IV}(2f + 7a) = 49aa + 4c,$$

sive in factoribus erit:

$$(A^{IV} - 2f - 7a)(B^{IV} - 2f + 7a) = 4ff + 4c.$$

Ex quibus jam abunde liquet, quomodo calculum ulterius prosequi oporteat.

§. 23. His igitur valoribus successive substitutis ob $s = aa + 4c$; $s' = 9aa + 4c$; $s'' = 25aa + 4c$; $s''' = 49aa + 4c$; etc. pro A obtinebimus sequentem fractionem continuam:

$$2A = 2f - a + \cfrac{aa + 4c}{4f - 2a + \cfrac{9aa + 4c}{4f - 2a + \cfrac{25aa + 4c}{4f - 2a + \cfrac{49aa + 4c}{4f - 2a + \text{etc.}}}}}$$

Simili modo hinc erit:

$$2B = 2f + a + \cfrac{aa + 4c}{4f + 2a + \cfrac{9aa + 4c}{4f + 2a + \cfrac{25aa + 4c}{4f + 2a + \cfrac{49aa + 4c}{4f + 2a + \text{etc.}}}}}$$

$$2C = 2f + 3a + \cfrac{aa + 4c}{4f + 6a + \cfrac{9aa + 4c}{4f + 6a + \cfrac{25aa + 4c}{4f + 6a + \cfrac{49aa + 4c}{4f + 6a + \text{etc.}}}}}$$

$$2D = 2f + 5a + \cfrac{aa + 4c}{4f + 10a + \cfrac{9aa + 4c}{4f + 10a + \cfrac{25aa + 4c}{4f + 10a + \cfrac{49aa + 4c}{4f + 10a + \text{etc.}}}}}$$

etc.

Solutio altera per producta continua.

§. 24. Cum sit $AB = ff + c$; $BC = (f+a)^2 + c$; $CD = (f+2a)^2 + c$; $DE = (f+3a)^2 + c$; etc. erit:

$$A = \frac{(ff+c)((f+2a)^2+c)((f+4a)^2+c)((f+6a)^2+c)(etc.}{((f+a)^2+c)((f+3a)^2+c)((f+5a)^2+c)(etc.}$$

At vero in hac expressione, ubicunque sistas, vel in numeratoribus vel in denominatoribus factor redundabit. Quod quo clarius appareat, subsistamus primo in littera F, eritque:

$$A = \frac{ff+c}{(f+a)^2+c} \cdot \frac{(f+2a)^2+c}{(f+3a)^2+c} \cdot (f+4a)^2+c \cdot \frac{1}{F},$$

Quando autem in sequente littera G subsistimus fiet:

$$A = \frac{ff+c}{(f+a)^2+c} \cdot \frac{(f+2a)^2+c}{(f+3a)^2+c} \cdot \frac{(f+4a)^2+c}{(f+5a)^2+c} \cdot G.$$

§. 25. Quod si ergo istae binae expressiones in infinitum continuentur et in se invicem ducantur, ultimus factor literalis, qui hic est $\frac{G}{F}$, manifesto unitati aequabitur. Quia vero hoc casu numerus factorum in numeratore unitate redundat, ejus factorem primum in fronte seorsim scribamus, atque productum sequenti modo exprimetur:

$$A^2 = (ff+c) \cdot \frac{(ff+c)((f+2a)^2+c)}{((f+a)^2+c)((f+a)^2+c)} \cdot \frac{((f+2a)^2+c)((f+4a)^2+c)}{((f+3a)^2+c)((f+3a)^2+c)} \text{ etc.}$$

ubi jam infinitesimi factores unitati aequabuntur, sicque ista expressio uniformi lege procedit.

Hic autem duos casus distingui conveniet, prouti c fuerit numerus vel negativus vel positivus.

Casus 1, quo $c = -bb$.

§. 26. Priore casu quilibet factor in duos resolvi se patietur. Statuamus igitur primo $c = -bb$, quo casu fractio continua sequenti modo exhiberi potest:

$$2A = 2f - a + \cfrac{(a+2b)(a-2b)}{4f-2a+\cfrac{(3a+2b)(3a-2b)}{4f-2a+\cfrac{(5a+2b)(5a-2b)}{4f-2a+\cfrac{(7a+2b)(7a-2b)}{4f-2a+\text{etc.}}}}}$$

atque loco expressionis per factores continuos nunc habebimus sequentem pro simplici litera A, scilicet:

$$A = (f-b) \cdot \frac{(f+b)(f+2a-b)}{(f+a+b)(f+a-b)} \cdot \frac{(f+2a-b)(f+4a-b)}{(f+3a+b)(f+3a-b)} \cdot \text{etc.}$$

in cujus expressionis quolibet membro summa factorum numeratoris aequatur summae factorum denominatoris; ob quam proprietatem hi factores per formulam integralem exprimi poterunt.

§. 27. Constat enim, si haec formula integralis:

$$\int \frac{x^{m-1}\partial x}{\sqrt[n]{(1-x^n)^{n-k}}},$$

ab $x = 0$ usque ad $x = 1$ extendatur, valorem reduci ad sequens productum infinitum:

$$\frac{m+k}{m} \cdot \frac{m+k+n}{m+n} \cdot \frac{m+k+2n}{m+2n} \cdot \ldots \cdot \int \frac{x^\infty \partial x}{\sqrt[n]{(1-x^n)^{n-k}}}.$$

Quo igitur hanc formam ad nostram expressionem accomodemus, quia singuli factores in sequenti membro quantitate $2a$ augentur, sumi debet $n = 2a$; tum vero posito

$m = f + b$ et $k = a$ reperietur fore:

$$\frac{f+a+b}{f+b} \cdot \frac{f+3a+b}{f+2a+b} \cdot \frac{f+5a+b}{f+4a+b} \cdots \int \frac{x^{\infty}\partial x}{\sqrt{(1-x^{2a})}} = \int \frac{x^{f+b-1}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}},$$

quae expressio inversa priores factores cujusque membri continet. Pro posterioribus autem, manente $n = 2a$, sumatur $m = f + a - b$ et $k = a$, quo facto prodibit haec aequatio:

$$\frac{f+2a-b}{f+a-b} \cdot \frac{f+4a-b}{f+3a-b} \cdot \frac{f+6a-b}{f+5a-b} \cdots \int \frac{x^{\infty}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}} = \int \frac{x^{f+a-b-1}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}}.$$

Si igitur haec aequatio per praecedentem dividatur, postremi factores integrales se mutuo destruent, prodibitque productum infinitum, in valore A occurrens, per duas formulas integrales expressum, ita ut sit:

$$A = (f - b) \cdot \int \frac{x^{f+a-b-1}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}} : \int \frac{x^{f+b-1}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}}.$$

§. 28. Quo haec exemplo illustremus, sumamus $f = 2$, $a = 1$, $b = 1$, ut habeamus hos valores: $AB = 3$, $BC = 8$, $CD = 15$, $DE = 24$, etc. hocque casu nostra fractio continua evadit:

$$2A = 3 - \cfrac{3}{6 + \cfrac{5}{6 + \cfrac{21}{6 + \cfrac{45}{6 + \cfrac{77}{6 + \text{etc.}}}}}}$$

At per productum continuum erit:

$$A = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{5 \cdot 5}{4 \cdot 6} \cdot \frac{7 \cdot 7}{6 \cdot 8} \cdot \frac{9 \cdot 9}{8 \cdot 10} \cdot \text{etc.}$$

Tum vero per formulas integrales habebitur:

$$A = \int \frac{x\partial x}{\sqrt{1-xx}} : \int \frac{xx\partial x}{\sqrt{1-xx}}.$$

Constat autem pro nostris terminis integrationis, ab $x=0$ usque ad $x=1$, esse $\int \frac{x\partial x}{\sqrt{1-xx}}=1$ et $\int \frac{xx\partial x}{\sqrt{1-xx}}=\frac{\pi}{4}$, unde colligitur $A=\frac{4}{\pi}$, id quod cum ipso producto *Wallisiano*, quo $\frac{\pi}{2}=\frac{2.2}{1.3}\cdot\frac{4.4}{3.5}\cdot\frac{6.6}{5.7}$. etc. egregie convenit.

Casus 2, quo $c=+bb$.

§. 29. Evolvamus nunc quoque alterum casum $c=+bb$, pro quo fractio continua hanc formam induit:

$$2A=2f-a+\cfrac{aa+4bb}{4f-2a+\cfrac{9aa+4bb}{4f-2a+\cfrac{25aa+4bb}{4f-2a+\cfrac{49aa+4bb}{4f-2a+\text{etc.}}}}}$$

At vero productum continuum, ex praecedente forma, loco b scribendo $b\sqrt{-1}$, ita imaginarie expressum se prodit:

$$A=(f-b\sqrt{-1})\cdot\frac{(f+b\sqrt{-1})(f+2a-b\sqrt{-1})}{(f+a+b\sqrt{-1})(f+a-b\sqrt{-1})}\cdot\frac{(f+2a+b\sqrt{-1})(f+4a-b\sqrt{-1})}{(f+3a+b\sqrt{-1})(f+3a-b\sqrt{-1})}\ \text{etc.}$$

Evidens autem est in eadem expressione §. 26. allata etiam loco b scribi potuisse $-b\sqrt{-1}$, unde prodiisset:

$$A=(f+b\sqrt{-1})\frac{(f-b\sqrt{-1})(f+2a+b\sqrt{-1})}{(f+a-b\sqrt{-1})(f+a+b\sqrt{-1})}\cdot\frac{(f+2a-b\sqrt{-1})(f+4a+b\sqrt{-1})}{(f+3a-b\sqrt{-1})(f+3a+b\sqrt{-1})}.$$

Productum igitur harum duarum expressionum fit reale, erit enim

$$A^2=(ff+bb)\frac{(ff+bb)((f+2a)^2+bb)}{((f+a)^2+bb)((f+a)^2+bb)}\cdot\frac{((f+2a)^2+bb)((f+4a)^2+bb)}{((f+3a)^2+bb)((f+3a)^2+bb)}.\ \text{etc.}$$

quae expressio congruit cum superiore, §. 25. inventa.

§. 30. At vero etiam expressio per formulas integrales evadit imaginaria. Si enim in formulis §. 27. loco b scribatur $b\sqrt{-1}$, orietur sequens expressio:

$$A=(f-b\sqrt{-1})\int\frac{x^{f+a-1-b\sqrt{-1}}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}}:\int\frac{x^{f-1+b\sqrt{-1}}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}}.$$

Verum mutato imaginariorum signo erit

$$A = (f + b\sqrt{-1}) \int \frac{x^{f+a-1+b\sqrt{-1}}\,\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}} : \int \frac{x^{f-1-b\sqrt{-1}}\,\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}},$$

ubi nullum est dubium, quin in utraque expressione imaginaria se mutuo destruant, etiamsi nulla pateat methodus hanc mutuam imaginariorum destructionem actu evolvere.

§. 31. Verum si hae ambae expressiones in se mutuo ducantur, tum ista destructio haud difficulter ostendi poterit. Cum enim productum sit

$$A^2 = (ff + bb) \frac{\int \frac{x^{f+a-1-b\sqrt{-1}}\,\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}} \cdot \int \frac{x^{f+a-1+b\sqrt{-1}}\,\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}}}{\int \frac{x^{f-1+b\sqrt{-1}}\,\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}} \cdot \int \frac{x^{f-1-b\sqrt{-1}}\,\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}}},$$

demonstrari potest tam in numeratore quam in denominatore imaginaria seorsim se destruere, quod quidem pro denominatore ostendisse sufficiet, cum numerator inde oriatur, scribendo $f + a$ loco f.

§. 32. Quo demonstratio succinctior reddatur, ponamus brevitatis gratia $\frac{x^{f-1}\,\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}} = \partial V$, quo facto denominator nostrae expressionis, imaginariis affectae, erit

$$\int x^{+b\sqrt{-1}}\,\partial V \cdot \int x^{-b\sqrt{-1}}\,\partial V.$$

Jam statuatur factorum

summa $= \int (x^{b\sqrt{-1}} + x^{-b\sqrt{-1}})\,\partial V = p$,

differentia $= \int (x^{b\sqrt{-1}} - x^{-b\sqrt{-1}})\,\partial V = q$,

atque notum est productum propositum fore

$$\int x^{b\sqrt{-1}}\partial V \,.\, \int x^{-b\sqrt{-1}}\partial V = \frac{pp-qq}{4}.$$

Monstrabo igitur tam pp quam qq ad quantitates reales reduci posse.

§. 33. Hunc in finem loco x in potestatibus imaginariis scribamus e^{lx}, ut fiat

$$p = \int (e^{blx\sqrt{-1}} + e^{-blx\sqrt{-1}})\partial V,$$
$$q = \int (e^{blx\sqrt{-1}} - e^{-blx\sqrt{-1}})\partial V.$$

Cum igitur noverimus esse

$$e^{\Phi\sqrt{-1}} + e^{-\Phi\sqrt{-1}} = 2\cos.\Phi \text{ et}$$
$$e^{\Phi\sqrt{-1}} - e^{-\Phi\sqrt{-1}} = 2\sqrt{-1}\sin.\Phi,$$

posito brevitatis gratia $blx = \Phi$ fiet

$$p = 2\int\partial V\cos.\Phi \text{ et } q = 2\sqrt{-1}\int\partial V\sin.\Phi,$$

unde sponte fluit denominator

$$\frac{pp-qq}{4} = (\int\partial V\cos.\Phi)^2 + (\int\partial V\sin.\Phi)^2,$$

expressio quae manifesto est realis.

§. 34. Hinc facile colligitur valor numeratoris, quippe qui erit

$$\int x^a\partial V\cos.\Phi)^2 + (\int x^a\partial V\sin.\Phi)^2,$$

ita ut expressio nostra, imaginariis turbata, pro A^2 sequenti modo realiter repraesentetur:

$$A^2 = (ff+bb)\frac{(\int x^a\partial V\cos.\Phi)^2 + (\int x^a\partial V\sin.\Phi)^2}{(\int\partial V\cos.\Phi)^2 + \int\partial V\sin.\Phi)^2},$$

existente $\partial V = \frac{x^{f-1}\partial x}{\sqrt{1-x^{2a}}}$ et $\Phi = blx$.

§. 35. In analysi autem adhuc desideratur methodus per integrationem tractandi hujusmodi formulas:

$$\int \frac{x^{f-1}\partial x \cos. b l x}{\sqrt{-x^{2a}}} \text{ et } \int \frac{x^{f-1}\partial x \sin. b l x}{\sqrt{1-x^{2a}}}.$$

Interim tamen si denominator abesset, utraque formula revera integrari posset, id quod sequenti modo ostendisse operae pretium erit.

§. 36. Praestari enim hoc poterit ope reductionis notissimae $\int P\partial Q = PQ - \int Q\partial P$. Si scilicet pro formula priore sumatur $P = \cos. blx$ et $\partial Q = x^{f-1}\partial x$, fiet

$$\int x^{f-1}\partial x \cos. blx = \frac{x^f}{f}\cos. blx + \frac{b}{f}\int x^{f-1}\partial x \sin. blx.$$

Pro altera vero, sumto $P = \sin. blx$ et $\partial Q = x^{f-1}\partial x$, erit

$$\int x^{f-1}\partial x \sin. blx = \frac{x^f}{f}\sin. blx - \frac{b}{f}\int x^{f-1}\partial x \cos. blx.$$

Hinc porro colligitur substituendo

$$\int x^{f-1}\partial x \cos. blx = \frac{x^f}{ff+bb}(f\cos. blx + b\sin. blx);$$

$$\int x^{f-1}\partial x \sin. blx = \frac{x^f}{ff+bb}(f\sin. blx - b\cos. blx).$$

At vero, accedente denominatore, nihil aliud intelligitur, nisi integrale ad genus quantitatum maxime transcendentium, adhuc ignotum, revolvi.

METHODUS SUCCINCTA SUMMAS SERIERUM INFINITARUM PER FORMULAS DIFFERENTIALES INVESTIGANDI.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibuit die 13 Martii 1780.

§. 1. Etsi hoc argumentum jam saepius pertractavi, tamen pleraque, quae ad summas commode exprimendas spectant, per varios libros sunt dispersa, atque etiam per ambages eruta; quamobrem hic succinctam methodum sum traditurus, cujus ope seriei cujuscunque summa facili calculo, sine ambagibus, per formam simplicissimam indagari poterit.

§. 2. Sit igitur X functio quaecunque ipsius x, et X', X'', X''', etc. inde oriantur, si loco x successive scribatur $x+1$, $x+2$, $x+3$, etc. Hinc ergo literae illae X, X', X'', X''', etc. mihi designabunt terminos cujusque seriei indicibus x, $x+1$, $x+2$, $x+3$, etc. respondentes. His positis duos casus serierum infinitarum sum contemplaturus, quorum priore termini omnes eodem signo $+$ affecti progrediuntur, ita ut series summanda sit:

$$X + X' + X'' + X''' + \text{etc.}$$

Altero vero casu iidem termini signis alternantibus procedant, ita ut series summanda sit $X - X' + X'' - X''' + \text{etc.}$ Hos igitur duos casus seorsim evolvam.

Casus I.

Summatio seriei infinitae

$$S = X + X' + X'' + X''' + \text{etc.}$$

§. 3. Denotet S' summam ejusdem seriei primo termino truncatae, ita ut sit $S' = X' + X'' + X''' + \text{etc.}$ et cum S sit certa functio ipsius x, quam hic potissimum investigamus, erit S' similis functio ipsius $x + 1$. Evidens ergo est, fore $S - S' = X$. Quare cum sit

$$S' = S + \partial S + \tfrac{1}{2}\partial\partial S + \text{etc.}$$

ubi denominatores, potestates elementi ∂x continentes, ut brevitati consulam, praetermitto, siquidem quasi sponte subintelliguntur, hinc nostra aequatio induet hanc formam:

$$0 = X + \partial S + \tfrac{1}{2}\partial\partial S + \tfrac{1}{6}\partial^3 S + \tfrac{1}{24}\partial^4 S + \text{etc.}$$

§. 4. Quodsi ergo ista series valde convergat, propemodum erit $\partial S = -X$, ideoque $S = -\int X \partial x$, quod integrale per constantem ita est determinandum, ut sumto x infinite magno evanescat, propterea quod termini infinitesimi pro nihilo haberi possunt, quia aliâs series ipsa nullam haberet summam finitam. Cognita propemodum

summa, pro vera summa statuamus

$$S = -\int X \partial x - \alpha X - \beta \partial X - \gamma \partial \partial X - \text{etc.}$$

eritque hinc

$$\partial S = - X - \alpha \partial X - \beta \partial \partial X - \gamma \partial^3 X - \text{etc.}$$

Quod si jam pro singulis differentialibus ipsius S valores inde oriundi substituantur, pervenietur ad sequentem aequationem:

$$\left.\begin{array}{llllll} + X - \alpha\partial X & - \beta\partial\partial X & - \gamma\partial^3 X & - \delta\partial^4 X & - \text{etc.} \\ - X - \frac{1}{2} & - \frac{1}{2}\alpha & - \frac{1}{2}\beta & - \frac{1}{2}\gamma & - \text{etc.} \\ & - \frac{1}{6} & - \frac{1}{6}\alpha & - \frac{1}{6}\beta & - \text{etc.} \\ & & - \frac{1}{24} & - \frac{1}{24}\alpha & - \text{etc.} \\ & & & - \frac{1}{120} & - \text{etc.} \end{array}\right\} = 0$$

et jam coëfficientes incogniti α, β, γ, etc. ex sequentibus aequalitatibus definiri debent:

$$\alpha + \tfrac{1}{2} = 0;\ \beta + \tfrac{1}{2}\alpha + \tfrac{1}{6} = 0;\ \gamma + \tfrac{1}{1}\beta + \tfrac{1}{6}\alpha + \tfrac{1}{24} = 0;\ \text{etc.}$$

unde fit $\alpha = -\frac{1}{2}$; $\beta = \frac{1}{12}$; $\gamma = 0$; etc.

§. 5. Hoc autem modo inventio literarum α, β, γ, etc. nimis foret operosa, neque tamen ulla lex perspiceretur, qua ulterius progrediantur; quamobrem modo prorsus singulari in valores istarum literarum inquiram. Considerabo scilicet seriem ordinariam, secundum eosdem coëfficientes procedentem, quae sit $V = [illegible] + \alpha z + \beta z^2 + \gamma z^3 + \delta z^4 + \text{etc.}$ atque evidens est, si [illegible]is seriei summa V ad formam finitam perduci queat; tum, si eadem secundum potestates

ipsius z evolvatur, eandem seriem necessario provenire debere, quo pacto valores litterarum α, β, γ, δ, etc. sponte innotescent.

§. 6. Ex relationibus igitur, quae inter litteras α, β, γ, δ, etc. intercedunt, supra §. 4. allatis, sequentes operationes instituantur:

$$\begin{array}{rcllllll}
V & = & 1 + \alpha z & + \beta z^2 & + \gamma z^3 & + \delta z^4 & + \varepsilon z^5 & + \text{etc.} \\
\frac{1}{2} z \, V & = & & + \frac{1}{2} & + \frac{1}{2}\alpha & + \frac{1}{2}\beta & + \frac{1}{2}\gamma & + \frac{1}{2}\delta + \text{etc.} \\
\frac{1}{6} zz V & = & & - & + \frac{1}{6} & + \frac{1}{6}\alpha & + \frac{1}{6}\beta & + \frac{1}{6}\gamma + \text{etc.} \\
\frac{1}{24} z^3 V & = & & - & - & + \frac{1}{24} & + \frac{1}{24}\alpha & + \frac{1}{24}\beta + \text{etc.} \\
\frac{1}{120} z^4 V & = & & - & - & - & + \frac{1}{120} & + \frac{1}{120}\alpha + \text{etc.} \\
\frac{1}{720} z^5 V & = & & - & - & - & - & + \frac{1}{720} + \text{etc.}
\end{array}$$

etc.

Hoc scilicet modo omnes termini, praeter primum, ad nihilum sunt redacti; eritque ergo

$$V\left(1 + \tfrac{1}{2}z + \tfrac{1}{6}z^2 + \tfrac{1}{24}z^3 + \tfrac{1}{120}z^4 + \tfrac{1}{720}z^5 + \text{etc.}\right) = 1.$$

§. 7. Cum igitur sit $e^z = 1 + z + \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{24}z^4 + \text{etc.}$ erit $\frac{V(e^z - 1)}{z} = 1$, ideoque $V = \frac{z}{e^z - 1}$, quae expressio quo facilius iterum in seriem converti queat, ponamus $z = 2t$, ut sit $V = \frac{2t}{e^{2t} - 1}$, ideoque $V + t = t \cdot \frac{e^{2t} + 1}{e^{2t} - 1}$. Nunc statuatur $\frac{e^{2t} + 1}{e^{2t} - 1} = u$, fietque $V = tu - t$. Cum igitur sit $u = \frac{e^t + e^{-t}}{e^t - e^{-t}}$, hinc exponentialibus evolutis erit

$$u = \frac{1 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{24}t^4 + \frac{1}{720}t^6 + \text{etc.}}{t + \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{120}t^5 + \frac{1}{5040}t^7 + \text{etc.}},$$

ubi in numeratore solae potestates pares, in denominatore vero solae potestates impares occurrunt. Patet autem, sumto t quam minimo, fieri $u = \frac{1}{t}$, sequentes vero terminos per potestates t, t^3, t^5, etc. esse progressuros.

§. 8. Cum igitur posuerimus $u = \frac{e^{2t}+1}{e^{2t}-1}$, erit $e^{2t} = \frac{u+1}{u-1}$, ideoque $2t = l\frac{u+1}{u-1}$. Hinc ergo differentiando erit $\partial t = -\frac{\partial u}{uu-1}$, unde concluditur fore $\frac{\partial u}{\partial t} + uu - 1 = 0$. Quia autem novimus, primum terminum seriei, qua u exprimitur, esse $\frac{1}{t}$ et sequentium potestatum exponentes binario crescere, statuatur:

$$u = \frac{1}{t} + 2At - 2Bt^3 + 2Ct^5 - 2Dt^7 + \text{etc.}$$

fiatque substitutio sequenti modo:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{tt} + 2A - 6Btt + 10Ct^4 - 14Dt^6 + 18Et^8 - \text{etc.}\\
uu &= +\frac{1}{tt} + 4A - 4B + 4C - 4D + 4E - \text{etc.}\\
&\qquad\qquad + 4AA - 8AB + 8AC - 8AD + \text{etc.}\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad + 4BB - 8BC + \text{etc.}\\
-1 &= -1
\end{aligned}$$

ubi termini primi se sponte destruunt, reliqui vero sequentes praebent determinationes:

$6A = 1$ ergo $A = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$,

$10B = 4AA$ . . . $B = \frac{2}{5}AA = \frac{1}{90}$,

$14C = 8AB$ . . . $C = \frac{2}{7} \cdot 2AB = \frac{1}{945}$,

$18D = 8AC + 4BB$ . . . $D = \frac{2}{9}(2AC + BB) = \frac{1}{9540}$,

$22E = 8(AD + BC)$, ergo $E = \frac{2}{11}(2AD + 2BC) = \frac{1}{93555}$,

etc.

§. 9. Hae ergo litterae A, B, C, D, etc. prorsus eaedem sunt, quibus olim ad summas potestatum reciprocarum exprimendas sum usus, siquidem inveni esse:

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \text{etc.} = A\pi^2,$$
$$1 + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{16^2} + \frac{1}{25^2} + \text{etc.} = B\pi^4,$$
$$1 + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{9^3} + \frac{1}{16^3} + \frac{1}{25^3} + \text{etc.} = C\pi^6,$$

etc.

quos valores usque ad potestatem trigesimam quartam per calculos valde operosos sum exsecutus.

§. 10. Cum igitur sumserimus:

$$u = \frac{1}{t} + 2At - 2Bt^3 + 2Ct^5 - \text{etc.}$$

ob $V = tu - t$ erit

$$V = 1 - t + 2At^2 - 2Bt^4 + 2Ct^6 - 2Dt^8 + \text{etc.}$$

ubi nil aliud superest, nisi ut loco t scribatur $\frac{1}{2}z$, unde prodit

$$V = 1 - \frac{z}{2} + \frac{Azz}{2} - \frac{Bz^4}{8} + \frac{Cz^6}{32} - \frac{Dz^8}{128} + \text{etc.}$$

Cum igitur habuerimus

$$V = 1 + \alpha z + \beta z^2 + \gamma z^3 + \text{etc.}$$

collatione instituta reperiemus $\alpha = \frac{1}{2}$; $\beta = \frac{1}{2}A$; $\gamma = 0$; $\delta = -\frac{1}{8}B$; $\varepsilon = 0$; $\zeta = \frac{1}{32}C$; $\eta = 0$; etc.

§. 11. Inventis jam valoribus harum litterarum summa seriei propositae

$$S = X + X' + X'' + X''' + \text{etc.}$$

sequenti modo exprimetur:

$$S = -\int X\partial x + \tfrac{1}{2}X - \tfrac{1}{2}A\partial X + \tfrac{1}{8}B\partial^3 X - \tfrac{1}{32}C\partial^5 X$$
$$+ \tfrac{1}{128}D\partial^7 X - \tfrac{1}{512}E\partial^9 X + \text{etc.}$$

ubi integrale $\int X\partial x$ ita capi debet, ut posito $x = \infty$ evanescat; unde patet, si constans adjicienda debeat esse infinita, etiam ipsam seriei summam fore infinitam.

§. 12. Consideremus exemplum, quo $X = \frac{1}{x^n}$, ita ut hujus seriei summa sit quaerenda:

$$S = \frac{1}{x^n} + \frac{1}{(x+1)^n} + \frac{1}{(x+2)^n} + \frac{1}{(x+3)^n} + \text{etc.}$$

Hic igitur erit $\int X\partial x = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}$, quae forma ut evanescat posito $x = \infty$, necesse est ut exponens n sit unitate major. Alioquin enim, si esset $n = 1$ vel $n < 1$, summa seriei certe foret infinite magna. Porro vero erit $\partial X = -\frac{n}{x^{n+1}}$, hinc $\partial^3 X = -\frac{n(n+1)(n+2)}{x^{n+3}}$; $\partial^5 X = -\frac{n \ldots (n+4)}{x^{n+5}}$; etc. quibus valoribus substitutis summa quaesita erit:

$$S = \frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + \frac{1}{2x^n} + \frac{A}{2} \cdot \frac{n}{x^{n+1}} - \frac{B}{8} \cdot \frac{n(n+1)(n+2)}{x^{n+3}} + \frac{C}{32} \cdot \frac{n \ldots (n+4)}{x^{n+5}} - \text{etc.}$$

quae series eo magis converget, quo major accipietur numerus x, praeterquam quod literae A, B, C, etc. progressionem valde convergentem constituunt.

§. 13. Quod si ergo ab unitate incipiendo hi termini $1 + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{4^n} \ldots\ldots \frac{1}{(x-1)^n}$ actu colligantur, eorumque summa vocetur Δ, ejusdem seriei in infinitum continuatae summa erit $\Delta + S$. Hoc modo olim summas talium serierum infinitarum pro singulis exponentis n va-

loribus 2, 3, 4, 5, etc. ad plures figuras decimales computavi, sumto scilicet $x = 10$, quo pacto calculus satis expedite absolvi poterat.

Casus 2.

Summatio seriei infinitae

$$S = X - X' + X'' - X''' + X^{IV} - \text{etc.}$$

§. 14. Quod si igitur index x unitate augeatur, habebimus $S' = X' - X'' + X''' - X^{IV} + \text{etc.}$ Addatur haec aequatio ad praecedentem, prodibitque aequatio finita $S + S' = X$. Quare per formulas differentiales habebimus:

$$X = 2S + \partial S + \tfrac{1}{2}\partial\partial S + \tfrac{1}{6}\partial^3 S + \tfrac{1}{24}\partial^4 S + \text{etc.}$$

unde neglectis differentialibus erit $S = \frac{1}{2}X$, qui ergo erit primus terminus seriei quam quaerimus. Statuamus igitur

$$S = \tfrac{1}{2}X + \alpha\partial X + \beta\partial\partial X + \gamma\partial^3 X + \text{etc.}$$

et facta substitutione fiet:

$$\begin{array}{llllll}
2S = X & + 2\alpha\partial X & + 2\beta\partial\partial X & + 2\gamma\partial^3 X & + 2\delta\partial^4 X & + \text{etc.} \\
\partial S = & \tfrac{1}{2} & + \alpha & + \beta & + \gamma & + \text{etc.} \\
\tfrac{1}{2}\partial\partial S = & - & + \tfrac{1}{4} & + \tfrac{1}{2}\alpha & + \tfrac{1}{2}\beta & + \text{etc.} \\
\tfrac{1}{6}\partial^3 S = & - & - & + \tfrac{1}{12} & + \tfrac{1}{6}\alpha & + \text{etc.} \\
\tfrac{1}{24}\partial^4 S = & - & - & - & + \tfrac{1}{48} & + \text{etc.} \\
\text{etc.} & & & & \text{etc.} &
\end{array}$$

quae expressio tota soli X est aequanda.

§. 15. Singulis igitur columnis verticalibus ad nihilum redactis orientur sequentes aequalitates:

$$2\alpha + \frac{1}{2} = 0;\ 2\beta + \alpha + \frac{1}{4} = 0;\ 2\gamma + \beta + \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{12} = 0;$$
$$2\delta + \gamma + \frac{1}{2}\beta + \frac{1}{6}\alpha + \frac{1}{24} = 0;\ \text{etc.}$$

unde priores saltem literae has recipiunt determinationes:

$$\alpha = -\frac{1}{4};\ \beta = 0;\ \gamma = \frac{1}{48};\ \delta = 0;\ \text{etc.}$$

§. 16. Quo autem hos valores facilius investigemus, consideremus hanc seriem:

$$V = \frac{1}{2} + \alpha z + \beta z^2 + \gamma z^3 + \text{etc.}$$

cujus scilicet summam V quaeri oporteat. Inde ergo sequentes derivemus series:

$$\begin{array}{lllllll}
2V = 1 + 2\alpha z + 2\beta zz + 2\gamma z^3 + 2\delta z^4 + 2\varepsilon z^5 + \text{etc.} \\
Vz = & + \frac{1}{2}z & + \alpha zz & + \beta z^3 & + \gamma z^4 & + \delta z^5 & + \text{etc.} \\
\frac{1}{2}Vzz = & - & + \frac{1}{4} & + \frac{1}{2}\alpha & + \frac{1}{2}\beta & + \frac{1}{2}\gamma & + \text{etc.} \\
\frac{1}{6}Vz^3 = & - & - & + \frac{1}{12} & + \frac{1}{6}\alpha & + \frac{1}{6}\beta & + \text{etc.} \\
\frac{1}{24}Vz^4 = & - & - & - & + \frac{1}{48} & + \frac{1}{24}\alpha & + \text{etc.} \\
\text{etc.}
\end{array}$$

Harum igitur serierum summa, ob aequalitates ante allatas, fiet $= 1$, sicque habebimus istam aequationem:

$$V\left(2 + z + \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{24}z^4 + \text{etc.}\right) = 1.$$

Quare cum sit

$$e^z = 1 + z + \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{6}z^3 + \text{etc.}$$

erit manifesto $V(1 + e^z) = 1$, sive $V = \frac{1}{1 + e^z}$, unde fit $2V - 1 = \frac{1 - e^z}{1 + e^z}$.

§. 17. Ponatur igitur ut ante $\frac{e^z - 1}{e^z + 1} = u$, ut sit $2V = 1 - u$, sitque iterum $z = 2t$, ita ut $u = \frac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}}$, et

facta evolutione erit $u = \frac{t + \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{120}t^5 + \frac{1}{5040}t^7 + etc.}{1 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{24}t^4 + \frac{1}{720}t^6 + etc.}$. Unde patet seriei, valorem ipsius u exprimentis, primum terminum fore t, sequentes vero per potestates impares ipsius t progredi.

§. 18. Cum igitur sit $u = \frac{e^{2t} - 1}{e^{2t} + 1}$, erit $e^{2t} = \frac{1+u}{1-u}$, ideoque $2t = l\frac{1+u}{1-u}$, unde differentiando fit $\partial t = \frac{\partial u}{1-uu}$, ita ut $\frac{\partial u}{\partial t} + uu - 1 = 0$, quae est ipsa aequatio pro casu priore inventa. Neque tamen propterea pro u eadem series provenit. Quoniam enim hic primus seriei terminus debet esse $= t$, fingenda est hujusmodi series:

$$u = t - \mathfrak{A}t^3 + \mathfrak{B}t^5 - \mathfrak{C}t^7 + \mathfrak{D}t^9 - \mathfrak{E}t^{11} + \text{etc.}$$

fierique debebit facta substitutione:

$$\begin{array}{llllllll}
\frac{\partial u}{\partial t} = & 1 & - 3\mathfrak{A}tt & + 5\mathfrak{B}t^4 & - 7\mathfrak{C}t^6 & + 9\mathfrak{D}t^8 & - 11\mathfrak{E}t^{10} & + \text{etc.} \\
uu = & & + 1 & - 2\mathfrak{A} & + 2\mathfrak{B} & - 2\mathfrak{C} & + 2\mathfrak{D} & - \text{etc.} \\
 & & & + \mathfrak{A}^2 & - 2\mathfrak{A}\mathfrak{B} & + 2\mathfrak{A}\mathfrak{C} & & - \text{etc.} \\
 & & & & & + \mathfrak{B}^2 & & - \text{etc.} \\
-1 = & -1 & & & & & &
\end{array}$$

atque hinc sequentes oriuntur determinationes:

$3\mathfrak{A} = 1$ ideoque $\mathfrak{A} = \frac{1}{3}$,

$5\mathfrak{B} = 2\mathfrak{A}$ ideoque $\mathfrak{B} = \frac{2}{5}\mathfrak{A} = \frac{2}{15}$,

$7\mathfrak{C} = 2\mathfrak{B} + \mathfrak{A}^2$ hinc $\mathfrak{C} = \frac{2}{7}\mathfrak{B} + \frac{1}{7}\mathfrak{A}^2 = \frac{17}{315}$,

$9\mathfrak{D} = 2\mathfrak{C} + 2\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ ergo $\mathfrak{D} = \frac{2}{9}\mathfrak{C} + \frac{2}{9}\mathfrak{A}\mathfrak{B} = \frac{62}{2835}$,

etc. etc.

§. 19. Cum igitur sit $V = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}u$, si loco t restituamus $\frac{z}{2}$, pro V hanc reperiemus seriem:

$$V = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}z + \frac{1}{16}\mathfrak{A}z^3 - \frac{1}{64}\mathfrak{B}z^5 + \frac{1}{256}\mathfrak{C}z^7 - \frac{1}{1024}\mathfrak{D}z^9 + \text{etc.}$$

Quare cum posuerimus

$$V = \frac{1}{2} + \alpha z + \beta z^2 + \gamma z^3 + \delta z^4 \text{ etc.}$$

hinc colligimus valores literarum α, β, γ, δ, etc. qui ergo erunt $\alpha = -\frac{1}{4}$; $\beta = 0$; $\gamma = \frac{1}{16}\mathfrak{A}$; $\delta = 0$; $\varepsilon = -\frac{1}{64}\mathfrak{B}$; $\zeta = 0$; $\eta = \frac{1}{256}\mathfrak{C}$; $\theta = 0$; etc. consequenter summa quaesita erit:

$$S = \frac{1}{2}X - \frac{1}{4}\partial X + \frac{1}{16}\mathfrak{A}\partial^3 X + \frac{1}{64}\mathfrak{B}\partial^5 X + \frac{1}{256}\mathfrak{C}\partial^7 X - \text{etc.}$$

§. 20. Comparemus nunc istos coëfficientes cum iis quos in casu praecedente pro similibus differentialibus sumus adepti, qui erant $\frac{A}{2}$, $\frac{B}{8}$, $\frac{C}{32}$, etc. atque egregiam relationem inter utrosque deprehendemus, uti ex hoc schemate videre licet:

∂X	$\frac{1}{4}$	:	$\frac{A}{2}$	=	3	=	$2^2 - 1$,
$\partial^3 X$	$\frac{\mathfrak{A}}{16}$	:	$\frac{B}{8}$	=	15	=	$2^4 - 1$,
$\partial^5 X$	$\frac{\mathfrak{B}}{64}$	:	$\frac{C}{32}$	=	63	=	$2^6 - 1$,
$\partial^7 X$	$\frac{\mathfrak{C}}{256}$	:	$\frac{D}{128}$	=	255	=	$2^8 - 1$,
$\partial^9 X$	$\frac{\mathfrak{D}}{1024}$	:	$\frac{E}{512}$	=	1023	=	$2^{10} - 1$,
etc.			etc.				

§. 21. Per eosdem igitur numeros notissimos A, B, C, D, etc. etiam hoc casu summa quaesita sequenti modo commode exprimetur:

$$S = \tfrac{1}{2}X - (2^2-1)\tfrac{A}{2}\,.\,\partial X + (2^4-1)\tfrac{B}{8}\,.\,\partial^3 X - (2^6-1)\tfrac{C}{32}\,.\,\partial^5 X + (2^8-1)\tfrac{D}{128}\,.\,\partial^7 X - (2^{10}-1)\tfrac{E}{512}\,.\,\partial^9 X + \text{etc.}$$

quam seriem quousque lubuerit continuare licet.

DE SERIEBUS MEMORABILIBUS
QUIBUS SINUS ET COSINUS ANGULORAM MULTIPLORUM EXPRIMERE LICET.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibuit die 13 Mart. 1780.

§. 1. Series, quas hic sum expositurus, non tam ob usum in multiplicatione angulorum, quam ob eximia calculi artificia, quae me ad eas perduxerunt, imprimis autem propter egregiam simplicitatem legis, qua earum termini progrediuntur, omni attentione dignae videntur. Ad eas autem commodius investigandas utor characteribus, quibus coëfficientes potestatum binomialium designare soleo. Ita si x fuerit exponens potestatis, hi characteres sequentes habeant significationes:

$$\left(\frac{x}{1}\right) = x; \ \left(\frac{x}{2}\right) = \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2}; \ \left(\frac{x}{3}\right) = \frac{x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}; \text{ etc.}$$

sicque in genere erit:

$$\left(\frac{x}{n}\right) = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) \ldots (x-(n-1))}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots n}.$$

§. 2. Proposito nunc angulo quocunque ϕ, pro ejus multiplo quocunque $x\phi$ tales series, secundum memoratos characteres procedentes, indagabo, quae tam cosinum quam

sinum hujus anguli multipli exprimant. Ac primo quidem pro cosinu istam fingo seriem:

$$\cos. x\phi = 1 + \left(\frac{x}{1}\right) A + \left(\frac{x}{2}\right) B + \left(\frac{x}{3}\right) C + \left(\frac{x}{4}\right) D \text{ etc.}$$

quae semper abrumpitur, quoties x denotat numerum integrum positivum; reliquis autem casibus in infinitum excurrit. Ad has autem literas A, B, C, D, etc. investigandas loco x successive assumo valores 1, 2, 3, 4, etc., ubi quidem valores $\cos. \phi$, $\cos. 2\phi$, $\cos. 3\phi$, $\cos. 4\phi$, etc. tanquam cognitos specto.

§. 3. Facta igitur hac evolutione sequentes valores pro literis A, B, C, D, etc. reperientur:

Si	erit
$x = 1$	$\cos. \phi = 1 + A$, ergo $A = \cos. \phi - 1$,
$x = 2$	$\cos. 2\phi = 1 + 2A + B$, ergo $B = \cos. 2\phi - 2\cos. \phi + 1$,
$x = 3$	$\cos. 3\phi = 1 + 3A + 3B + C$, ergo $C = \cos. 3\phi - 3\cos. 2\phi + 3\cos. \phi - 1$,
$x = 4$	$\cos. 4\phi = 1 + 4A + 6B + 4C + C + D$, ergo $D = \cos. 4\phi - 4\cos. 3\phi + 6\cos. 2\phi - 4\cos. \phi + 1$,
$x = 5$	$\cos. 5\phi = 1 + 5A + 10B + 10C + 5D + E$, ergo $E = \cos. 5\phi - 5\cos. 4\phi + 10\cos. 8\phi - 10\cos. 2\phi + 5\cos. \phi - 1$
etc.	etc.

§. 4. Hinc ergo in genere, pro casu $x = n$, si litera coëfficienti $\left(\frac{x}{n}\right)$ jungenda fuerit N, sequitur fore:

$N = \cos. N\phi - (\frac{n}{1})\cos.(n-1)\phi + (\frac{n}{2})\cos.(n-2)\phi - (\frac{n}{3})\cos.(n-3)\phi + \text{etc.}$
Nunc igitur praecipuum negotium huc redit, ut istius expressionis indefinitae valor ad formulam finitam reducatur, id quod fit, si illius seriei summam, quae est N, elicuerimus. Quanquam autem plures jam hujusmodi series, secundum cosinus procedentes, sunt summatae, tamen methodi, quibus auctores, ad eas investigandas, sunt usi, vix, ac ne vix quidem, ad hunc casum accommodari posse videntur. Singularem igitur methodum hic proponam, quae me ad hunc scopum perduxit.

§. 5. Considero scilicet has binas formulas imaginarias: $p = \cos.\phi + \sqrt{-1}\sin.\phi$ et $q = \cos.\phi - \sqrt{-1}\sin.\phi$, ex quibus constat fore $p^n + q^n = 2\cos. n\phi$, ideoque $\cos. n\phi = \frac{1}{2}(p^n + q^n)$. Similique modo erit

$$\cos.(n-1)\phi = \tfrac{1}{2}(p^{n-1} + q^{n-1});$$

et ita porro, quibus valoribus substitutis, et potestatibus literarum p et q seorsim positis, facta multiplicatione per 2, habebimus:

$$2N = +p^n - (\tfrac{n}{1})p^{n-1} + (\tfrac{n}{2})p^{n-2} - (\tfrac{n}{3})p^{n-3} + \text{etc.}$$
$$+q^n - (\tfrac{n}{1})q^{n-1} + (\tfrac{n}{2})q^{n-2} - (\tfrac{n}{3})q^{n-3} + \text{etc.}$$

Hic autem evidens est superioris seriei summam esse $(p-1)^n$, inferioris vero $(q-1)^n$, ita ut jam futurum sit

$$2N = (p-1)^n + (q-1)^n,$$

quas formulas ergo ulterius prosequi oportet.

§. 6. Cum igitur sit $p = \cos.\phi + \sqrt{-1}\,\sin.\phi$, erit $p - 1 = \cos.\phi - 1 + \sqrt{-1}\,\sin.\phi$. Jam statuamus $\phi = 2\omega$, et cum sit $\cos.\phi = 1 - 2\sin.\omega^2$ et $\sin.\phi = 2\sin.\omega\cos.\omega$, habebimus $p - 1 = 2\sin.\omega\,(\sqrt{-1}\cos.\omega - \sin.\omega)$ quae expressio reducitur ad hanc:

$$p - 1 = 2\sqrt{-1}\,\sin.\omega\,(\cos.\omega + \sqrt{-1}\,\sin.\omega).$$

Simili autem modo reperietur

$$q - 1 = -2\sqrt{-1}\,\sin.\omega\,(\cos.\omega - \sqrt{-1}\,\sin.\omega).$$

Ex his igitur formulis conficietur

$$(p-1)^n = 2^n\,(\sqrt{-1})^n\,\sin.\omega^n\,(\cos.n\omega + \sqrt{-1}\,\sin.n\omega),$$
$$(q-1)^n = 2^n\,(-\sqrt{-1})^n\,\sin.\omega^n\,(\cos.n\omega - \sqrt{-1}\,\sin.n\omega),$$

quarum ergo formularum summa praebet valorem ipsius $2N$, quem quaerimus.

§. 7. Potestates autem imaginariorum $\sqrt{-1}$ et $-\sqrt{-1}$ modo fiunt $+1$, modo -1, modo imaginariae $\pm\sqrt{-1}$, prout exponens n fuerit numerus vel formae $4i$, vel $4i+1$, vel $4i+2$, vel $4i+3$, quandoquidem constat esse:

$$(\sqrt{-1})^{4i} = +1;\quad (-\sqrt{-1})^{4i} = +1,$$
$$(\sqrt{-1})^{4i+1} = \sqrt{-1};\quad (-\sqrt{-1})^{4i+1} = -\sqrt{-1},$$
$$(\sqrt{-1})^{4i+2} = -1;\quad (-\sqrt{-1})^{4i+2} = -1,$$
$$(\sqrt{-1})^{4i+3} = -\sqrt{-1};\quad (-\sqrt{-1})^{4i+3} = +\sqrt{-1}.$$

§. 8. Hac observatione praemissa tribuamus nunc successive exponenti n valores 1, 2, 3, 4, etc. quo pacto N

denotabit successive literas A, B, C, D, etc. quarum ergo valores sequenti modo per angulum $\omega = \frac{1}{2}\Phi$ expressos reperiemus. Sit igitur primo $n = 1$, erit:

$$2A = 2\sqrt{-1}\sin.\omega(\cos.\omega + \sqrt{-1}\sin.\omega)$$
$$- 2\sqrt{-1}\sin.\omega(\cos.\omega - \sqrt{-1}\sin.\omega),$$

qui ergo valor reducitur ad hanc formam:

$$2A = -4\sin.\omega\sin.\omega, \text{ ideoque } A = -2\sin.\omega\sin.\omega.$$

§. 9. Sumto autem $n = 2$ fiet

$$2B = -4\sin.\omega^2(\cos.2\omega + \sqrt{-1}\sin.2\omega)$$
$$-4\sin.\omega^2(\cos.2\omega - \sqrt{-1}\sin.2\omega),$$

unde colligitur $B = -4\sin.\omega^2\cos.2\omega$.

§. 10. Sit $n = 3$, eritque

$$2C = -8\sqrt{-1}\sin.\omega^3(\cos.3\omega + \sqrt{-1}\sin.3\omega)$$
$$+8\sqrt{-1}\sin.\omega^3(\cos.3\omega - \sqrt{-1}\sin.3\omega),$$

ex quo fit $C = 8\sin.\omega^3\sin.3\omega$.

§. 11. Sumatur $n = 4$, atque nanciscemur

$$2D = 16\sin.\omega^4(\cos.4\omega + \sqrt{-1}\sin.4\omega)$$
$$+16\sin.\omega^4(\cos.4\omega - \sqrt{-1}\sin.4\omega),$$

hincque oritur $D = 16\sin.\omega^4\cos.4\omega$.

§. 12. Sumto porro $n = 5$, fit

$$2E = 32\sqrt{-1}\sin.\omega^5(\cos.5\omega + \sqrt{-1}\sin.5\omega)$$
$$-32\sqrt{-1}\sin.\omega^5(\cos.5\omega - \sqrt{-1}\sin.5\omega),$$

ergo colligendo prodit $E = -32\sin.\omega^5\sin.5\omega$.

§. 13. Pro casu $n = 6$ invenitur

$$2F = -64 \sin.\omega^6 (\cos.6\omega + \sqrt{-1} \sin.6\omega)$$
$$- 64 \sin.\omega^6 (\cos.6\omega - \sqrt{-1} \sin.6\omega),$$

sive $F = -64 \sin.\omega^6 \cos.6\omega$.

§. 14. Statuatur porro $n = 7$, eritque

$$2G = -128\sqrt{-1} \sin.\omega^7 (\cos.7\omega + \sqrt{-1} \sin.7\omega)$$
$$+ 128\sqrt{-1} \sin.\omega^7 (\cos.7\omega - \sqrt{-1} \sin.7\omega);$$

ideoque $G = +128 \sin.\omega^7 \sin.7\omega$.

§. 15. Denique posito $n = 8$ prodit

$$2H = +256 \sin.\omega^8 (\cos.8\omega + \sqrt{-1} \sin.8\omega)$$
$$+ 256 \sin.\omega^8 (\cos.8\omega - \sqrt{-1} \sin.8\omega),$$

hincque $G = +256 \sin.\omega^8 \cos.8\omega$.

§. 16. Istos igitur valores, per periodos quadripartitas progredientes, in sequentibus duabus columnis junctim repraesentemus:

$A = -2 \sin.\omega \sin.\omega$	$F = -2^6 \sin.\omega^6 \cos.6\omega$
$B = -2^2 \sin.\omega^2 \cos.2\omega$	$G = +2^7 \sin.\omega^7 \sin.7\omega$
$C = +2^3 \sin.\omega^3 \sin.3\omega$	$H = +2^8 \sin.\omega^8 \cos.8\omega$
$D = +2^4 \sin.\omega^4 \cos.4\omega$	$I = -2^9 \sin.\omega^9 \sin.9\omega$
$E = -2^5 \sin.\omega^5 \sin.5\omega$	$K = -2^{10} \sin.\omega^{10} \cos.10\omega$
	etc.

consequenter valor formulae propositae, scilicet $\cos. x\Phi$, sive $\cos. 2x\omega$, per sequentem seriem satis concinnam exprimetur:

$$\cos. 2x\omega = \left\{\begin{matrix} 1 - 2\left(\frac{x}{1}\right)\sin.\omega \sin.\ \omega - 4\ \left(\frac{x}{2}\right)\sin.\omega^2 \cos.2\omega \\ + \ 8\left(\frac{x}{3}\right)\sin.\omega^3 \sin.3\omega + 16\ \left(\frac{x}{4}\right)\sin.\omega^4 \cos.4\omega \\ - 32\left(\frac{x}{5}\right)\sin.\omega^5 \sin.5\omega - 64\ \left(\frac{x}{6}\right)\sin.\omega^6 \cos.6\omega \\ + 128\left(\frac{x}{7}\right)\sin.\omega^7 \sin.7\omega + 256\left(\frac{x}{8}\right)\sin.\omega^8 \cos.8\omega \\ - \text{etc.} \qquad\qquad\qquad - \text{etc.} \end{matrix}\right.$$

§. 17. Antequam hanc formulam maxime generalem ad casus particulares accommodemus, observationem prorsus singularem, eamque maximi momenti, in medium attulisse operae pretium est, inde petitam, quod per evolutionem communem sit

$$\cos. x\Phi = 1 - \tfrac{1}{2}x^2\Phi^2 + \tfrac{1}{24}x^4\Phi^4 - \tfrac{1}{720}x^6\Phi^6 + \text{etc.}$$

ubi tantum potestates pares ipsius x occurrunt; quam ob rem necesse est, ut in nostra serie inventa, facta evolutione characterum $\frac{x}{n}$, omnes termini, potestatibus imparibus ipsius x affecti, seorsim se mutuo destruant; quare etiam omnes termini inde resultantes sola litera x affecti junctimque sumti nihilo aequari debebunt, unde istos terminos ex singulis characteribus oriundos hic exponamus:

$\left(\frac{x}{1}\right)$ dat $+ x$	$\left(\frac{x}{2}\right)$ dat $-\frac{1}{2}x$	$\left(\frac{x}{3}\right)$ dat $+\frac{1}{3}x$	$\left(\frac{x}{4}\right)$ dat $-\frac{1}{4}x$
$\left(\frac{x}{5}\right)$ . . $+\frac{1}{5}x$	$\left(\frac{x}{6}\right)$ . . $-\frac{1}{6}x$	$\left(\frac{x}{7}\right)$ . . $+\frac{1}{7}x$	$\left(\frac{x}{8}\right)$ . . $-\frac{1}{8}x$
$\left(\frac{x}{9}\right)$ . . $+\frac{1}{9}x$	$\left(\frac{x}{10}\right)$ . . $-\frac{1}{10}x$	$\left(\frac{x}{11}\right)$ . . $+\frac{1}{11}x$	$\left(\frac{x}{12}\right)$ . . $-\frac{1}{12}x$
etc.	etc.	etc.	etc.

§. 18. Colligamus igitur omnes istos terminos, ac dividendo per x perveniemus ad sequentem seriem maxime memorabilem:

$$0 = -2\sin.\omega \sin.\omega + \tfrac{1}{2}.2^2 \sin.\omega^2 \cos.2\omega + \tfrac{1}{3}.2^3 \sin.\omega^3 \sin.3\omega$$
$$-\tfrac{1}{4}.2^4 \sin\omega^4 \cos.4\omega - \tfrac{1}{5}.2^5 \sin.\omega^5 \sin.5\omega + \tfrac{1}{6}.2^6 \sin.\omega^6 \cos.6\omega + \text{etc.}$$

unde duas series inter se aequales deducimus, quae sunt

$$2\sin.\omega \sin.\omega - \tfrac{1}{3}.2^3 \sin.\omega^3 \sin.3\omega + \tfrac{1}{5}.2^5 \sin.\omega^5 \sin.5\omega - \text{etc.}$$
$$= \tfrac{1}{2}.2^2 \sin.\omega^2 \cos.2\omega - \tfrac{1}{4}.2^4 \sin.\omega^4 \cos.4\omega + \tfrac{1}{6}.2^6 \sin.\omega^6 \cos.6\omega - \text{etc.}$$

Hinc ergo pulcherrimum theorema condi potest:

Theorema.

Denotante ω angulum quemcunque duae sequentes series:

$$s = \tfrac{2}{1}\sin.\omega \ \sin.\omega - \tfrac{2^3}{3}\sin.\omega^3 \sin.3\omega + \tfrac{2^5}{5}\sin.\omega^5 \sin.5\omega - \text{etc.}$$
$$t = \tfrac{2^2}{2}\sin.\omega^2 \cos.2\omega - \tfrac{2^4}{4}\sin.\omega^4 \cos.4\omega + \tfrac{2^6}{6}\sin.\omega^6 \cos.6\omega - \text{etc.}$$

semper erunt inter se aequales, sive erit $s = t$.

Demonstratio.

§. 19. Hic ubique loco $2\sin.\omega$ scribamus litteram b, ut sit:

$$s = \frac{b\sin.\omega}{1} - \frac{b^3\sin.3\omega}{3} + \frac{b^5\sin.5\omega}{5} - \frac{b^7\sin.7\omega}{7} + \text{etc.}$$
$$t = \frac{b^2\cos.2\omega}{2} - \frac{b^4\cos.4\omega}{4} + \frac{b^6\cos.6\omega}{6} - \frac{b^8\cos.8\omega}{8} + \text{etc.}$$

quarum serierum summas investigemus, nullo habito respectu ad relationem, quae inter litteras b et ω intercedit, quam ob rem nihil impediet, quo minus littera b tanquam constans spectetur; utriusque autem summa inventa loco b restituemus valorem assumtum $2\sin.\omega$, atque videbimus hoc casu revera futurum esse $t = s$.

§. 20. Incipiamus igitur a serie priore, de qua observemus, sumto angulo $\omega = 0$ fore etiam $s = 0$, atque differentiata hac serie reperiemus fore:

$$\frac{\partial s}{\partial \omega} = b \cos. \omega - b^3 \cos. 3\omega + b^5 \cos. 5\omega - b^7 \cos. 7\omega + \text{etc.}$$

quae multiplicetur per $1 + 2bb \cos. 2\omega + b^4$, atque ob

$$2 \cos. 2\omega \cos. n\omega = \cos. (n+2)\omega + \cos. (n-2)\omega,$$

obtinebimus sequentem aequationem:

$$\frac{\partial s}{\partial \omega}(1 + 2bb \cos. 2\omega + b^4)$$

$$= b \cos \omega - b^3 \cos. 3\omega + b^5 \cos. 5\omega - b^7 \cos. 7\omega + b^9 \cos. 9\omega - \text{etc.}$$
$$+ b^3 \cos. 3\omega - b^5 \cos 5\omega + b^7 \cos. 7\omega - b^9 \cos. 9\omega + \text{etc.}$$
$$+ b^3 \cos. \omega - b^5 \cos. \omega + b^7 \cos. 3\omega - b^9 \cos. 5\omega - \text{etc.}$$
$$+ b^5 \cos. \omega - b^7 \cos. 3\omega + b^9 \cos. 5\omega - \text{etc.}$$

quibus terminis collectis nanciscemur

$$\frac{\partial s}{\partial \omega}(1 + 2bb \cos. 2\omega + b^4) = b \cos. \omega + b^3 \cos. \omega = b(1 + bb) \cos. \omega,$$

sicque erit $\partial s = \frac{b(1+bb)\partial \omega \cos. \omega}{1 + 2bb \cos. 2\omega + b^4}$.

§. 21. Simili modo tractemus alteram seriem, de qua notasse juvabit, sumto $\omega = 0$ fore $t = \frac{1}{2} l(1 + bb)$, cum sit

$$t = \frac{b^2}{2} - \frac{b^4}{4} + \frac{b^6}{6} - \frac{b^8}{8} + \text{etc.}$$

Facta jam differentiatione prodibit

$$\frac{\partial t}{\partial \omega} = - bb \sin. 2\omega + b^4 \sin. 4\omega - b^6 \sin. 6\omega + \text{etc.}$$

Hic jam iterum utrinque multiplicetur per $1 + 2bb \cos. \omega + b^4$ et calculus ita adornetur:

$$1 \cdot \frac{\partial t}{\partial \omega} = - bb \sin.2\omega + b^4 \sin.4\omega - b^6 \sin.6\omega + b^8 \sin.8\omega - \text{etc.}$$
$$2b^2 \cos.2\omega \cdot \frac{\partial t}{\partial \omega} = \quad - b^4 \sin.4\omega + b^6 \sin.6\omega - b^8 \sin.8\omega + \text{etc.}$$
$$+ b^6 \sin.2\omega - b^8 \sin.4\omega + \text{etc.}$$
$$+ b^4 \cdot \frac{\partial t}{\partial \omega} = \quad - b^6 \sin.2\omega + b^8 \sin.4\omega - \text{etc.}$$

unde collectis membris nascitur haec aequatio:

$$\frac{\partial t}{\partial \omega}(1 + 2bb \cos.2\omega + b^4) = - bb \sin.2\omega,$$

consequenter erit $\partial t = - \frac{bb\,\partial\omega \sin.2\omega}{1 + 2bb \cos.2\omega + b^4}$.

§. 22. Inventis his duabus formulis differentialibus, utriusque integrationem investigemus, ac pro priore quidem, ob $\partial\omega \cos.\omega = \partial.\sin.\omega$, habebimus:

$$\partial s = \frac{b(1 + bb)\,\partial.\sin.\omega}{1 + 2bb \cos.2\omega + b^4},$$

quae expressio, ob $\cos.2\omega = 1 - 2\sin.\omega^2$, transformatur in hanc:

$$\partial s = \frac{b(1 + bb)\,\partial.\sin.\omega}{(1 + bb)^2 - 4bb \sin.\omega^2}.$$

Quia vero constat esse $\int \frac{\partial z}{ff - ggzz} = \frac{1}{2fg}\, l \cdot \frac{f + gz}{f - gz}$, nostro autem casu sit $f = 1 + bb$ et $g = 2b$ et $z = \sin.\omega$, invenitur hoc integrale:

$$s = \frac{1}{4}\, l\, \frac{1 + bb + 2b \sin.\omega}{1 + bb - 2b \sin.\omega},$$

quae formula casu $\omega = 0$ evanescit, ideoque constantis additione non indiget.

§. 23. Pro altera formula, ob $-\partial\omega \sin.2\omega = \frac{1}{2}\partial.\cos.2\omega$ habebimus $\partial t = + \frac{\frac{1}{2}bb\,\partial.\cos.2\omega}{1 + 2bb \cos.2\omega + b^4}$, ubi numerator aequatur quartae parti differentialis denominatoris, unde integrale erit $t = \frac{1}{4} l (1 + 2bb \cos.2\omega + b^4)$. Necesse autem est ut posito $\omega = 0$ fiat $t = \frac{1}{2} l (1 + bb)$, atque commode hic evenit

ut isto casu idem valor prodeat, sicque adjectione constantis non est opus. Notasse autem hic juvabit esse etiam:

$$t = \tfrac{1}{4}\,l\,(1 + bb + 2b\sin.\omega) + \tfrac{1}{4}\,l\,(1 + bb - 2b\sin.\omega).$$

§. 24. His jam integralibus inventis,

ob $s = \frac{1}{4}\,l\,(1 + bb - 2b\sin.\omega) - \frac{1}{4}\,l\,(1 + bb - 2b\sin.\omega)$, erit eorum differentia:

$$t - s = \tfrac{1}{2}\,l\,(1 + bb - 2b\sin.\omega).$$

At vero pro casu nostri theorematis est $b = 2\sin.\omega$, quo valore substituto prodit $t - s = \frac{1}{2}\,l\,1 = 0$, quae est demonstratio nostri theorematis.

Exemplum 1.

§. 25. Contemplemur nunc etiam nonnullos casus particulares, ac primo quidem, si sumeremus $\omega = 180$ omnes plane termini in nihilum abirent. Quamobrem incipiamus a casu $\omega = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$; ubi ergo erit:

$\sin.\omega = 1$; $\cos.2\omega = -1$; $\cos.4\omega = +1$; $\cos.6\omega = -1$; etc.
$\sin.3\omega = -1$; $\sin.5\omega = +1$; $\sin.7\omega = -1$; $\sin.9\omega = +1$; etc.

quamobrem series pro $\cos.x\pi$ inventa erit:

$$\cos.x\pi = 1 - 2\left(\tfrac{x}{1}\right) + 4\left(\tfrac{x}{2}\right) - 8\left(\tfrac{x}{3}\right) + 16\left(\tfrac{x}{4}\right) - 32\left(\tfrac{x}{5}\right) + \text{etc.}$$

quae series manifesto nascitur ex evolutione potestatis $(1-2)^x = -1^x$, cujus valores sunt alternatim $+1$ et -1 id quod egregie convenit cum formula $\cos.x\pi$, siquidem ipsi x tribuantur numeri integri.

§. 26. Hoc autem casu binae illae series, quas inter se aequales esse §. 18. invenimus, erunt:

$$2 + \tfrac{1}{3} \cdot 2^3 + \tfrac{1}{5} \cdot 2^5 + \tfrac{1}{7} \cdot 2^7 + \text{etc.} = -\tfrac{1}{2} \cdot 2^2 - \tfrac{1}{4} \cdot 2^4 - \tfrac{1}{6} \cdot 2^6 - \text{etc.}$$

Cum autem haec series maxime sit divergens, nullum consensum apertum cum veritate expectare licet, quod quidem maxime paradoxon videtur, at vero novimus utique dari ejusmodi series divergentes omnes terminos positivos habentes, quarum summa tamen non solum sit nulla sed adeo negativa. Ceterum veritas in superiori theoremate jam solidissime est demonstrata.

Exemplum 2.

§. 27. Sumatur nunc $\omega = 60° = \frac{\pi}{3}$, erit $2 \sin. \omega = b = \sqrt{3}$, ob $\sin. \omega = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Tum vero erit:

$$\sin. 3\omega = 0;\ \sin. 5\omega = -\tfrac{\sqrt{3}}{2};\ \sin. 7\omega = +\tfrac{\sqrt{3}}{2};\ \sin. 9\omega = 0;\ \text{etc.}$$

$$\cos. 2\omega = -\tfrac{1}{2};\ \cos. 4\omega = -\tfrac{1}{2};\ \cos. 6\omega = 1;\ \cos. 8\omega = -\tfrac{1}{2};\ \text{etc.}$$

Hinc ergo sequentem nanciscimur seriem:

$$\cos. \tfrac{2\pi x}{3} = 1 - \tfrac{3}{2}\left(\tfrac{x}{1}\right) + \tfrac{3}{2}\left(\tfrac{x}{2}\right) + \tfrac{9}{2}\left(\tfrac{x}{4}\right) + \tfrac{27}{2}\left(\tfrac{x}{5}\right) - \tfrac{27}{2}\left(\tfrac{x}{6}\right)$$
$$+ \tfrac{81}{2}\left(\tfrac{x}{7}\right) - \tfrac{81}{2}\left(\tfrac{x}{8}\right) + \text{etc.}$$

Illae autem binae series pro s et t inventae hoc casu erunt:

$$s = \tfrac{3}{2} - \tfrac{27}{2 \cdot 5} - \tfrac{81}{2 \cdot 7} + \tfrac{729}{2 \cdot 11} + \tfrac{2187}{2 \cdot 13} - \text{etc. sive}$$

$$2s = 3^1 - \tfrac{3^3}{5} - \tfrac{3^4}{7} + \tfrac{3^6}{11} + \tfrac{3^7}{13} - \tfrac{3^9}{17} + \tfrac{3^{10}}{19} + \text{etc.}$$

tum vero

$$t = -\frac{3}{2.2} + \frac{9}{2.4} + \frac{27}{1.6} + \frac{81}{2.8} - \frac{243}{2.10} - \frac{729}{1.12} - \text{etc. sive}$$

$$2t = -3^1 + \frac{3^2}{4} + \frac{3^3}{3} + \frac{3^4}{8} - \frac{3^5}{10} - \frac{3^6}{6} - \text{etc.}$$

quae ergo duae series certe sunt aequales, etiamsi hoc absurdum videri queat, cujus rei causa in eo est quaerenda, quod hae series sunt divergentes.

Exemplum 3.

§. 28. Sumatur $\omega = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$, eritque $\sin.\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ideoque $b = \sqrt{2}$. Porro vero notetur esse:

$\sin.3\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sin.5\omega = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sin.7\omega = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sin.9\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$; etc.

$\cos.2\omega = 0$; $\cos.4\omega = -1$; $\cos.6\omega = 0$; $\cos.8\omega = +1$; etc.

unde series nostra principalis erit:

$$\cos.\frac{\pi x}{2} = 1 - \left(\frac{x}{1}\right) + 2\left(\frac{x}{3}\right) - 4\left(\frac{x}{4}\right) + 4\left(\frac{x}{5}\right) - 8\left(\frac{x}{7}\right) + 16\left(\frac{x}{8}\right) - \text{etc.}$$

Haec autem seriem adhuc est divergens. Illae autem duae series s et t, quas aequales esse ostendimus, ita se habebunt:

$$s = 1 - \frac{2}{3} - \frac{4}{5} + \frac{8}{7} + \frac{16}{9} - \frac{32}{11} - \frac{64}{18} + \text{etc.}$$

$$t = \frac{4}{4} - \frac{16}{8} + \frac{64}{12} - \frac{256}{16} + \frac{1024}{20} - \frac{4096}{24} - \text{etc. sive}$$

$$s = 1 - \frac{2}{3} - \frac{2^2}{5} + \frac{2^3}{7} + \frac{2^4}{9} - \frac{2^5}{11} - \frac{2^6}{13} + \text{etc.}$$

$$t = \frac{4}{4} - \frac{4^2}{8} + \frac{4^3}{12} - \frac{4^4}{16} + \frac{4^5}{20} - \frac{4^6}{24} + \frac{4^7}{28} - \text{etc.}$$

ubi nihil absoni occurrit.

Exemplum 4.

§. 29. Sit denique $\omega = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$, unde ob $\sin.\omega = \frac{1}{2}$ erit $b = 1$, qui ergo casus ad series convergentes perducet. Est vero

$\sin.3\omega = 1$; $\sin.5\omega = \frac{1}{2}$; $\sin.7\omega = -\frac{1}{2}$; $\sin.9\omega = -1$; $\sin.11\omega = -\frac{1}{2}$

$\cos.2\omega = \frac{1}{2}$; $\cos.4\omega = -\frac{1}{2}$; $\cos.6\omega = -1$; $\cos.8\omega = -\frac{1}{2}$; $\cos.10\omega = +\frac{1}{2}$.

Hinc ergo nostra series erit:

$$\cos.\frac{\pi x}{3} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{1}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}\right) + \left(\frac{x}{3}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{4}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{5}\right) + \left(\frac{x}{6}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{7}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{8}\right) + \left(\frac{x}{9}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{10}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{11}\right) + \text{etc.}$$

quae expressio commode in ternas sequentes series decomponitur:

$$\cos.\frac{\pi x}{3} = \left\{ \begin{array}{l} 1\left(1 + \left(\frac{x}{3}\right) + \left(\frac{x}{6}\right) + \left(\frac{x}{9}\right) + \left(\frac{x}{12}\right) + \text{etc.}\right) \\ -\frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{1}\right) + \left(\frac{x}{4}\right) + \left(\frac{x}{7}\right) + \left(\frac{x}{10}\right) + \left(\frac{x}{13}\right) + \text{etc.}\right) \\ -\frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{2}\right) + \left(\frac{x}{5}\right) + \left(\frac{x}{8}\right) + \left(\frac{x}{11}\right) + \left(\frac{x}{14}\right) + \text{etc.}\right) \end{array} \right\}$$

Binae autem series s et t hoc casu erunt:

$$s = \frac{1}{2.1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2.5} + \frac{1}{2.7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{2.11} + \frac{1}{13} - \text{etc.}$$

$$t = \frac{1}{2.2} + \frac{1}{2.4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{2.8} + \frac{1}{2.10} - \frac{1}{12} + \frac{1}{2.14} + \text{etc.}$$

Hinc ergo erit:

$$2(s-t) = 1 - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} - \frac{2}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{2}{12} + \text{etc.}$$

hancque seriem, cujus summa est $= 0$, hoc modo in tres series resolvere licet:

$$0 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{13} - \text{etc.} \\ -1\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{14} - \text{etc.}\right) \\ -2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{1}{12} + \frac{1}{15} - \text{etc.}\right) \end{array} \right\}$$

§. 30. Eodem plane modo quo supra seriem pro $\cos.2x\omega$ investigavimus, etiam series pro sinu ejusdem anguli multipli eruitur sequenti modo. Fingatur, ut supra, haec series:

$$\sin. x\phi = \left(\tfrac{x}{1}\right) A + \left(\tfrac{x}{2}\right) B + \left(\tfrac{x}{3}\right) C + \text{etc.}$$

quae semper abrumpitur, quoties x denotat numerum integrum positivum. Evolvendo autem, ut jam supra fecimus, literae A, B, C, etc. ita reperientur expressae, ut facile pateat characteri $\left(\frac{x}{n}\right)$ respondere seriem:

$$N = \sin. n\phi - \left(\tfrac{n}{1}\right) \sin. (n-1)\phi + \left(\tfrac{n}{2}\right) \sin. (n-2)\phi - \text{etc.}$$

postremo membro existente $\pm \sin. 0\,\phi$.

§. 31. Cum jam sit $\sin. \lambda\phi = \frac{p^\lambda - q^\lambda}{2\sqrt{-1}}$, erit

$$2N\sqrt{-1} = \left\{\begin{array}{l} + p^n - \left(\tfrac{n}{1}\right) p^{n-1} + \left(\tfrac{n}{2}\right) p^{n-2} - \text{etc.} = (p-1)^n \\ - q^n + \left(\tfrac{n}{1}\right) q^{n-1} - \left(\tfrac{n}{2}\right) q^{n-2} + \text{etc.} = -(q-1)^n \end{array}\right\}.$$

At vero ex superioribus manifestum est fore

$$p - 1 = 2 \sin. \omega \sqrt{-1}\, (\cos. \omega + \sqrt{-1} \sin. \omega)$$

$$q - 1 = -2 \sin. \omega \sqrt{-1}\, (\cos. \omega - \sqrt{-1} \sin. \omega)$$

ideoque

$$2N\sqrt{-1} = (\ \ 2 \sin. \omega \sqrt{-1})^n (\cos. n\omega + \sqrt{-1} \sin. n\omega)$$
$$\qquad - (-2 \sin. \omega \sqrt{-1})^n (\cos. n\omega - \sqrt{-1} \sin. n\omega)$$

ubi notandum, pro quatuor formis, quas littera n habere potest, fore:

Si $n = 4i$, $\quad N = (2 \sin. \omega)^n \sin. n\omega$;
.. $n = 4i+1$, $\quad N = (2 \sin. \omega)^n \cos. n\omega$;
.. $n = 4i+2$, $\quad N = -(2 \sin. \omega)^n \sin. n\omega$;
.. $n = 4i+3$, $\quad N = -(2 \sin. \omega)^n \cos. n\omega$.

§. 32. Quod si igitur successive litterae n tribuantur valores 1, 2, 3, 4, etc. erit

$A = 2 \sin.\omega. \cos.\omega$	$E = 2^5 \sin.\omega^5 \cos. 5\omega$
$B = -2^2 \sin.\omega^2 \sin. 2\omega$	$F = -2^6 \sin.\omega^6 \sin. 6\omega$
$C = -2^3 \sin.\omega^3 \cos. 3\omega$	$G = -2^7 \sin.\omega^7 \cos. 7\omega$
$D = +2^4 \sin.\omega^4 \sin. 4\omega$	$H = +2^8 \sin.\omega^8 \sin. 8\omega$

etc.

consequenter series quaesita pro sinu, restituto loco ϕ valore 2ω, ita se habebit

$$\sin. 2x\omega = \left\{\begin{array}{l} +\ 2\left(\frac{x}{1}\right)\sin.\omega \cos.\omega - 4\left(\frac{x}{2}\right)\sin.\omega^2 \sin. 2\omega \\ -\ 8\left(\frac{x}{3}\right)\sin.\omega^3 \cos. 3\omega + 16\left(\frac{x}{4}\right)\sin.\omega^4 \sin. 4\omega \\ +\ 32\left(\frac{x}{5}\right)\sin.\omega^5 \cos. 5\omega - 64\left(\frac{x}{6}\right)\sin.\omega^6 \sin 6\omega \\ -\ 128\left(\frac{x}{7}\right)\sin.\omega^7 \cos. 7\omega + 256\left(\frac{x}{8}\right)\sin.\omega^8 \sin. 8\omega \\ \quad\quad \text{etc.} \quad\quad\quad\quad \text{etc.} \end{array}\right\}$$

INVESTIGATIO QUADRILATERI

IN QUO SINGULORUM ANGULORUM SINUS DATAM INTER SE TENEANT RATIONEM; UBI ARTIFICIA PRORSUS SINGULARIA IN ANALYSI DIOPHANTEA OCCURRUNT.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibita die 1 Maii 1780.

§. 1. Sint $p, q, r, s,$ anguli quadrilateri quaesiti, quorum sinus eandem inter se teneant rationem quam isti numeri dati: a, b, c, d. Jam quia summa horum quatuor angulorum aequatur quatuor rectis, inde statim deducimus has tres aequationes:

$$\text{I. } \sin.(p+q) + \sin.(r+s) = 0,$$

$$\text{II. } \sin.(p+r) + \sin.(q+s) = 0,$$

$$\text{III. } \sin.(p+s) + \sin.(q+r) = 0,$$

quarum quidem quaelibet binas reliquas in se complectitur; interim tamen plurimum juvabit, omnes tres considerasse, cum inde solutio multo simplicior et elegantior derivari queat.

§. 2. Nunc istorum angulorum tam sinus quam cosinus sequenti modo designemus:

$$\sin. p = ax; \ \cos. p = \sqrt{1 - aaxx} = A,$$
$$\sin. q = bx; \ \cos. q = \sqrt{1 - bbxx} = B,$$
$$\sin. r = cx; \ \cos. r = \sqrt{1 - ccxx} = C,$$
$$\sin. s = dx; \ \cos. s = \sqrt{1 - ddxx} = D,$$

et jam totum negotium eo redit, ut quantitas x rite determinetur. Hinc igitur erit

$$\sin. (p + q) = axB + bxA,$$
$$\sin. (r + s) = cxD + dxC,$$

unde prima aequatio statim induet hanc formam:

$$aB + bA + cD + dC = 0.$$

Hinc quidem secundum praecepta Algebrae formulae radicales A, B, C, D, quadrata continuo sumendo, successive eliminari possent; verum hoc modo non solum ad aequationem maxime complicatam perveniretur, sed etiam signa harum formularum radicalium nullo amplius modo innotescerent, quo ipso tota solutio nimis prodiret ambigua et incerta. Quamobrem longe aliam viam sum initurus, qua istud incommodum penitus evitabitur, simulque solutio satis concinna et elegans eruetur.

§. 3. Ternae ergo aequationes initio memoratae, istis denominationibus adhibitis, sequentes nobis suppeditabunt aequationes:

$$\text{I. } aB + bA + cD + dC = 0,$$
$$\text{II. } bC + cB + dA + aD = 0,$$
$$\text{III. } dB + bD + cA + aC = 0,$$

unde jam facile intelligitur, rationes inter binas literarum majuscularum definiri posse, quod commodissime fit per hanc combinationem generalem:

$$\text{I. } \lambda + \text{II. } \mu + \text{III. } \nu = 0,$$

§. 4. Ut ergo hinc litera D extirpetur, fieri debet $\lambda c + \mu a + \nu b = 0$. At vero litera C elidetur, sumendo $\lambda d + \mu b + \nu a = 0$. Harum jam duarum aequationum si posterior, per b multiplicata, a priore, in a ducta, aufferatur, ut litera ν extirpetur, prodibit ista aequatio:

$$\lambda (ac - bd) + \mu (aa - bb) = 0,$$

unde erit $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{aa - bb}{bd - ac}$. Et quia hic tantum ratio in computum venit, sumamus $\lambda = aa - bb$ et $\mu = bd - ac$, quibus valoribus in altera postremarum aequationum substitutis prodit $\nu = bc - ad$.

§. 5. Surrogemus nunc istos valores in aequatione assumta I. $\lambda +$ II. $\mu +$ III. $\nu = 0$, et quoniam ambae literae C et D ex calculo expelluntur, litera A jam factorem habebit $\lambda b + \mu d + \nu c$, qui induit hanc formam:

$$- b^3 + b (aa + cc + dd) - 2acd.$$

At vero litera B factorem habebit $\lambda a + \mu c + \nu d$, sive

$$a^3 - a (bb + cc + dd) + 2bcd.$$

Hinc igitur istam deducimus rationem:

$$\frac{A}{B} = \frac{a3 - a(bb + cc + dd) + 2bcd}{b3 - b(aa + cc + dd) + 2acd},$$

atque ex hac forma facile concluditur fore simili modo

$$\frac{A}{C} = \frac{a3 - a(bb + cc + dd) + 2bcd}{c3 - c(aa + bb + dd) + 2abd},$$

$$\frac{A}{D} = \frac{a3 - a(bb + cc + dd) + 2bcd}{d3 - d(aa + bb + cc) + 2abc}.$$

§. 6. His formulis inventis ponamus brev. gr.

$$\alpha = a^3 - a(bb + cc + dd) + 2bcd,$$
$$\beta = b^3 - b(aa + cc + dd) + 2acd,$$
$$\gamma = c^3 - c(aa + bb + dd) + 2abd,$$
$$\delta = d^3 - d(aa + bb + cc) + 2abc,$$

ita ut sit $\frac{A}{B} = \frac{\alpha}{\beta}$; $\frac{A}{C} = \frac{\alpha}{\gamma}$; $\frac{A}{D} = \frac{\alpha}{\delta}$; unde intelligimus nostrorum angulorum cosinus, A, B, C, D eandem inter se tenere rationem quam habent isti numeri α, β, γ, δ, qui ex numeris datis a, b, c, d, facile formantur. Ex quo manifestum est, si ratio cosinuum singulorum angulorum p, q, r, s, loco sinuum esset praescripta, hac methodo etiam non difficulter solutionem inveniri posse.

§. 7. Quoniam igitur cosinus angulorum proportionales sunt literis $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, statuamus $\cos. p = \alpha y$, $\cos. q = \beta y$, $\cos. r = \gamma y$, $\cos. s = \delta y$; sicque totum negotium jam eo est reductum, ut valores binarum literarum incognitarum x et y investigari debeat, ad quod has duas formulas in subsidium vocasse sufficiet:

I. $aaxx + \alpha\alpha yy = 1$; II. $bbxx + \beta\beta yy = 1$, quarum differentia: $(aa - bb)\,xx + (\alpha\alpha - \beta\beta)\,yy = 0$, nos perduceret ad relationem inter x et y: at vero potius inde investigemus seorsim tam xx quam yy. Primo igitur ab aequatione posteriore, ducta in $\alpha\alpha$, prior, ducta in $\beta\beta$, subtrahatur, et obtinebimus hanc aequationem:

$$(\alpha\alpha bb - \beta\beta aa)\,xx = \beta\beta - \alpha\alpha.$$

Contra autem, prior per bb, posterior vero per aa multiplicata, dat $(\alpha\alpha bb - \beta\beta aa)\,yy = bb - aa$.

§. 8. Incipiamus ab hac postrema aequatione, quae per factores ita repraesentetur:

$$(\alpha b + \beta a)(\alpha b - \beta a)\,yy = (b + a)(b - a),$$

et jam, substitutis pro α et β valoribus supra datis, erit

$$\alpha b + \beta a = 2cd(aa + bb) - 2ab(cc + dd),$$

sive $$\alpha b + \beta a = 2\,(ac - bd)\,(ad - bc).$$

Porro vero erit $\alpha b + \beta a = 2\,(ab - cd)\,(aa - bb)$, consequenter $yy = \frac{1}{4(ac - bd)(bc - ad)(ab - cd)}$.

§. 9. Pro altera aequatione, qua xx determinatur, modo vidimus factorem membri ejus sinistri esse

$$\alpha\alpha bb - \beta\beta aa = 4\,(bb - aa)(bc - ad)(ac - bd)(ab - cd).$$

At vero pro membro dextro $\beta\beta - \alpha\alpha$ habebimus primo

$$\beta + \alpha = (b + a)(bb - 2ab + aa - cc + 2cd - dd)$$
$$= (b + a)[(b - a)^2 - (c - d)^2] = (b + a)(b - a + c - d)(b - a - c + d).$$

Deinde vero erit

$$\beta - \alpha = (b - a)(bb + 2ab + aa) - cc - 2cd - dd)$$

$$= (b-a)[(b+a)^2 - (c+d)^2] = (b-a)(b+a+c+d)(b+a-c-d).$$

Quia nunc productum horum factorum membro sinistro aequatur, utrinque per $bb - aa$ dividendo obtinebimus

$$xx = \frac{(b+a+c+d)(b+a-c-d)(b-a+c-d)(b-a-c+d)}{4(ad-bc)(ac-bd)(ab-cd)}$$

hocque modo nostrum problema penitus est solutum, ejusque solutio ita se habet:

Problema.

Si in quadrilatero sinus angulorum inter se teneant eandem rationem, ut numeri dati a, b, c, d, *ipsos angulos invenire.*

Solutio.

§. 10. Sint p, q, r, s, anguli quaesiti, ponanturque eorum sinus et cosinus:

$$\sin. p = ax; \quad \cos. p = \alpha y,$$

$$\sin. q = bx; \quad \cos. q = \beta y,$$

$$\sin. r = cx; \quad \cos. r = \gamma y,$$

$$\sin. s = dx; \quad \cos. s = \delta y,$$

primo pro sinibus invenimus esse

$$xx = \frac{(a+b+c+d)(a+b-c-d)(a+c-b-d)(b+c-a-d)}{4(ab-cd)(ac-bd)(bc-ad)}$$

ubi singulos factores ita ordinavimus, ut cum ordine literarum conveniant, scilicet, si horum numerorum maximus sit a et minimus d, in numeratore tres priores factores

manifesto sunt positivi; quare, quo etiam quartus sit positivus, requiritur ut quoque sit $(b+c) > (a+d)$. Simili modo in denominatore bini factores priores manifesto sunt positivi, unde etiam necesse est ut pro tertio sit bc majus quam ad.

§. 11. Pro cosinibus invenimus, eodem literarum ordine observato, esse

$$yy = \frac{1}{4(ab-cd)(ac-bd)(bc-ad)}.$$

Praeterea vero invenimus

$$\alpha = a^3 - a(bb+cc+dd) + 2bcd,$$
$$\beta = b^3 - b(aa+cc+dd) + 2acd,$$
$$\gamma = c^3 - c(aa+bb+dd) + 2abd,$$
$$\delta = d^3 - d(aa+bb+cc) + 2abc.$$

Antequam autem has formulas ulterius perpendamus, nonnulla exempla evolvamus, numeros a, b, c, d, ita assumendo, ut a sit maximus et d minimus, summa mediorum autem $b+c$ major quam $a+d$.

Exemplum 1.

§. 12. Sit $a=4$, $b=3$, $c=3$ et $d=1$, atque ex his valoribus deducimus literas α, β, γ, δ, hoc modo: $\alpha=6$; $\beta=-27$; $\gamma=-27$; $\delta=39$. Deinde vero prodit $x=\frac{\sqrt{11}}{6\sqrt{5}}$ et $y=\pm\frac{1}{18\sqrt{5}}$. Semper enim duae solutiones locum habent, quoniam, si summa quatuor angulorum fuerit

360°, summa complementorum eorundem etiam est 360°. Hinc ergo sinus et cosinus angulorum quaesitorum, ipsique anguli, erunt ut haec tabula eos indicat:

$\sin. p = \frac{4\sqrt{11}}{6\sqrt{5}}$, $\cos. p = \frac{\pm 1}{3\sqrt{5}}$, $p = 81°, 25', 37''$,
$\sin. q = \frac{3\sqrt{11}}{6\sqrt{5}}$, $\cos. q = \frac{\mp 3}{2\sqrt{5}}$, $q = 132, 7, 50$,
$\sin. r = \frac{3\sqrt{11}}{6\sqrt{5}}$, $\cos. r = \frac{\mp 3}{2\sqrt{5}}$, $r = 132, 7, 50$,
$\sin. s = \frac{\sqrt{11}}{6\sqrt{5}}$, $\cos. s = \frac{\pm 13}{6\sqrt{5}}$, $s = 14, 18, 43$,

360, - -

Exemplum 2.

§. 13. Sit $a = 8$, $b = 7$, $c = 6$, $d = 1$, eritque $\alpha = -92$; $\beta = -268$; $\gamma = -356$; $\delta = 524$. Porro vero erit $x = \sqrt{\frac{12 \cdot 22}{25 \cdot 41 \cdot 17}}$ et $y = \pm \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 50 \cdot 41 \cdot 34}}$, sive

$$x = 0{,}1230880 \text{ et } y = \pm 0{,}0018939$$

$l \sin. p = 9{,}9933055$ Angulus $p = 100°, 2', 1''$,
$l \sin. q = 9{,}9353135$ . . $q = 120, 30, 6$,
$l \sin. r = 9{,}8683668$ . . $r = 132, 23, 39$,
$l \sin. s = 9{,}0902155$ . . $s = 7, 4, 14$,

360, - -

Exemplum 3.

§. 14. Sit $a = 15$, $b = 14$, $c = 11$, et $d = 6$, eritque $\alpha = -72$; $\beta = -624$; $\gamma = -1176$; $\delta = +1584$. Porro fiet $xx = \frac{12 \cdot 46 \cdot 6 \cdot 4}{2^2 \cdot 12^2 \cdot 9^2 \cdot 8^2}$ et $yy = \frac{1}{2^2 \cdot 12^2 \cdot 9^2 \cdot 8^2}$, sive

$$y = \frac{1}{2 \cdot 12 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{1}{1728} \text{ et } x = \frac{\sqrt{23}}{72}.$$

Hinc ergo sinus et cosinus nostrorum angulorum, et ipsi anguli, erunt

$\sin. p = \frac{5}{24}\sqrt{23}$; $\cos. p = -\frac{1}{24}$; $p = 92^\circ, 23', 16''$,
$\sin. q = \frac{7}{36}\sqrt{23}$; $\cos. q = -\frac{13}{36}$; $q = 111, 10, 6$,
$\sin. r = \frac{11}{72}\sqrt{23}$; $\cos. r = -\frac{49}{72}$; $r = 132, 53, 14$,
$\sin. s = \frac{1}{12}\sqrt{23}$; $\cos. s = +\frac{11}{12}$; $s = 23, 33, 24$,
$360 - -$

Hoc exemplum ideo est notatu dignum, quod omnes cosinus prodierint rationales.

§. 15. Quo autem indoles hujus solutionis clarius perspiciatur, indagemus conditiones necessarias, ut anguli evadant reales; ubi quidem assumemus numerorum a, b, c, d primum a esse maximum, d vero minimum: tum vero, esse $b > c$. Ac primo quidem constat, ut valor pro yy inventus prodeat positivus, quia bini factores $ab - cd$ et $ac - bd$ manifesto sunt nihilo majores, necesse esse, ut factor $bc - ad$ etiam fiat positivus, sive ut $bc > ad$. Praeterea vero, ut etiam valor ipsius xx fiat positivus, quoniam tres priores factores per se sunt nihilo majores, res eo redit ut ultimus factor $b + c - a - d$ quoque sit nihilo major, hoc est $(b + c) > (a + d)$; verum hae duae conditiones ad solam posteriorem $(b + c) > (a + d)$ revocantur. Quoties enim fuerit $(b + c) > (a + d)$, semper quoque erit $bc > ad$, sed non vice versa. Ad hoc osten-

dendum ponamus $a=b+t$ et $c=d+u$, et quia $b+c>a+d$ erit $u>t$, hinc, cum sit $bc=bd+bu$ et $ad=bd+dt$, horum valorum prior manifesto major est posteriore, quia $b>d$ et $u>t$, ideoque $bu>dt$ et $bc>ad$.

§. 16. Loco fractionis pro xx inventae scribamus brevitatis gratia $xx=\frac{v}{z}$, ita ut sit

$$v=(a+b+c+d)(a+b-c-d)(a+c-b-d)(b+c-a-d)$$

et $z=4(ab-cd)(ac-bd)(bc-ad)$, atque vidimus fore $yy=\frac{1}{z}$. Hinc ergo erit $\sin.p=a\sqrt{\frac{v}{z}}$ et $\cos.p=\frac{a}{\sqrt{z}}$; unde sequitur fore $\frac{aav}{z}+\frac{aa}{z}=1$, ideoque $z-aav=aa$, quo observato sequens problema diophanteum resolvi poterit, cujus solutio aliàs satis ardua foret.

Problema Diophanteum.

Propositis quatuor numeris quadratis aa, bb, cc, dd, *invenire duos numeros* z *et* v, *ut* z — aav; z — bbv; z — ccv; z — ddv *fiant numeri quadrati.*

Solutio:

§. 17. Ex praecedentibus manifestum est, huic problemati satisfactum iri, sumendo

$$v=(a+b+c+d)(a+b-c-d)(a+c-b-d)(b+c-a-d)$$

et $z=(ab-cd)(ac-bd)(bc-ad)$,

quae solutio non solum ob simplicitatem summa attentione digna videtur, sed etiam inprimis ideo, quod per praecepta cognita Analyseos indeterminatae plerumque solutiones maxime intricatae reperirentur. Interim tamen etiam ista solutio ex hac ipsa Analysi satis commode sequenti modo erui potest.

§. 18. Cum quatuor formulae praescriptae quadrata effici debeant, etiam earum productum erit quadratum, quod quo facilius referri queat, statuamus

$$aa + bb + cc + dd = P;$$

tum vero

$$aabb + aacc + aadd + bbcc + bbdd + ccdd = Q;$$

$$aabbcc + aabbdd + aaccdd + bbccdd = R$$

denique $abcd = S$, hincque ipsum productum sequenti modo expressum reperitur:

$$z^4 - Pz^3v + Qzzvv - Rzv^3 + SSv^4,$$

quod ut quadratum reddatur, statuamus ejus radicem

$$zz - \tfrac{1}{2}Pzv + Svv,$$

cujus quadratum, a producto illo ablatum, relinquet

$$(Q - \tfrac{1}{4}PP)\, z = (R - PS)\, v, \text{ unde fit}$$

$$\frac{v}{z} = \frac{Q - \frac{1}{4}PP}{R - PS} = \frac{4Q - PP}{4(R - PS)}.$$

§. 19. Evolvamus seorsim tam numeratorem quam denominatorem, ac pro numeratore reperiemus:

$$4Q - PP = 2aabb + 2aacc + 2aadd + 2bbcc + 2bbdd + 2ccdd$$
$$- a^4 - b^4 - c^4 - d^4,$$

quae expressio facile in sequentes factores resolvitur:

$$4Q - PP = (a+b+c+d)(a+b-c-d)(a+c-b-d)(b+c-a-d).$$

Simili modo pro denominatore fiet

$$R - PS = aabbcc + aabbdd + aaccdd + bbccdd$$
$$- a^3 b^3 c^3 d - a^3 b^3 d^3 c - a^3 c^3 d^3 b - b^3 c^3 d^3 a$$

quod resolvitur in hos factores:

$$R - PS = (ab - cd)(ac - bd)(bc - ad)$$

qui ergo valores cum solutione praecedente egregie conveniunt. Verum hinc plus non sequitur, nisi quod productum quatuor formularum propositarum sit quadratum, sicque adhuc dubium superesse potest, num etiam singulae formulae fiant quadrata.

§. 20. Tertium exemplum ante allatum occasionem suppeditat, conditiones investigandi, sub quibus valor pro yy inventus fiat quadratum, quamobrem adhuc istud problema adjungamus.

Problema Diophanteum.

Quatuor numeros a, b, c, d, *quorum* a *sit maximus et* d *minimus, tum vero* $b + c > a + d$, *ita determinare, ut tres istae formulae:* 1°) $ab - cd$; 2°) $ac - bd$; 3°) $bc - ad$; *evadant numeri quadrati.*

Solutio.

§. 21. Pro adimplendis binis prioribus conditionibus ponamus $ab - cd = xx$ et $ac - bd = yy$, hincque fiet

$axx + dyy = b(aa - dd)$, tum vero $ayy + dxx = c(aa - dd)$, unde deducimus $b = \frac{axx + dyy}{aa - dd}$ et $c = \frac{ayy + dxx}{aa - dd}$. His valoribus substitutis tertia conditio postulat ut sit

$$\frac{(axx + dyy)(ayy - dxx)}{(aa - dd)^2} - ad = \square$$

id quod non adeo est facile.

§. 22. Quo huic conditioni satisfaciamus, tractemus primo casum quo $x = y$, et facta multiplicatione per $(aa - dd)^2$ ista formula quadratum reddi debebit:

$$(a + d)^2 x^4 - ad(aa - dd)^2 = \square$$

quae per $(a + d)^2$ divisa dat $x^4 - ad(a - d)^2 = \square$, haecque conditio adimplebitur, si statuamus $x = \frac{a + d}{2}$, sic enim prodit $a^4 + 4a^3 d + 6aadd + 4ad^3 + d^4 - 16ad(a - d)^2 = \square$, quod penitus evolutum praebet hanc formulam sponte quadratam:

$$a^4 - 12a^3 d + 38aadd - 12ad^3 + d^4 = \square$$

cujus radix est $aa - 6ad + dd$.

§. 23. Cum autem hoc casu fieret $b = c$, ut etiam alios casus hinc eruamus, statuamus $x = \frac{a + d + v}{2}$ et $y = \frac{a + d - v}{2}$, hincque reperietur

$$xx = \frac{(a + d)^2 + 2(a + d)v + vv}{4},$$

$$yy = \frac{(a + d)^2 - 2(a + d)v + vv}{4},$$

eritque primo

$$axx + dyy = \frac{(a + d)^3 + 2v(aa - dd) + (a + d)vv}{4},$$

$$ayy + dxx = \frac{(a + d)^3 - 2v(aa - dd) + (a + d)vv}{4},$$

quamobrem habebimus

$$b = \frac{(a+d)^2 + 2(a-d)v + vv}{4(a-d)},$$

$$c = \frac{(a+d)^2 - 2(a-d)v + vv}{4(a-d)}.$$

§. 24. Nunc productum bc sequenti modo commode exprimetur:

$$bc = \frac{(a+d)^4 + 2(a+d)^2 vv + v^4 - 4(a-d)^2 vv}{16(a-d)^2}$$

$$\text{sive } bc = \frac{(a+d)^4 - 2(aa - 6ad + dd)vv + v^4}{16(a-d)^2}.$$

Hinc igitur erit

$$bc - ad = \frac{(a+d)^4 - 2(aa - 6ad + dd)vv + v^4 - 16ad(a-d)^2}{16(a-d)^2}$$

unde quadratum fieri debet haec formula:

$$(aa - 6ad + dd)^2 - 2(aa - 6ad + dd)vv + v^4 = \square$$

quod utique evenit; ejus enim radix est $aa - 6ad + dd - vv$. Difficillimum autem foret solutionem indagare, nisi jam sponte pateret formam hanc esse quadratum, cum desint potestates impares.

§. 25. Hinc ergo patet, literam v, in calculum introductam, penitus arbitrio nostro relinqui, unde licebit conditiones praescriptas penitus adimplere. Primo scilicet cum sit $b + c = \frac{(a+d)^2 + vv}{2(a-d)}$, quae quantitas superare debet $a + d$, sequitur fore $v > \sqrt{a^2 - 2ad - 3dd}$, quae conditio primo est observanda. Praeterea vero, quia esse debet $a > b$, hinc deducimus hanc determinationem:

$$4a(a-d) > (a+d)^2 + 2(a-d)v + vv$$

sive $4a(a-2d) > (a-d+v)^2$, consequenter

$$v < 2\sqrt{a(a-2d)} - (a-d),$$

sicque habemus duos limites, intra quos valor ipsius v accipi debet; unde patet, ante omnia requiri, ut sit $a > 2d$, quia alioquin conditionibus praescriptis satisfieri non liceret. Operae igitur pretium erit hanc solutionem aliquot exemplis illustrare.

Exemplum 1.

§. 26. Sit $a = 3d$, et limites, intra quos v subsistere debet, erunt $v > 0$ et $v < 2d\sqrt{3} - 2d$, sive $v < 1{,}464 \cdot d$. Sumto igitur v intra hos limites erit $b = \frac{16dd + 4dv + vv}{8d}$ et $c = \frac{16dd - 4dv + vv}{8d}$. Casus autem simplicissimus eruitur sumendo $v = d$, quo pacto fiet $b = \frac{21}{8}d$ et $c = \frac{13}{8}d$, sive posito $d = 8$ quatuor numeri quaesiti erunt:

$$a = 24;\ b = 21;\ c = 13;\ d = 8.$$

Sumatur $v = \frac{1}{2}d$, sive $d = 2$ et $v = 1$, ideoque $a = 6$, eritque $b = \frac{73}{16}$ et $c = \frac{57}{16}$, unde per 16 multiplicando quatuor numeri quaesiti erunt

$$a = 96;\ b = 73;\ c = 57;\ d = 32.$$

Exemplum 2.

§. 27. Sumamus $a = \frac{5}{2}d$, sive, ut fractiones tollantur, sumatur $d = 2$ et $a = 5$, atque limites pro v erunt $vv > -7$, quod sponte evenit, et $v < 2\sqrt{5} - 3 < 1{,}472$,

tum vero erit $b = \frac{49 + 6v + vv}{12}$ et $c = \frac{49 - 6v + vv}{12}$. Hic ergo iterum sumere licet $v = 1$, unde fit $b = \frac{14}{3}$ et $c = \frac{11}{3}$, et per 3 multiplicando quatuor numeri quaesiti erunt $a = 15$, $b = 14$, $c = 11$, $d = 6$, quod est ipsum tertium exemplum supra allatum. Sumto autem $v = \frac{1}{2}$ fiet $b = \frac{209}{48}$ et $c = \frac{185}{48}$, hincque $a = 240$; $b = 209$; $c = 185$; $d = 96$.

Exemplum 3.

§. 28. Sit $a = 4$ et $d = 1$, erit $b = \frac{25 + 6v + vv}{12}$ et $c = \frac{25 - 6v + vv}{12}$. At vero limites pro v erunt $v > \sqrt{5} > 2,236$ et $v < 4\sqrt{2} - 3 < 2,656$. Sumatur ergo $v = 2,5 = \frac{5}{2}$, eritque $b = \frac{185}{48}$ et $c = \frac{65}{48}$, ideoque quatuor numeri quaesiti erunt $a = 192$; $b = 185$; $c = 65$; $d = 48$.

Alia Solutio:

§. 29. Sumatur $d = 1$, ut sit $b = \frac{axx + yy}{aa - 1}$ et $c = \frac{ayy + xx}{aa - 1}$. Nunc pro initio ponamus $x = 2y$, fietque $b = \frac{(4a + 1)yy}{aa - 1}$ et $c = \frac{(a + 4)yy}{aa - 1}$. Hinc formula $bc - a$, quae quadratum esse debet, induet hanc formam:

$$(4aa + 17a + 4)y^4 - a(aa - 1)^2 = \square.$$

Quia autem hic a in posteriore membro ad quintam potestatem assurgit, statuamus $y = (a + 1)z$, ut formula per $(a + 1)^2$ dividi queat, ac reperietur

$$(a + 1)^2 (4aa + 17a + 4)z^4 - a(a - 1)^2 = \square.$$

§. 30. Videamus nunc, qualis forma sit proditura sumto $z = 1$, ac reperiemus hanc:

$$4a^4 + 24a^3 + 44aa + 24a + 4 = \square,$$

quae per 4 divisa fit $a^4 + 6a^3 + 11aa + 6a + 1 = \square$, ubi praeter omnem expectationem evenit, ut ista formula revera sit quadratum, quippe cujus radix est $aa + 3a + 1$. Quare cum pro hoc casu sit $y = a + 1$, in sequentem usum notetur esse

$$(a + 1)^4 (4aa + 17a + 4) - a(aa - 1)^2 = \square$$

ejusque radix $= 2(a + 1)(aa + 3a + 1)$.

§. 31. Ut hinc solutionem magis generalem eruamus, statuamus $y = a + 1 - v$ et $x = 2(a + 1) - v$; facile enim est praevidere, facta substitutione prodituram esse formulam quarti gradus, cujus tam primus terminus quam ultimus fient quadratum, quae conditio in analysi diophantea maximi est momenti. Cum igitur hinc sit

$$xx = 4(a + 1)^2 - 4(a + 1)v + vv$$

$$\text{et } yy = (a + 1)^2 - 2(a + 1)v + vv,$$

fiet $axx + yy = (4a + 1)(a + 1)^2 - (4a + 2)(a + 1)v + (a + 1)vv$,

$$ayy + xx = (a + 4)(a + 1)^2 - (2a + 4)(a + 1)v + (a + 1)vv,$$

quarum formarum productum, dempto membro $a(aa - 1)^2$, debet reddi quadratum. At vero illud productum reperitur, ut sequitur

$(4a+1)(a+4)(a+1)^4 - 12(aa+3a+1)(a+1)^3 v$
$+(13aa+30a+13)(a+1)^2 vv - 6(a+1)^3 v^3 + (a+1)^2 v^4$,
a quo jam subtrahi debet membrum posterius $a(aa-1)^2$, quod a primo membro sublatum, relinquit, ut supra vidimus, quantitatem absolutam $4(aa+3a+1)^2(a+1)^2$, quamobrem tota formula per $(a+1)^2$ divisa evadet

$$4(aa+3a+1)^2 - 12(aa+3a+1)(a+1)v$$
$$+(13aa+30a+13)vv - 6(a+1)v^3 + v^4,$$

quam formulam quadratum reddi oportet.

§. 32. Hanc autem formulam accuratius perpendenti mirabili profecto casu patebit, eam jam revera esse quadratum, quippe cujus radix deprehenditur esse

$$2(aa+3a+1) - 3(a+1)v + vv;$$

quamobrem, cum haec formula jam sponte sua prodierit quadratum, quantitas v nulla determinatione indiget, sed penitus arbitrio nostro relinquitur. Hinc ergo sumtis binis literis a et v pro lubitu, literae b et c inde ita definiuntur ut sit

$$b = \frac{(4a+1)(a+1) - (4a+2)v + vv}{a-1},$$
$$c = \frac{(a+4)(a+1) - (2a+4)v + vv}{a-1},$$

quo pacto formula $bc - a$, ut vidimus, sponte fit quadratum.

§. 33. Nihil aliud igitur superest, nisi ut reliquis conditionibus praescriptis satisfiat, quibus postulatur: 1°) ut

sit $b + c > a + 1$; 2°) ut sit $b < a$; 3°) ut sit $c < a$. Prima autem conditio praebet

$$5(a+1)^2 - 6(a+1)v + 2vv > aa - 1,$$

quae transmutatur in hanc:

$$9(a+1)^2 - 12(a+1)v + 4vv > aa - 2a - 3,$$

seu extracta radice $2v - 3(a+1) > \sqrt{(a+1)(a-3)}$, ideoque $v > \frac{3(a+1) \pm \sqrt{(a+1)(a-3)}}{2}$, unde gemini limites concluduntur 1°) $v > \frac{3(a+1) + \sqrt{(a+1)(a-3)}}{2}$;

2°) $v < \frac{3(a+1) - \sqrt{(a+1)(a-3)}}{2}$.

Soli ergo valores intra hos limites contenti excluduntur.

§. 34. Secunda conditio, qua $b < a$, praebet

$$(4a+1)(a+1) - (4a+2)v + vv < aa - a,$$

quae transformatur in hanc:

$$(2a+1)^2 - 2(2a+1)v + vv < aa - 2a,$$

hinc radice extracta fiet $v < 2a + 1 \pm \sqrt{aa - 2a}$, unde iterum duo limites stabiliuntur, scilicet $v < 2a + 1 + \sqrt{aa - 2a}$ et $v > 2a + 1 - \sqrt{aa - 2a}$; unde sequitur valores ipsius v intra hos limites accipi debere.

§. 35. Tertia conditio postulat ut sit $c < a$, unde prodit $(a+4)(a+1) - (2a+4)v + vv < aa - a$, sive $(a+2)^2 - 2(a+2)v + vv < aa - 2a$, ideoque

$$v < a + 2 + \sqrt{aa - 2a} \text{ et } v > a + 2 - \sqrt{aa - 2a}.$$

§. 36. Quodsi hos limites inter se compararemus, statim patet, eos adimpleri non posse, si capiatur $a < 2$; deinde vero si $a = 2$, limites illi nullum intervallum inter se relinquunt; ex quo intelligitur, solutionem locum habere non posse, nisi sit $a > 2$. Quoniam igitur $2a + 1$ semper majus erit quam $a + 2$, perspicuum est, dummodo fuerit $v < a + 2 + \sqrt{aa - 2a}$, tum quoque fore

$$v < 2a + 1 + \sqrt{aa - 2a},$$

unde iste limes est superfluus. Deinde, dummodo fuerit $v > 2a + 1 - \sqrt{aa - 2a}$, multo magis erit

$$v > a + 2 - \sqrt{aa - 2a};$$

quamobrem duo tantum limites nobis relinquuntur, scil.

$$v > 2a + 1 - \sqrt{aa - 2a},$$
$$v < a + 2 + \sqrt{aa - 2a},$$

qui duo limites, quia nunquam in unum coalescere possunt, semper aliquod intervallum inter se relinquunt, intra quod valor ipsius v cadere debet. Praeterea vero necesse est ut v extra binos limites supra inventos cadat, qui erant

$$v > \frac{3(a+1) + \sqrt{(a+1)(a-3)}}{2} \text{ et } v < \frac{3(a+1) - \sqrt{(a+1)(a-3)}}{2}$$

quas conditiones aliquot exemplis illustremus.

Exemplum 1.

§. 37. Existente $d = 1$ sumatur $a = 3$, eritque

$$b = \frac{52 - 14v + vv}{2} \text{ et } c = \frac{28 - 10v + vv}{2}.$$

Nunc vero v cadere debet intra hos limites; $v > 7 - \sqrt{3} < 5 + \sqrt{3}$, sive $v > 5{,}268$ et $v < 6{,}732$. Praeterea vero esse debet vel $v > 6$ vel $v < 6$, quibus ergo satisfit, dum ne sit $v = 6$. Sumamus ergo $v = 5\frac{1}{2} = \frac{11}{2}$, fietque $b = \frac{21}{8}$ et $c = \frac{13}{8}$. Multiplicando per 8 quatuor nostri numeri erunt $a = 24$: $b = 21$; $c = 13$; $d = 8$, quem casum jam supra invenimus, etiamsi haec methodus diversissima sit a praecedente solutione. Sumamus etiam $v = \frac{13}{2}$, erit $b = \frac{13}{8}$ et $c = \frac{21}{8}$, hincque $a = 24$; $b = 13$; $c = 21$; $d = 8$, qui casus praecedenti prorsus est similis, hoc solo discrimine, quod literae b et c sint permutatae.

Exemplum 2.

§. 38. Sumatur $a = \frac{5}{2}$, eritque $b = \frac{77 - 24v + vv}{3}$ et $c = \frac{91 - 36v + 4vv}{6}$; tum vero limites, intra quos valor literae v cadere debet, erunt $v > 6 - \frac{1}{2}\sqrt{5}$ et $v < \frac{9 + \sqrt{5}}{2}$, sive $v > 4{,}882$ et $v < 5{,}618$: limites vero, extra quos hic valor cadere debet, sunt imaginarii, qui ergo nullos plane valores excludunt. Sumamus igitur $v = 5$, eritque $b = \frac{7}{3}$ et $c = \frac{11}{6}$, unde nanciscimur hos valores: $a = 15$; $b = 14$; $c = 11$; $d = 6$, qui est iterum casus jam ante inventus.

Exemplum 3.

§. 39. Sit $a = 4$, et prodibit $b = \frac{85 - 18v + vv}{3}$ et $c = \frac{40 - 12v + vv}{3}$. Limites, intra quos v sumi debet, hoc casu sunt $9 - \sqrt{8}$ et $6 + \sqrt{8}$, sive in decimalibus 6,17

et 8,83; cadere autem v debet extra limites 6,382 et 8,618. Unde intelligitur valorem ipsius v vel intra hos limites: 6,17 et 6,38, vel extra hos: 8,62 et 8,83 cadere debere. Sumamus pro prioribus $v = 6\frac{1}{4} = \frac{25}{4}$, ut sit $b = \frac{185}{48}$ et $c = \frac{65}{48}$, unde quatuor numeri erunt $a = 192$; $b = 185$; $c = 65$; $d = 48$, qui casus iterum convenit cum ultimo exempli tertii superioris solutionis.

---

§. 40. Propter egregium consensum inter exempla, quae ex utraque solutione sunt deducta, summo jure suspicamur, ambas solutiones prorsus inter se convenire; unde operae pretium erit istam convenientiam accuratius perscrutari. Cum igitur prima solutio dedisset

$$b = \frac{(a+1)^2 + 2(a-1)v + vv}{4(a-1)} \text{ et } c = \frac{(a+1)^2 - 2(a-1)v + vv}{4(a-1)}$$

in posteriore loco v scribamus u, ut relationem inter v et u exploremus, eritque ex secunda solutione

$$b = \frac{(4a+1)(a+1) - 2(2a+1)u + uu}{a-1} \text{ et } c = \frac{(a+4)(a+1) - 2(a+2)u + uu}{a-1}.$$

Jam bini valores ipsius b inter se aequati dant hanc aequationem:

$$(a+1)^2 + 2(a-1)v + vv = 4(4a+1)(a+1) - 8(2a+1)u + 4uu$$

bini vero valores ipsius c istam:

$$(a+1)^2 - 2(a-1)v + vv = 4(a+4)(a+1) - 8(a+2)u + 4uu.$$

Harum vero altera ab altera subtracta praebet

$$12\,(aa - 1) - 8u\,(a - 1) - 4v\,(a - 1) = 0,$$

ex qua aequatione sequitur $v = 3\,(a + 1) - 2u$.

§. 41. Substituamus in prioribus valoribus pro b et c inventis istum valorem loco v, et calculo peracto reperimus $b = \frac{(4a+1)(a+1) - 2(2a+1)u + uu}{a - 1}$,

$$c = \frac{(a+4)(a+1) - 2(a+2)u + uu}{a - 1},$$

quae cum perfecte congruant cum formulis superioribus, certum est posteriorem solutionem a priore prorsus non discrepare, etiamsi per operationes prorsus diversas sit eruta. Nihilo vero minus utraque analysis summa attentione digna est censenda; idque eo magis, quod per praecepta solita in arte Diophantea vix ullam solutionem elicere liceat, qua simul conditionibus praescriptis, scilicet ut fiat tam $b + c > a + d$ quam $b < a$ et $c < a$, satisfieri posset.

GEOMETRICA ET SPHAERICA QUAEDAM.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibuit die 1 Maii 1780.

Tab. I. Fig. 1. §. 1. Contemplanti mihi nuper casum, quo in triangulo quocunque ABC ex angulis ad latera opposita utcunque ducuntur rectae A a, B b, C c, se invicem in eodem puncto O secantes, subcurrit ista quaestio: quomodo ex harum rectarum binis partibus datis triangulum ipsum construi queat? Mox autem perspexi, hanc quaestionem in genere solutionem non admittere, nisi certa quaedam conditio inter sex illas partes locum habeat. Incidi ergo in sequens theorema satis memorabile.

Theorema.

Si in triangulo quocunque ABC *ex angulis ad latera opposita educantur, utcunque, rectae* Aa, Bb, Cc, *se mutuo in eodem puncto* O *secantes, tum semper ista proprietas locum habebit, ut sit:*

$$\frac{AO}{Oa} \cdot \frac{BO}{Ob} \cdot \frac{CO}{Oc} = \frac{AO}{Oa} + \frac{BO}{Ob} + \frac{CO}{Oc} + 2.$$

Demonstratio.

§. 2. Ad hoc demonstrandum vocemus partes descriptas:

$$AO = A;\ BO = B;\ CO = C,$$

$$Oa = a;\ Ob = b;\ Oc = c,$$

tum vero omnes sex angulos, circa punctum O formatos, notemus, uti in figura sunt signati, ubi statim evidens est fore $p + q + r = 180^\circ$. Jam ex formula, qua ex duobus lateribus trianguli, cum angulo intercepto, ejus area definiri solet, habebimus aream

$$AOc = \tfrac{1}{2} Ac \sin. q,$$

atque aream $BOc = \tfrac{1}{2} Bc \sin. p$,

tum vero erit area $AOB = \tfrac{1}{2} AB \sin. (p + q)$.

Est autem $\sin. (p+q) = \sin. r$, unde, quia hoc triangulum aequatur summae duorum praecedentium, hinc deducitur ista aequatio:

$$AB \sin. r = Ac \sin. q + Bc \sin. p.$$

Similique modo reliquae partes dabunt has aequationes:

$$BC \sin. p = Ba \sin. r + Ca \sin. q,$$

$$CA \sin. q = Cb \sin. p + Ab \sin. r.$$

§. 3. Quo has aequationes ad usum nostrum propius accomodemus, eas in sequentes transformemus:

$$\frac{\sin. r}{c} = \frac{\sin. q}{B} + \frac{\sin. p}{A},$$
$$\frac{\sin. p}{a} = \frac{\sin. r}{C} + \frac{\sin. q}{B},$$
$$\frac{\sin. q}{b} = \frac{\sin. p}{A} + \frac{\sin. r}{C}.$$

Ubi evidens est, ternos angulos p, q, r, simili modo ad ternas literas A, B, C, vel etiam ad a, b, c referri.

§. 4. Ponamus porro $A = \alpha a$; $B = \beta b$; $C = \gamma c$; praeterea vero sit

$$\frac{\sin. p}{A} = \frac{\sin. p}{\alpha a} = P;$$
$$\frac{\sin. q}{B} = \frac{\sin. q}{\beta b} = Q;$$
$$\frac{\sin. r}{C} = \frac{\sin. r}{\gamma c} = R.$$

Hoc enim modo tres sequentes formulas simplicissimas adipiscemur:

$$\gamma R = P + Q; \quad \alpha P = Q + R; \quad \beta Q = R + P.$$

Harum autem aequationum differentiae statim suppeditant rationem inter binas literarum P, Q, R; inde enim concluduntur istae proportiones:

$$P : R = \gamma + 1 : \alpha + 1,$$
$$Q : P = \alpha + 1 : \beta + 1,$$
$$R : Q = \beta + 1 : \gamma + 1,$$

unde manifesto deducitur ista proportio geminata:

$$P : Q : R = \frac{1}{\alpha + 1} : \frac{1}{\beta + 1} : \frac{1}{\gamma + 1}.$$

Eodem scilicet modo ternae literae P, Q, R ad α, β, γ, ordine referuntur.

§. 5. Cum autem trium nostrarum aequationum prima praebeat $R = \frac{P+Q}{\gamma}$, ex secunda vero fiat $R = \alpha P - Q$, hi duo valores inter se aequati istam rationem inter P et Q producent: $\frac{P}{Q} = \frac{\gamma+1}{\alpha\gamma-1}$. Quare cum sit $\frac{P}{Q} = \frac{\beta+1}{\alpha+1}$, hoc modo ad aequationem perveniemus liberam a literis P, Q, R, quae erit: $\alpha\beta\gamma = \alpha + \beta + \gamma + 2$, quae manifesto est ipsa proprietas in theoremate enunciata, cum sit

$$\alpha = \frac{AO}{Oa}; \quad \beta = \frac{BO}{Ob}; \quad \gamma = \frac{CO}{Oc}.$$

Hoc igitur theoremate praemisso ipsam quaestionem initio memoratam aggrediamur.

Problema.

Ductis in triangulo quocunque ABC *ex singulis angulis ad latera opposita ternis rectis* Aa, Bb, Cc *se mutuo in eodem puncto* O *secantibus, si cognitae fuerint harum rectarum binae partes scilicet:*

$$AO = A; \quad BO = B; \quad CO = C,$$
$$Oa = a; \quad Ob = b; \quad Oc = c,$$

ex his sex quantitatibus ita datis, ut proprietas ante demonstrata locum habeat, constructionem ipsius trianguli investigare.

Solutio:

§. 6. Maneant omnes denominationes uti in demonstratione theorematis sunt constitutae, scilicet: $A = \alpha a$;

$B = \beta b$; $C = \gamma c$; tum vero $\sin. p = \alpha a P$; $\sin. q = \beta b Q$; $\sin. r = \gamma c R$; primo quidem inter literas α, β, γ ista relatio locum habere debet: $\alpha\beta\gamma = \alpha + \beta + \gamma + 2$.

§. 7. Cum jam literae P, Q, R inter se eandem teneant rationem, quam fractiones $\frac{1}{\alpha+1}$, $\frac{1}{\beta+1}$, $\frac{1}{\gamma+1}$, statuamus

$$P = \frac{\Delta}{\alpha+1};\ Q = \frac{\Delta}{\beta+1},\ R = \frac{\Delta}{\gamma+1},$$

ita ut hoc modo ipsae literae P, Q, R, ideoque etiam sinus angulorum p, q, r penitus ex calculo abigantur, earumque loco sola nova incognita Δ ingrediatur, cujus valore invento omnia innotescent, quae ad trianguli constructionem requiruntur.

§. 8. Hanc autem incognitam Δ ex ea conditione investigari oportet, quod ternorum angulorum summa $p+q+r$ duos rectos efficere debeat, sive ut sit $\sin. r = \sin. (p+q)$. Quia autem horum angulorum tantum sinus expressos invenimus, istam aequationem ad solos sinus redigi conveniet, quod quo facilius fieri queat, statuamus $\sin. p = f$, $\sin. q = g$; $\sin. r = h$ et jam fieri necesse est:

$$h = f\sqrt{1-gg} + g\sqrt{1-ff},$$

unde irrationalitates expellere debemus.

Sumantur ergo quadrata, eritque

$$hh = ff + gg - 2ffgg + 2fg\sqrt{(1-ff)(1-gg)}.$$

Partes jam rationales ad sinistram transferantur, sumtisque

denuo quadratis pervenietur ad istam aequationem:

$$f^4 + g^4 + h^4 - 2ffgg - 2ffhh - 2gghh + 4ffgghh = 0.$$

§. 9. Cum igitur sit $f = \sin. p$, per denominationes ante stabilitas erit

$$f = \alpha a P = \frac{\alpha a \Delta}{\alpha + 1}; \quad g = \frac{\beta b \Delta}{\beta + 1}; \quad h = \frac{\gamma c \Delta}{\gamma + 1}.$$

Quamobrem ponamus brevitatis gratia $\frac{\alpha a}{\alpha + 1} = F$; $\frac{\beta b}{\beta + 1} = G$; $\frac{\gamma c}{\gamma + 1} = H$, ut sit $f = F\Delta$; $g = G\Delta$; $h = H\Delta$, hique valores in aequatione modo inventa substituti producent aequationem per Δ^4 divisibilem, quae erit

$$F^4 + G^4 + H^4 - 2F^2G^2 - 2F^2H^2 - 2G^2H^2 + 4F^2G^2H^2\Delta^2$$

unde concluditur

$$\Delta^2 = \frac{2F^2G^2 + 2F^2H^2 + 2G^2H^2 - F^4 - G^4 - H^4}{4F^2G^2H^2},$$

ita ut nostra incognita Δ jam perfecte sit determinata, cum sit

$$\Delta = \frac{\sqrt{(2F^2G^2 + 2F^2H^2 + 2G^2H^2 - F^4 - G^4 - H^4)}}{2FGH}$$

quod etiam hoc modo exprimitur per factores:

$$\Delta = \frac{\sqrt{(F+G+H)(F+G-H)(F+H-G)(G+H-F)}}{2FGH}.$$

§. 10. Cum igitur hae literae F, G, H dentur immediate ex quantitatibus cognitis A, B, C, et a, b, c, expressio inventa, quae non parum implicata videri queat, tamen per aream trianguli facillime construi potest. Construatur enim triangulum, cujus latera sint F, G, H, ejusque quaeratur area, quam vocemus M^2, atque notum est fore

$$M^2 = \frac{1}{4}\sqrt{(F+G+H)(F+G-H)(F+H-G)(G+H-F)}$$

qua denominatione introducta erit $\Delta = \frac{2M^2}{FGH}$, hocque valore cognito totum negotium est confectum; inde enim statim inveniuntur angulorum p, q, r sinus; scilicet:

$$\sin. p = \frac{\alpha a}{\alpha+1}\Delta; \quad \sin. q = \frac{\beta b}{\beta+1}\Delta; \quad \sin. r = \frac{\gamma c}{\gamma+1}\Delta;$$

Invento autem unico horum angulorum ipsum triangulum statim construi potest, quod per se facile intelligitur.

§. 11. His autem expeditis, nunc demum perspexi, theorema supra datum multo commodius et elegantius sequenti modo enunciari posse:

Theorema.

Ductis in triangulo quocunque ABC *ex angulis* A, B, C, *ad latera opposita rectis* Aa, Bb, Cc, *quae se invicem in eodem puncto* O *intersecent, semper ista proprietas locum habebit, ut sit* $\frac{Oa}{Aa} + \frac{Ob}{Bb} + \frac{Oc}{Cc} = 1$, *sive si earum rectarum partes,* Oa, Ob, Oc *per totas singulatim dividantur, tres fractiones inde ortae junctim sumtae semper unitati aequabuntur.*

Demonstratio, ex superiori derivata.

§. 12. Positis, ut supra fecimus, $AO = \alpha . Oa$; $BO = \beta . Ob$; $CO = \gamma . Oc$, ante demonstravimus, semper esse $\alpha\beta\gamma = \alpha + \beta + \gamma + 2$. Addatur jam utrinque haec expressio: $\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma + \alpha + \beta + \gamma + 1$, atque

ex parte sinista prodibit $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$, at vero ex parte dextra $\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma+2(\alpha+\beta+\gamma)+3$, quae formula manifesto resolvitur in has partes:

$$(\alpha+1)(\beta+1)+(\alpha+1)(\gamma+1)+(\beta+1)(\gamma+1).$$

Hac igitur forma substituta, dividatur utrinque per productum $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$, ac prodibit

$$1=\frac{1}{\gamma+1}+\frac{1}{\beta+1}+\frac{1}{\alpha+1}.\ \text{Q. E. D.}$$

§. 13. Hinc quoque derivari potest ista memorabilis proprietas: $\frac{\alpha}{\alpha+1}+\frac{\beta}{\beta+1}+\frac{\gamma}{\gamma+1}=2$. Si enim huic addatur praecedens aequatio, orietur ista aequatio identica: $1+1+1=3$.

Demonstratio simplicissima.

Elementis vulgaribus innixa.

§. 14. Per punctum O singulis trianguli lateribus parallelae ducantur $f\zeta$ ipsi BC, $g\eta$ ipsi AC et $h\theta$ ipsi AB, et statim evidens est fore $\frac{Bf}{AB}+\frac{A\eta}{AB}+\frac{f\eta}{AB}=1$. Nunc vero ob triangula ABa et AfO similia erit Tab. I. Fig. 2.

$$Bf:BA=Oa:Aa,$$

sicque prima fractio evadit $\frac{Oa}{Aa}=\frac{Bf}{BA}$. Deinde, quia $\Delta BAb\sim\Delta B\eta O$, erit $A\eta:AB=Ob:Bb$, unde ergo fit $\frac{A\eta}{AB}=\frac{Ob}{Bb}$. Denique $\Delta fO\eta\sim\Delta BCA$, hinc $f\eta:BA=fO:BC$, unde ergo fit $\frac{f\eta}{AB}=\frac{fO}{BC}$. Est vero $fO=BA$, hincque, quia triangulum $BCc\sim\Delta\theta CO$, erit $\frac{B\theta}{Bc}=\frac{Oc}{Cc}$, unde fit $\frac{f\eta}{BA}=\frac{Oc}{Cc}$,

quibus valoribus substitutis aequalitas identica $\frac{Bf+A\eta+f\eta}{AB}=1$ induet hanc formam: $\frac{Oa}{Aa}+\frac{Ob}{Bb}+\frac{Oc}{Cc}=1$, quae est ipsa aequalitas demonstranda.

Tab. I. Fig. 3. §. 15. Haec insignis proprietas etiam semper locum habet, ubicunque punctum O extra triangulum accipiatur, veluti in figuri 3, dummodo denominationes per literas Aa, Bb, Cc rite statuantur. Ita in hac figura pro recta Aa erit $AO=A$, $Oa=a$, at pro recta Bb, posito $BO=B$, erit $Ob=-b$, atque pro recta Cc poni debet $CO=C$ et $Oc=-c$. Hinc ergo erit $Aa=A+a$; $Bb=B+b$; $Cc=-(C+c)$. Cum igitur semper sit $\frac{a}{a+A}+\frac{b}{b+B}+\frac{c}{c+C}=1$, erit pro lineis in figura ductis $\frac{Oa}{Aa}-\frac{Ob}{Bb}+\frac{Oc}{Cc}=1$.

§. 16. Hac autem proprietate stabilita satis commode area totius trianguli ABC inveniri poterit. Cum enim sit area trianguli $AOB=\frac{1}{2}AB\sin.r$, ob $\sin.r=CR$ ista area erit $AOB=\frac{1}{2}ABC.R$. Simili modo area AOC reperietur $=\frac{1}{2}ABC.Q$, et area $BOC=\frac{1}{2}ABC.P$, sicque tota trianguli area erit $=\frac{1}{2}ABC(P+Q+R)$.

§. 17. Postmodum vero porro posuimus $P=\frac{F\Delta}{A}$; $Q=\frac{G\Delta}{B}$; $R=\frac{H\Delta}{C}$. Erat autem $F=\frac{A}{\alpha+1}$; $G=\frac{B}{\beta+1}$; $H=\frac{C}{\gamma+1}$ (§. 9.); unde fiet area trianguli $=\frac{1}{2}ABC\Delta\left(\frac{1}{\alpha+1}+\frac{1}{\beta+1}+\frac{1}{\gamma+1}\right)$. Demonstravimus autem esse $\frac{1}{\alpha+1}+\frac{1}{\beta+1}+\frac{1}{\gamma+1}=1$, quamobrem area nostri trianguli erit $=\frac{1}{2}ABC\Delta$. Praeterea

vero consideravimus triangulum formatum a tribus lateribus F, G, H, ejusque aream posuimus $= M^2$, qua inventa nacti sumus valorem $\Delta = \frac{2M^2}{FGH}$, quo valore substituto area nostri trianguli ita exprimetur: $\frac{ABCM^2}{FGH}$. Cum ergo sit $F = \frac{A}{\alpha+1}$, $G = \frac{B}{\beta+1}$, $H = \frac{C}{\gamma+1}$, area erit

$$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)M^2,$$

sicque area trianguli propositi A B C ad aream trianguli in subsidium vocati M^2 satis simplicem tenet rationem, scilicet ut $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1) : 1$, sive per lineas erit area $ABC : M^2 = Aa . Bb . Cc : Oa . Ob . Oc$.

SPHAERICA.

§. 18. Quae hactenus de triangulis planis sunt inventa, eadem quoque ad triangula sphaerica accommodari possunt. Proponatur scilicet triangulum sphaericum ABC, in quo ex angulis ad latera opposita ducti sint arcus se mutuo in eodem puncto O intersecantes, ac primo quidem inquirendum erit, quaenam conditio inter horum arcuum partes intercedere debeat, ut ex iis datis ipsum triangulum construi queat. Hunc in finem sequens theorema erit praemittendum: Tab. I. Fig. 4.

Theorema.

Si in triangulo sphaerico quocunque ABC *ex singulis angulis in latera opposita ducantur arcus* Aa, Bb,

Cc, se mutuo in eodem puncto O intersecantes, tum positis brevitatis gratia $\frac{tag. AO}{tag. Oa} = \alpha$, $\frac{tag. BO}{tag. Ob} = \beta$, $\frac{tag. CO}{tag. Oc} = \gamma$, *semper erit* $\alpha\beta\gamma = \alpha + \beta + \gamma + 2$, *quae proprietas etiam ita referri potest, ut sit* $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} + \frac{1}{\gamma+1} = 1$.

Demonstratio:

§. 19. Vocentur anguli circa punctum intersectionis, uti in figura sunt signati, arcus vero $AO = A$, $BO = B$, $CO = C$ et $Oa = a$, $Ob = b$, $Oc = c$,

In triangulo AOc erit $tag. AcO = \frac{sin. A\ sin. q}{cos. A\ sin. c - sin. A\ cos. c\ cos. q}$,

In triangulo BOc erit $tag. BcO = \frac{sin. B\ sin. p}{cos. B\ sin. c - sin. B\ cos. c\ cos. p}$.

§. 20. Quia nunc hi duo anguli simul sumti faciunt duos rectos, summa tangentium nihilo debet aequari, unde oritur haec aequatio:

$$\left.\begin{array}{l} sin. A\ cos. B\ sin. c\ sin. q - sin. A\ sin. B\ cos. c\ cos. p\ sin. q \\ + sin. B\ cos. A\ sin. c\ sin. p - sin. A\ sin. B\ cos. c\ cos. q\ sin. p \end{array}\right\} = 0,$$

quae reducitur ad hanc simpliciorem:

$$\left.\begin{array}{l} + sin. A\ cos. B\ sin. c\ sin. q \\ + sin. B\ cos. A\ sin. c\ sin. p \end{array}\right\} = sin. A\ sin. B\ cos. c\ sin. r$$

ex qua colligitur

$$sin. r = \frac{sin. A\ cos. B\ sin. c\ sin. q + sin. B\ cos. A\ sin. c\ sin. p}{sin. A\ sin. B\ cos. c},$$

quae expressio porro hanc producit aequationem:

$$\frac{\sin. r}{tag. c} = \frac{\sin. p}{tag. A} + \frac{\sin. q}{tag. B}.$$ Eodem modo erit

$$\frac{\sin. p}{tag. a} = \frac{\sin. q}{tag. B} + \frac{\sin. r}{tag. C},$$

$$\frac{\sin. q}{tag. b} = \frac{\sin. r}{tag. C} + \frac{\sin. p}{tag. A}.$$

§. 21. Cum autem posuerimus in theoremate $\frac{tag. A}{tag. a} = \alpha$; $\frac{tag. B}{tag. b} = \beta$; $\frac{tag. C}{tag. c} = \gamma$, his valoribus substitutis tres illae aequationes hanc formam induent:

$$\frac{\sin. r}{tag. c} = \frac{\sin. p}{\alpha\, tag. a} + \frac{\sin. q}{\beta\, tag. b},$$

$$\frac{\sin. p}{tag. a} = \frac{\sin. q}{\beta\, tag. b} + \frac{\sin. r}{\gamma\, tag. c},$$

$$\frac{\sin. q}{tag. b} = \frac{\sin. r}{\gamma\, tag. c} + \frac{\sin. p}{\alpha\, tag. a}.$$

§. 22. Statuatur nunc porro $\frac{\sin. p}{\alpha\, tag. a} = P$; $\frac{\sin. q}{\beta\, tag. b} = Q$; $\frac{\sin. r}{\gamma\, tag. c} = R$, quo facto ternae nostrae aequationes erunt

$$\gamma R = P + Q; \ \alpha P = Q + R; \ \beta Q = R + P,$$

ex quarum prima fit $R = \frac{P + Q}{\gamma}$, ex secunda vero $R = \alpha P - Q$, qui valores inter se aequati dant $\frac{P}{Q} = \frac{\gamma + 1}{\alpha\gamma - 1}$. Tum vero secunda aequatio, dempta tertia, praebet $\alpha P - \beta Q = Q - P$, unde deducitur $\frac{P}{Q} = \frac{\beta + 1}{\alpha + 1}$, ita ut habeamus hanc aequationem: $\frac{\gamma + 1}{\alpha\gamma - 1} = \frac{\beta + 1}{\alpha + 1}$, qua evoluta et in ordinem redacta colligitur:

$$\alpha\beta\gamma = \alpha + \beta + \gamma + 2. \quad \text{Q. E. D.}$$

Alia demonstratio ex primis Geometriae elementis petita.

§. 23. Concipiatur planum, quod sphaeram in puncto O tangat (quod quidem in figura non repraesentamus, quia

facile intelligi poterit), ad quod ex centro sphaerae per puncta A, B, C et a, b, c educantur rectae, plano occurrentes in punctis A', B', C', a', b', c', ad quae puncta si ex O in plano ducantur rectae OA', OB', OC'; Oa', Ob', Oc', evidens est fore $OA' = \text{tag.} A$; similique modo $OB' = \text{tag.} B$; $OC' = \text{tag.} C$; tum vero $Oa' = \text{tag.} a$; $Ob' = \text{tag.} b$; $Oc' = \text{tag.} c$, anguli vero literis p, q, r, notati, iidem quoque in hoc plano manebunt.

§. 24. Hoc modo nunc adepti sumus triangulum planum $A'B'C'$ ex cujus angulis ad latera opposita ductae sunt rectae $A'a'$, $B'b'$, $C'c'$, quae se invicem in puncto O intersecant, sicque totum negotium reductum est ad casum trianguli plani, quocirca, si ponamus $\frac{OA'}{Oa'} = \frac{\text{tag.} A}{\text{tag.} a} = \alpha$; $\frac{OB'}{Ob'} = \frac{\text{tag.} B}{\text{tag.} b} = \beta$; $\frac{OC'}{Oc'} = \frac{\text{tag.} C}{\text{tag.} c} = \gamma$; certo erit, ut ante est demonstratum, tam $\alpha\beta\gamma = \alpha + \beta + \gamma + 2$, quam $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} + \frac{1}{\gamma+1} = 1$.

Problema.

Ductis in triangulo sphaerico quocunque ABC *ex singulis angulis in latera opposita arcubus* Aa, Bb, Cc, *se mutuo in eodem puncto* O *intersecantibus, si cognitae fuerint horum arcuum binae partes:*

$$AO = A,\ BO = B,\ CO = C,$$

$$Oa = a,\ Ob = b,\ Oc = c,$$

ex his sex quantitatibus ita datis, ut proprietas ante demonstrata locum habeat, ipsum triangulum investigare.

Solutio.

§. 25. Statuamus, ut in theoremate jam factum est, $\frac{\sin. p}{\alpha \,tag.\, a} = P$; $\frac{\sin. q}{\beta \,tag.\, b} = Q$; $\frac{\sin. r}{\gamma \,tag.\, c} = R$, atque has tres nanciscimur aequationes: $\gamma R = P + Q$; $\alpha P = Q + R$; $\beta Q = R + P$, ex quarum differentiis statim deducimus has formulas:
$\gamma R - \alpha P = P - R$, unde sequitur $\frac{P}{R} = \frac{\gamma + 1}{\alpha + 1}$.
Porro $\alpha P - \beta Q = Q - P$, unde fit $\frac{Q}{P} = \frac{\alpha + 1}{\beta + 1}$,
Denique $\gamma R - \beta Q = Q - R$, unde fit $\frac{R}{Q} = \frac{\beta + 1}{\gamma + 1}$;
unde patet, has literas P, Q, R eandem inter se tenere rationem, quam tenent hae fractiones: $\frac{1}{\alpha + 1}$, $\frac{1}{\beta + 1}$, $\frac{1}{\gamma + 1}$, quamobrem in usum sequentem statuamus:

$$P = \frac{\Delta}{\alpha + 1}; \quad Q = \frac{\Delta}{\beta + 1}; \quad R = \frac{\Delta}{\gamma + 1}.$$

§. 26. Nunc vero ex aequatione prima deducimus $R = \frac{P + Q}{\gamma}$, ex secunda vero $R = \alpha P - Q$, quibus coaequatis prodibit $\frac{P}{Q} = \frac{\gamma + 1}{\alpha\gamma - 1}$. Modo ante autem invenimus $\frac{P}{Q} = \frac{\beta + 1}{\alpha + 1}$, qui duo valores, si inter se coaequentur, praebent ipsam conditionem jam in theoremate demonstratam.

§. 27. Valoribus autem pro literis P, Q, R constitutis, inde elicimus pro sinubus angulorum p, q, r, hos valores: $\sin. p = tag. A . \frac{\Delta}{\alpha + 1}$; $\sin. q = tag. B . \frac{\Delta}{\beta + 1}$;

$\sin. r = \text{tag.} C . \frac{\Delta}{\gamma + 1}$. Quod si jam porro br. gr. statuamus $\frac{\text{tag.} A}{\alpha + 1} = F$; $\frac{\text{tag.} B}{\beta + 1} = G$; $\frac{\text{tag.} C}{\gamma + 1} = H$, conditio, quod summa angulorum debeat esse $p + q + r = 180°$, nobis suppeditat, prorsus ut in Problemate praecedente, hunc pro Δ valorem:

$$\Delta = \frac{\sqrt{(F + G + H)(F + G - H)(F + H - G)(G + H - F)}}{a F G H}.$$

Unde si iterum triangulum concipiamus, cujus latera sint F, G, H, ejusque aream vocemus M^2, erit prorsus ut ante $\Delta = \frac{2 M^2}{F G H}$, sicque litera Δ per solas quantitates cognitas determinatur.

§. 28. Quia igitur valor ipsius Δ est cognitus, habebimus $\sin. p = \frac{2 M^2}{GH}$; $\sin. q = \frac{2 M^2}{FH}$; $\sin. r = \frac{2 M^2}{FG}$; unde singulos angulos p, q, r definire licet; sufficiet autem unicum eorum nosse ad triangulum construendum. Hic autem notasse juvabit, formulam inventam geminos valores pro angulo p praebere, quorum alter alterius est complementum ad duos rectos, ita ut duae solutiones locum habeant; et quia angulorum obtusorum cosinus sunt negativi, ista negatio semper ita statui debet, ut fiat $\cos. r = -\cos. (p + q)$. Hoc igitur modo etiam hoc problema sphaericum plenissime est solutum.

SUPPLEMENTUM.

Continens analysin simplicissimam tam pro demonstratione theorematis quam pro solutione problematis ante propositi.

§. 29. Sit ABC triangulum quodcunque, ex cujus anguIis ad latera opposita, utcunque sint ductae rectae Aa, Bb, Cc, se invicem in eodem puncto O secantes, ac vocemus ut ante $AO = A$, $Oa = a$, $BO = B$, $Ob = b$, $CO = C$, $Oc = c$, tum vero ex puncto O ducantur lateribus AB et AC parallelae $O\beta$ et $O\gamma$, atque his solis lineis opus erit ad totum negotium peragendum. Tab. I. Fig. 5.

§. 30. His constitutis similitudo triangulorum BCb et $B\gamma O$ dabit $\frac{C\gamma}{BC} = \frac{Ob}{Bb}$. Deinde similitudo triangulorum CBc et $C\beta O$ dabit $\frac{B\beta}{BC} = \frac{Oc}{Cc}$. Denique triangulum $\beta O\gamma$ simile est triangulo BAC et in utroque rectae Oa et Aa similiter sunt ductae, unde $\frac{\beta\gamma}{BC} = \frac{Oa}{Aa}$, sicque habemus has tres aequationes:

$$\frac{Oa}{Aa} = \frac{a}{A+a} = \frac{\beta\gamma}{BC},$$
$$\frac{Ob}{Bb} = \frac{b}{B+b} = \frac{C\gamma}{C},$$
$$\frac{Oc}{Cc} = \frac{c}{C+c} = \frac{B\beta}{AC}.$$

Harum ergo trium fractionum summa erit:

$$\frac{\beta\gamma + C\gamma + B\beta}{BC} = 1,$$

quae est sine dubio demonstratio brevissima theorematis supra per longas ambages eruta.

§. 31. Ponamus nunc brevitatis gratia $\frac{Oa}{Aa} = \frac{a}{A+a} = \alpha$; $\frac{Ob}{Bb} = \frac{b}{B+b} = \beta$; $\frac{OC}{Cc} = \frac{c}{C+c} = \gamma$, ubi istas literas α, β, γ, cum supra usurpatis non confundi oportet. Hinc ergo erit $a = \frac{\alpha A}{1-\alpha}$, sive $A = \frac{a(1-\alpha)}{\alpha}$. Eodemque modo

$b = \frac{\beta B}{1-\beta}$, sive $B = \frac{b(1-\beta)}{\beta}$, atque

$c = \frac{\gamma C}{1-\gamma}$, sive $C = \frac{c(1-\gamma)}{\gamma}$.

Atque nunc literae α, β, γ, ita inter se referuntur, ut sit $\alpha + \beta + \gamma = 1$.

§. 32. Statuamus nunc totam trianguli basin $bC = x$, atque ejus tres partes $B\beta$, $\beta\gamma$, γC, ita determinabuntur: $\beta\gamma = \alpha x$; $B\beta = \gamma x$ et $C\gamma = \beta x$. Deinde quia triangulum $O a \beta$ simile est triangulo $A a B$, erit $\frac{Ba}{B\beta} = \frac{Aa}{AO}$, unde deducimus intervallum $Ba = \frac{B\beta . Aa}{AO} = \frac{\gamma x}{A(A+a)} = \frac{\gamma x}{1-\alpha}$. Simili modo erit $Ca = \frac{\beta x}{1-\alpha}$.

Tab. I. Fig. 6. §. 33. His valoribus inventis consideremus tantum hoc triangulum BOC, in quo ducta est recta Oa, sitque, uti posuimus, $OB = B$, $OC = C$, $Oa = a$, qua recta basis BC ita secatur in a, ut sit $Ba : Ca = \gamma : \beta$, sicque nunc reducti sumus ad hoc problema: quomodo ex datis trianguli lateribus OB et OC, et recta Oa basin BC in data ratione secante, ipsum triangulum construi possit.

§. 34. Hunc in finem angulos ad punctum O ita denominemus, uti in figura sunt signati, eorumque summa $p + q + r$ aequetur duobus rectis. Jam ad rationem si-

nuum horum angulorum investigandam triangulum O B a dat hanc proportionem:

$$\sin. B : \sin. r = O a : B a = a : \frac{\gamma x}{1-\alpha}.$$

At totum triangulum BOC praebet $\sin. p : \sin. B = BC : OC$, quibus proportionibus inter se multiplicatis fiet

$$\sin. p : \sin. r = a : \frac{c\gamma}{1-\alpha},$$

ita ut sit $\sin. r = \frac{C\gamma \sin. p}{a(1-\alpha)}$, similique modo reperietur

$\sin. q = \frac{B\beta \sin. p}{a(1-\alpha)}$. Sicque ratio constat inter sinus angulorum q et r et sinum anguli p, quandoquidem assumimus, quantitates A, B, C, et a, b, c, hincque etiam α, β, γ, esse cognitas.

§. 35. Consideremus jam propius hos tres angulos p, q, r, quorum summa quia duobus rectis aequatur, dabitur aliquod triangulum, cujus anguli illis ipsis sunt aequales. Quare cum hi tres sinus, scil. $\sin. p$, $\sin. q$, $\sin. r$, eandem inter se teneant rationem, quam tenent istae tres quantitates cognitae: $a(1-\alpha)$; $B\beta$; $C\gamma$, si construamus triangulum ex his tribus lateribus, anguli illis oppositi erunt ipsi anguli quaesiti p, q, r.

§. 36. Totum ergo negotium conficietur, si construatur triangulum O𝔅𝔅, cujus basis sit $𝔅ℭ = a(1-\alpha) = A\alpha$ et latera $𝔅O = B\beta$ et $ℭO = C\gamma$, hujus enim anguli erunt: ad $O = p$, ad $𝔅 = r$ et ad $ℭ = q$. Producto igitur la- Tab. I. Fig. 7.

tere $\mathfrak{B}O$ in B, ut sit $OB = B$, si in altero latere $O\mathfrak{C}$ abscindatur portio $OC = C$, hae duae lineae jam inter se constituunt angulum $q + r$, uti calculus superior postulat; tum vero si ex O ducamus ipsi $\mathfrak{B}\mathfrak{C}$ parallelam Oa, habebimus simul punctum a in recta BC, erit idcirco ipsa recta $Oa = a$, hocque modo problema nostrum penitus est solutum. Quod si enim rectae BO ad alteram partem usque in b, CO usque in c et aO usque in A producantur, tota figura initio proposita erit completa, hocque modo ex datis sex quantitatibus A, B, C, una cum a, b, c, ita tamen, ut inventa conditio observetur, hac simplicissima operatione totum triangulum construitur.

§. 37. Casus ergo, quem hic tractavimus, eo majore attentione dignus est censendus, quod initio calculos satis abstrusos et molestos requirere videbatur, cum tamen, superatis omnibus difficultatibus, ad solutionem simplicissimam aeque ac elegantissimam sumus perducti.

DISQUISITIONES NOVAE
DE SERIEBUS
PER COSINUS ANGULORUM MULTIPLORUM PROGREDIENTIBUS.

AUCTORE

NICOLAO FUSS.

Conventui exhibitae die 16 Aug. 1809.

§. 1. Cum schedas dissertationis super hoc argumento, a summo quondam *Eulero* in tomo XI. Novorum Actorum traditae, dum imprimebatur, corrigerem, ejusque epitomen pro parte historica, huic tomo praefigenda, conciperem, in varia incidi problemata, quibus istud argumentum haud contemnenda supplementa accipere videbatur, quorum autem tum temporis primas tantum lineas adumbrare vacaverat. Postmodum ad opus inchoatum me retuli, et methodum inveni, cujus ope ad series pervenitur non solum magis convergentes, sed etiam ita comparatas, ut omnes termini commodissime ex solo primo definiri queant.

§. 2. Sermo scilicet hic est de formula illa notissima $(1 - n \cos.\phi)^{-\lambda}$, cujus evolutio in seriem, casibus quibus λ obtinet valores 1, 2, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, in Astronomia maximi est momenti, quemadmodum *Eulerus* in memorata disserta-

tione fusius ostendit. Quod si igitur huc transferre breviter velimus, quae in illo tractatu super evolutione talium formularum in genere sunt tradita, res eo redit, ut primo ostendatur functionem illam generalem $\Phi = (1 - n \cos.\phi)^{-\lambda}$ evolvi posse in hujusmodi seriem:

$$(0) + (1)\cos.\phi + (2)\cos.\phi^2 + (3)\cos.\phi^3 + \text{etc.}$$

existentibus

$$(0) = 1,$$
$$(1) = \frac{\lambda}{1} \cdot n,$$
$$(2) = \frac{\lambda}{1} \cdot \frac{\lambda+1}{2} \cdot n^2,$$
$$(3) = \frac{\lambda}{1} \cdot \frac{\lambda+1}{2} \cdot \frac{\lambda+2}{3} \cdot n^3,$$

et in genere

$$(i) = \frac{\lambda}{1} \cdot \frac{\lambda+1}{2} \cdot \frac{\lambda+2}{3} \cdot \ldots\ldots \frac{\lambda+i-1}{i} \cdot n^i,$$

quorum characterum quemlibet ex praecedente determinare licet, cum sit $(i+1) = i \cdot \frac{\lambda+i}{i+1} \cdot n$. Tum vero praecipuum negotium in eo consistebat, ut formula illa

$$\Phi = (1 - n \cos.\phi)^{-\lambda}$$

in ejusmodi seriem converteretur, cujus termini per cosinus angulorum multiplorum ipsius ϕ procedant. Si enim haec series statuatur:

$$\Phi = A + B\cos.\phi + C\cos.2\phi + D\cos 3\phi + \text{etc.}$$

dissertationis supra memoratae auctor ostendit fore:

$$A = (0) + \tfrac{2}{4}(2) + \tfrac{4 \cdot 3}{4 \cdot 8}(4) + \tfrac{6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 8 \cdot 12}(6) + \text{etc.}$$
$$B = (1) + \tfrac{3}{4}(3) + \tfrac{5 \cdot 4}{4 \cdot 8}(5) + \tfrac{7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 8 \cdot 12}(7) + \text{etc.}$$

$$2C = (2) + \tfrac{4}{4}(4) + \tfrac{6 \cdot 5}{4 \cdot 8}(6) + \tfrac{8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 8 \cdot 12}(8) + \text{etc.}$$
$$4D = (3) + \tfrac{5}{4}(5) + \tfrac{7 \cdot 6}{4 \cdot 8}(7) + \tfrac{9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 8 \cdot 12}(9) + \text{etc.}$$

et in genere:

$$2^{i-1}J = (i) + \frac{i+2}{4}(i+2) + \frac{i+4}{4} \cdot \frac{i+3}{8}(i+4) + \frac{i+6}{4} \cdot \frac{i+5}{8} \cdot \frac{i+4}{12}(i+6) + \text{etc.}$$

Hoc igitur modo omnes litterae A, B, C, D, etc. per series infinitas sunt expressae, quae autem, si exponens λ fuerit modice magnus, nimis parum convergunt, quam ut ullum usum praestare possint in determinatione numerica harum litterarum, imprimis si quantitas n non fuerit fractio valde parva.

§. 3. Aliam igitur viam inire convenit, quae ducat ad series ab hoc incommodo immunes. Talem viam nobis aperiet attentior consideratio formularum illarum integralium, quae, a $\phi = 0$ ad $\phi = \pi$ extensae, earundem litterarum exprimunt valores, quemadmodum *Eulerus* loco citato ostendit. Hae formulae sunt:

$$A = \frac{1}{\pi} \int \frac{\partial \phi}{(1 - n \cos.\phi)^\lambda},$$
$$B = \frac{2}{\pi} \int \frac{\partial \phi \cos.\phi}{(1 - n \cos.\phi)^\lambda},$$
$$C = \frac{2}{\pi} \int \frac{\partial \phi \cos.2\phi}{(1 - n \cos.\phi)^\lambda},$$

— — — —

— — — —

— — — —

$$J = \frac{2}{\pi} \int \frac{\partial \phi \cos.i\phi}{(1 - n \cos.\phi)^\lambda}.$$

Quoniam enim hic functio $\Phi = (1 - n\cos.\phi)^{-\lambda}$ est indefinita, singulas has formulas integrales transformare poterimus in aequationes differentiales secundi gradus, quae maximum nobis usum praestare poterunt in aliis seriebus investigandis, magis convergentibus quam eae quas modo exposuimus. Ipsas autem litteras A, B, C, etc., in quas angulus ϕ non ingreditur, spectare poterimus ut functiones quantitatis n, quae tanquam variabilis in aequationes illas differentio-differentiales est introducenda. Hanc investigationem sequenti problemate complectar.

Problema 1.

§. 4. *Si fuerit* $z = \int \frac{\partial\phi \cos. i\phi}{(1 - n\cos.\phi)^\lambda}$, *integrali a* $\phi = 0$ *ad* $\phi = \pi$ *extenso, ita ut quantitas* z *spectari possit tanquam functio ipsius* n, *investigare aequationem differentialem secundi gradus, qua relatio inter* z *et* n *exprimatur.*

Solutio:

Quatenus angulo ϕ nondum extremus valor $\phi = \pi$ tribuitur, quantitas z spectari poterit tanquam functio binarum variabilium ϕ et n, quarum quidem ista in ipsa formula integrali pro constante habetur. Hoc autem non impedit, quo minus variatio ipsius z, ex sola variabilitate ipsius n oriunda, definiri queat. Ex iis enim, quae de

functionibus duarum variabilium passim sunt demonstrata, constat differentiale ipsius z, ex sola variabilitate ipsius n ortum, obtineri, si quantitas post signum integrale differentietur, sola littera n pro variabili spectata.

Hâc regulâ observatâ differentiatio formulae

$$\text{I.} \quad z = \int \frac{\partial\Phi \cos. i\Phi}{(1 - n \cos.\Phi)^{\lambda}}$$

dabit $\frac{\partial z}{\partial n} = \frac{\lambda \partial\Phi \cos.\Phi \cos. i\Phi}{(1 - n \cos.\Phi)^{\lambda+1}}$, unde fit

$$\text{II.} \quad \frac{1}{\lambda}\left(\frac{\partial z}{\partial n}\right) = \int \frac{\partial\Phi \cos.\Phi \cos. i\Phi}{(1 - n \cos.\Phi)^{\lambda+1}},$$

in qua formula integrali denuo solus angulus Φ pro variabili est habendus. Haec formula iterum differentietur pro sola variabilitate ipsius n, eritque

$$\text{III.} \quad \frac{1}{\lambda(\lambda+1)}\left(\frac{\partial\partial z}{\partial n^2}\right) = \int \frac{\partial\Phi \cos \Phi^2 \cos. i\Phi}{(1 - n \cos.\Phi)^{\lambda+2}}.$$

Jam istas tres aequationes ducamus I. in f, II. in g, III. in h (ubi f, g, h denotent certas functiones ipsius n mox determinandas) iisque in unam summam collectis erit

$$fz + \frac{g}{\lambda}\left(\frac{\partial z}{\partial n}\right) + \frac{h}{\lambda(\lambda+1)}\left(\frac{\partial\partial z}{\partial n^2}\right) = \int\left(f + \frac{g \cos.\Phi}{1 - n \cos.\Phi} + \frac{h \cos.\Phi^2}{(1 - n \cos.\Phi)^2}\right)\frac{\partial\Phi \cos. i\Phi}{(1 - n \cos.\Phi)^{\lambda}}.$$

Nunc quantitates f, g, h ita determinemus, ut membrum postremum aequationis integrationem admittat, atque adeo integrale evanescat posito $\Phi = \pi$. Tum enim aequatio differentialis quaesita, remotis clausulis, quoniam angulus Φ non amplius occurrit, ita se habebit:

$$fz + \frac{g\partial z}{\lambda \partial n} + \frac{h \partial\partial z}{\lambda(\lambda+1)\partial n^2} = 0,$$

Quod si autem formulam illam integralem

$$\int \frac{\partial\Phi \cos. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^\lambda}\left(f+\frac{g\cos.\Phi}{1-n\cos.\Phi}+\frac{h\cos.\Phi^2}{(1-n\cos.\Phi)^2}\right),$$

attentius consideremus, mox perspiciemus, ejus integrale, quod sit Δ, necessario esse debere hujus formae:

$$\Delta = \frac{\alpha \sin. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^\lambda}+\frac{\beta \sin.\Phi\cos. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^{\lambda+1}}.$$

Instituta autem differentiatione reperietur

$$\frac{\partial\Delta}{\partial\Phi}=\frac{i\alpha\cos i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^\lambda}-\frac{\lambda\alpha n\sin.\Phi\sin. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^{\lambda+1}}+\frac{\beta\cos.\Phi\cos. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^{\lambda+1}}$$
$$-\frac{\beta i\sin.\Phi\sin. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^{\lambda+1}}-\frac{(\lambda+1)\beta n\sin.\Phi^2\cos. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^{\lambda+2}}.$$

Quoniam igitur in nostra formula integranda non inest $\sin. i\Phi$, membra hunc sinum continentia se mutuo tollere debent, id quod evenit sumendo $\lambda\alpha n = -\beta i$. Sit igitur $\alpha = i$ et $\beta = -\lambda n$, et integrale suppositum erit

$$\Delta = \frac{i\sin. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^\lambda}-\frac{\lambda n\sin.\Phi\cos. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^{\lambda+1}}$$

differentiale vero

$$\frac{d\Delta}{\partial\Phi}=\frac{ii\cos. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^\lambda}-\frac{\lambda n\cos.\Phi\cos. i\Phi}{(1-n\cos\Phi)^{\lambda+1}}+\frac{\lambda(\lambda+1)n^2\sin.\Phi^2\cos. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^{\lambda+2}}.$$

Quodsi nunc hoc differentiale comparemus cum formula illa integranda

$$\frac{f\cos. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^\lambda}+\frac{g\cos.\Phi\cos. i\Phi}{(1-n\cos\Phi)^{\lambda+1}}+\frac{h\cos.\Phi^2\cos. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^{\lambda+2}}$$

ex hac comparatione emergent valores quaesiti f, g, h. Ante autem quam eam instituere licet, in postremo membro loco $\sin\Phi^2$ scribendum est $1-\cos.\Phi^2$, quo facto istud membrum ad hanc formam reducetur:

$$\frac{\lambda(\lambda+1)n^2(1-\cos\Phi^2)\cos. i\Phi}{(1-n\cos\Phi)^{\lambda+2}}=\frac{a\cos i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^\lambda}$$
$$+\frac{b\cos.\Phi\cos. i\Phi}{(1-n\cos.\Phi)^{\lambda+1}}+\frac{c\cos.\Phi^2\cos. i\Phi}{(1-n\cos\Phi)^{\lambda+2}}.$$

Facta enim divisione per cos. $i\phi$ et multiplicando per $(1-n\cos.\phi)^{\lambda+2}$ habebimus:

$$\lambda(\lambda+1)n^2-\lambda(\lambda+1)n^2\cos.\phi^2=\mathfrak{a}-2\mathfrak{a}n\cos.\phi+\mathfrak{a}n^2\cos.\phi^2$$
$$+\mathfrak{b}\cos.\phi-\mathfrak{b}n\cos.\phi^2$$
$$+\mathfrak{c}\cos.\phi^2$$

unde statim concluditur fore:

$$\mathfrak{a}=\lambda(\lambda+1)nn,$$
$$\mathfrak{b}=2\mathfrak{a}n=2\lambda(\lambda+1)n^3,$$
$$\mathfrak{c}=\mathfrak{b}n-\mathfrak{a}n^2-\lambda(\lambda+1)n^2=\lambda(\lambda+1)n^2(n^2-1);$$

quibus substitutis in termino illo ultimo, binisque prioribus terminis additis, fiet:

$$\frac{\partial\Delta}{\partial\phi}=\left\{\begin{array}{l}+\dfrac{[ii+\lambda(\lambda+1)n^2]\cos.i\phi}{(1-n\cos.\phi)^{\lambda}}\\ -\dfrac{\lambda n.[1-2(\lambda+1)n^2]\cos.\phi\cos.i\phi}{(1-n\cos.\phi)^{\lambda+1}}\\ -\dfrac{\lambda(\lambda+1)n^2(1-n^2)\cos.\phi^2\cos.i\phi}{(1-n\cos.\phi)^{\lambda+2}}\end{array}\right.$$

Facta nunc comparatione nanciscimur valores

$$f=ii+\lambda(\lambda+1)n^2,$$
$$g=-\lambda n(1-2(\lambda+1)n^2),$$
$$h=-\lambda(\lambda+1)n^2(1-n^2),$$

quibus inventis aequatio differentio-differentialis quaesita erit:

$$[ii+\lambda(\lambda+1)n^2]z-n[1-2(\lambda+1)n^2]\frac{\partial z}{\partial n}-n^2(1-n^2)\frac{\partial\partial z}{\partial n^2}=0$$

in cujus membro z duplicis generis termini occurrunt,

scilicet termini in quibus n nullam tenet dimensionem, et termini in quibus n duas dimensiones habet.

Hinc jam intelligitur, si quantitas z per seriem exprimatur, exponentes potestatum ipsius n binario crescere debere, quemadmodum ex solutione sequentis problematis clarius perspicietur.

Problema 2.

§. 5. *Proposita hujusmodi aequatione differentiali secundi gradus:*

$$\left.\begin{aligned} & iiz - \frac{n\partial z}{\partial n} - \frac{n^2\partial\partial z}{\partial n^2} \\ & + \lambda(\lambda+1)n^2 z + 2\frac{(\lambda+1)n^3\partial z}{\partial n} + \frac{n^4\partial\partial z}{\partial n^2} \end{aligned}\right\} = 0$$

valorem quantitatis z *per seriem exprimere, cujus termini secundum potestates ipsius* n *binario crescentes procedant.*

Solutio.

Hic ante omnia ea potestas ipsius n quaeri debet, quae primum seriei terminum constituit. Sit n^θ ista potestas, atque necesse est ut, eâ loco z substitutâ, prior pars nostrae aequationis sponte evanescat, tum autem prodibit ista aequatio: $iin^\theta - \theta n^\theta - \theta(\theta-1)n^\theta = 0$, ex qua con-

cluditur fore $\theta = i$, sicque series quaesita incipere debet a potestate n^i.

Quoniam igitur jam novimus exponentes binario crescere debere, pro serie quaesita statuamus

$$z = \alpha n^i + \beta n^{i+2} + \gamma n^{i+4} + \delta n^{i+6} + \text{etc.}$$

et substituamus more solito per singulos terminos nostrae aequationis propositae ut sequitur:

Termini	n^i	n^{i+2}	n^{i+4}	n^{i+6}
$+iiz$	$+\alpha ii$	$+\beta ii$	$+\gamma ii$	$+\delta ii$
$-\frac{n\partial z}{\partial n}$	$-\alpha i$	$-\beta(i+2)$	$-\gamma(i+4)$	$+\delta(i+6)$
$-\frac{n\partial\partial z}{\partial n^2}$	$-\alpha i(i-1)$	$-\beta(i+2)(i+1)$	$-\gamma(i+4)(i+3)$	$-\delta(i+6)(i+5)$
Pars I.	0	$-4\beta(i+1)$	$-8\gamma(i+2)$	$-12\delta(i+3)$

Pro parte secunda, quoniam in ea potestas n^i non occurrit, eam seorsim in sequenti tabella repraesentemus:

Termini	n^{i+2}	n^{i+4}	n^{i+6}
$+\lambda(\lambda+1)n^2 z$	$+\alpha\lambda(\lambda+1)$	$+\beta\lambda(\lambda+1)$	$+\gamma\lambda(\lambda+1)$
$+\frac{2(\lambda+1)n^3\partial z}{\partial n}$	$+2\alpha i(\lambda+1)$	$+2\beta(i+2)(\lambda+1)$	$+2\gamma(i+4)(\lambda+1)$
$+\frac{n^4\partial\partial z}{\partial n^2}$	$+\alpha i(i-1)$	$+\beta(i+2)(i+1)$	$+\gamma(i+4)(i+3)$
Pars II.	$\alpha(\lambda+i)(\lambda+i+1)$	$\beta(\lambda+i+2)(\lambda+i+3)$	$\gamma(\lambda+i+4)(\lambda+i+5)$

Nunc igitur superest ut singulae columnae, ex utraque parte ortae, seorsim se destruant, ubi quidem prima littera α indefinita manet; verum ejus valor ex iis, quae

initio sunt allata, definiri poterit. Cum enim sit

$$(i) = \frac{\lambda}{1} \cdot \frac{\lambda+1}{2} \cdot \frac{\lambda+2}{3} \cdot \cdot \cdot \cdot \frac{\lambda+i-1}{i} \cdot n^i$$

(§. 2.) habebimus

$$\alpha = \frac{1}{2^i - 1}\left(\frac{\lambda}{1} \cdot \frac{\lambda+1}{2} \cdot \frac{\lambda+2}{3} \cdot \cdot \cdot \cdot \frac{\lambda+i-1}{i}\right);$$

hoc autem valore invento sequentes litterae β, γ, δ, ε, etc. facillime determinabuntur; terminis enim n^{i+2}, n^{i+4}, n^{i+6}, etc. seorsim destructis erit:

$$\beta = \frac{\alpha(\lambda+i)(\lambda+i+1)}{4(i+1)},$$

$$\gamma = \frac{\beta(\lambda+i+2)(\lambda+i+3)}{8(i+2)},$$

$$\delta = \frac{\gamma(\lambda+i+4)(\lambda+i+5)}{12(i+3)},$$

etc. etc.

quos valores, quo clarius appareat quemadmodum cum α cohaereant, ita repraesentemus:

$$\beta = \alpha \cdot \frac{\lambda+i}{i+1} \cdot \frac{\lambda+i+1}{i+2} \cdot \frac{i+2}{4},$$

$$\gamma = \alpha \cdot \frac{\lambda+i}{i+1} \cdot \cdot \cdot \cdot \frac{\lambda+i+3}{i+4} \cdot \frac{i+4}{4} \cdot \frac{i+3}{8},$$

$$\delta = \alpha \cdot \frac{\lambda+i}{i+1} \cdot \cdot \cdot \cdot \frac{\lambda+i+5}{i+6} \cdot \frac{i+6}{4} \cdot \frac{i+5}{8} \cdot \frac{i+4}{12}$$

et ita porro. Quoniam autem, uti jam observavimus, series pro z inventa non satis est convergens, ex eadem aequatione secundi gradus differentiali in sequenti problemate aliam derivabimus, quae multo promptius converget, ideoque ad usum practicum magis erit accommodata.

Problema 3.

§. 6. *Proposita eadem aequatione differentio-differentiali, ut in praecedente problemate, eam primo in aliam sibi similem formam transfundere, ponendo* $z = v(1-n^2)^\theta$, *tum vero valorem* v *per seriem infinitam convergentem exprimere.*

Solutio.

Cum sit $z = v(1-n^2)^\theta$, sumtis logarithmis erit $lz = lv + \theta l(1-nn)$, hinc differentiando: $\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial v}{v} - \frac{2\theta n \partial n}{1-nn}$, unde differentiatione iterata emergit

$$\frac{\partial\partial z}{z} - \frac{\partial z^2}{zz} = \frac{\partial\partial v}{v} - \frac{\partial v^2}{vv} - \frac{2\theta(1+nn)\partial n^2}{(1-nn)^2},$$

cui si addatur quadratum prioris:

$$\frac{\partial z^2}{zz} = \frac{\partial v^2}{vv} - \frac{4\theta n \partial v \partial n}{1-nn} + \frac{4\theta^2 n^2 \partial n^2}{(1-nn)^2},$$

habebimus

$$\frac{\partial\partial z}{z} = \frac{\partial\partial v}{v} - \frac{4\theta n \partial v \partial n}{1-nn} + \frac{2\theta(2\theta n^2 - n^2 - 1)\partial n^2}{(1-nn)^2}.$$

Nunc aequatio differentio-differentialis proposita ita repraesentetur:

$$ii + \lambda(\lambda+1)n^2 - \frac{n\partial z}{z\partial n}(1-2(\lambda+1)n^2) - \frac{nn\partial\partial z}{z\partial n^2}(1-nn) = 0,$$

factaque substitutione loco $\frac{\partial z}{z}$ et $\frac{\partial\partial z}{z}$, primum membrum absolutum, a quantitate v immune, ita se habebit:

$$ii + \lambda(\lambda+1)n^2 + \frac{2\theta n^2(1-2(\lambda+1)n^2)}{1-nn} - \frac{2\theta n^2(2\theta n^2 - n^2 - 1)}{1-nn}$$

sive succinctius

$$ii + \lambda(\lambda+1)n^2 + \frac{2\theta n^2}{1-nn}(2 - n^2(2\lambda + 2\theta + 1));$$

ubi littera hactenus indefinita θ ita est determinanda, ut postremi termini numerator divisibilis fiat per denominatorem $1 - nn$, quod eveniet, si fuerit $2\lambda + 2\theta + 1 = 2$, hoc est $\theta = \frac{1-2\lambda}{2}$, quo valore assumto membrum nostrum absolutum erit:

$$ii + \lambda(\lambda + 1)nn + 2nn(1 - 2\lambda),$$

quod ad hanc formam simplicissimam reducitur:

$$ii + nn(\lambda - 1)(\lambda - 2).$$

Quod reliqua membra attinet, ea ita se habent:

$$-\frac{n\partial v}{v\partial n}(1 - 2nn(2 - \lambda)) \text{ et } -nn(1 - nn)\frac{\partial\partial v}{v\partial n^2}.$$

Hinc si omnia membra in v ducantur, aequatio resultans fiet

$$(ii + n^2(\lambda-1)(\lambda-2))v - (1-2n^2(2-\lambda))\frac{n\partial v}{\partial n} - n^2(1-n^2)\frac{\partial\partial v}{\partial n^2} = 0,$$

quae scilicet ex proposita oritur, si loco z ponatur $v(1 - n^2)^\theta$.

Hanc aequationem, quo facilius quantitatem v per seriem evolvere queamus, ita per partes exhibuisse juvabit:

$$\left.\begin{matrix} + iiv - \frac{n\partial v}{\partial n} - \frac{nn\partial\partial v}{\partial n^2} \\ + n^2(\lambda-1)(\lambda-2)v + 2(2-\lambda)n^3\frac{\partial v}{\partial n} + n^4\frac{\partial\partial v}{\partial n^2} \end{matrix}\right\} = 0$$

cujus pars prior prorsus convenit cum aequatione principali, unde pariter terminus primus statuendus est αn^i.

Fingatur igitur haec series pro v:

$$v = \alpha n^i + \beta n^{i+2} + \gamma n^{i+4} + \delta n^{i+6} + \text{etc.}$$

qui valor si in aequatione nostra loco v, $\frac{\partial v}{\partial n}$, $\frac{\partial\partial v}{\partial n^2}$ substituatur, prodibit pro parte prima

Termini	n^i	n^{i+2}	n^{i+4}	n^{i+6}
$+ii v$	$+\alpha i i$	$+\beta i i$	$+\gamma i i$	$+\delta i i$
$-\frac{n \partial v}{\partial n}$	$-\alpha i$	$-\beta (i+2)$	$-\gamma (i+4)$	$-\delta (i+6)$
$-\frac{n^2 \partial \partial v}{\partial n^2}$	$-\alpha i(i-1)$	$-\beta (i+2)(i+1)$	$-\gamma (i+4)(i+3)$	$-\delta (i+6)(i+5)$
Pars I.	0	$-4\beta (i+1)$	$-8\gamma (i+2)$	$-12\delta (i+3)$

et pro altera parte, in qua potestas n^i non inest, habebimus:

Termini	n^{i+2}	n^{i+4}	n^{i+6}
$n^2(\lambda-1)(\lambda-2)v$	$+\alpha(\lambda-1)(\lambda-2)$	$+\beta(\lambda-1)(\lambda-2)$	$+\gamma(\lambda-1)(\lambda-2)$
$-2(\lambda-2)\frac{n^3 \partial v}{\partial n}$	$-2\alpha i(\lambda-2)$	$-2\beta(i+2)(\lambda-2)$	$-2\gamma(i+4)(\lambda-2)$
$+\frac{n^4 \partial \partial v}{\partial n^2}$	$+\alpha i(i-1)$	$+\beta(i+2)(i+1)$	$+\gamma(i+4)(i+3)$
Pars II.	$\alpha(i-\lambda+1)(i-\lambda+2)$	$\beta(i-\lambda+3)(i-\lambda+4)$	$\gamma(i-\lambda+5)(i-\lambda+6)$

Quoniam igitur pars posterior, cum priori conjuncta, ad nihilum redigi debet, posito in illa ubique, brevitatis gratia, k loco $i-\lambda$, sequentes inde derivantur determinationes:

$$\beta = \frac{\alpha(k+1)(k+2)}{4(i+1)},$$
$$\gamma = \frac{\beta(k+3)(k+4)}{8(i+2)},$$
$$\delta = \frac{\gamma(k+5)(k+6)}{12(i+3)},$$
etc. etc.

qui igitur valores omnes per primam litteram α determinantur, ita ut sit:

$$v = an^i \left[1 + \frac{k+1}{4} + \frac{k+2}{i+1} n^2 + \frac{k+1}{4} \cdot \frac{k+2}{i+1} \cdot \frac{k+3}{8} \cdot \frac{k+4}{i+2} \cdot n^4 + \frac{k+1}{4} \cdot \frac{k+2}{i+1} \cdot \frac{k+3}{8} \cdot \frac{k+4}{i+2} \cdot \frac{k+5}{12} \cdot \frac{k+6}{i+3} \cdot n^6 + \text{etc.}\right]$$

Hoc igitur modo problema nostrum secundum §. 6. perfecte est solutum.

§. 7. Quodsi nunc valorem ipsius variabilis nostrae z per seriem exprimere velimus, ob $z = \frac{v}{(1-n^2)^{-\theta}}$ atque $-\theta = \lambda - \frac{1}{2}$, habebimus

$$z = \frac{an^i}{(1-n^2)^{\lambda - \frac{1}{2}}} \left[1 + \frac{k+1}{4} \cdot \frac{k+2}{i+1} n^2 + \Pi \cdot \frac{k+3}{8} \cdot \frac{k+4}{i+2} \cdot n^4 + \Pi \cdot \frac{k+5}{12} \cdot \frac{k+6}{i+3} \cdot n^6 + \text{etc.}\right]$$

ubi character Π denotat ubique coëfficientem termini praecedentis. Haec autem series manifesto multo magis convergit quam illa §. 5. pro z inventa, propterea quod hic est $k = i - \lambda$, cum antea fuisset $i + \lambda$, ita ut singularum fractionum numeratores minores sint quam ante.

§. 8. Applicemus nunc hanc seriem ad valores litterarum nostrarum A, B, C, D, etc. inveniendos. Hunc in finem revertamur ad seriem illam

$$A + B\cos.\phi + C\cos.2\phi + D\cos.3\phi + \text{etc.}$$

cujus terminus generalis est $J\cos.i\phi$, existente

$$J = \frac{2}{\pi} \int \frac{\partial\phi \cos i\phi}{(1 - n\cos.\phi)^\lambda} = \frac{2z}{\pi}.$$

Primus autem terminus seriei, quam supra pro J ex dissertatione *Euleriana* depromsimus, erat $= \frac{(i)}{2^{i-1}}$ (§. 2.), ubi

$$(i) = \frac{\lambda}{1} \cdot \frac{\lambda+1}{2} \cdot \frac{\lambda+2}{3} \cdot \ldots \cdot \frac{\lambda+i-1}{i} \cdot n^i;$$

quamobrem si brevitatis gratia ponamus $\binom{i}{2i} = \Lambda$, hoc est

$$\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\lambda+1}{4} \cdot \frac{\lambda+2}{6} \cdots \frac{\lambda+i-1}{2i} \cdot n^i = \Lambda$$

habebimus

$$\tfrac{1}{2} J = \frac{\Lambda n^i}{(1-n^2)^{\lambda-\frac{1}{2}}} [1 + \frac{k+1}{2} \cdot \frac{k+2}{2i+2} n^2 + \Pi \cdot \frac{k+3}{4} \cdot \frac{k+4}{2i+4} n^4 + \Pi \cdot \frac{k+5}{6} \cdot \frac{k+6}{2i+6} \cdot n^6 + \text{etc.}]$$

ubi meminisse oportet esse $k = i - \lambda$. Hinc ergo jam licebit series perquam idoneas pro litteris A, B, C, etc. exhibere.

Determinatio litterae A.

§. 9. Quanquam litterae generali J dedimus coëfficientem $\frac{1}{2}$, tamen ex iis, quae supra §. 3. sunt allata, apparet pro prima littera A coëfficientem hunc esse debere $= 1$; tum vero ex §. 2. patet, pro hac littera A fore $i = 0$. Sumtis igitur 1 loco $\frac{1}{2}$, $i = 0$, $\Lambda = 1$ et $k = -\lambda$, erit

$$A = \frac{1}{(1-n^2)^{\lambda-\frac{1}{2}}} [1 + \frac{1-\lambda}{2} \cdot \frac{2-\lambda}{2} \cdot n^2 + \Pi \cdot \frac{3-\lambda}{4} \cdot \frac{4-\lambda}{4} \cdot n^4 + \Pi \cdot \frac{5-\lambda}{6} \cdot \frac{6-\lambda}{6} \cdot n^6 + \text{etc.}]$$

ita ut pro casu $\lambda = 1$ sit $A = \frac{1}{\sqrt{1-nn}}$. Ubi observasse juvabit, quoties exponens λ fuerit numerus integer, toties istam seriem abrumpi, dum contra series initio allata in infinitum excurrit.

§. 10. Sit $\lambda = \frac{3}{2}$, qui casus in Astronomia saepius occurrit, maximique momenti est, eritque

$$A = \frac{1}{1-n^2}\left[1 - \frac{1.1}{4.4}.n^2 - \frac{1.1}{4.4}.\frac{3.5}{8.8}.n^4 - \frac{1.1}{4.4}.\frac{3.5}{8.8}.\frac{7.9}{12.12}n^6 \text{ etc.}\right]$$

ubi singuli factores fracti unitate sunt minores et ipsa series tam prompte convergit, ut ejus summa quovis casu haud difficulter vero proxime determinari queat, nequidem casu $n=1$ excepto, qui tamen in Astronomia, ubi n semper unitate est minor, nunquam occurrit.

Determinatio litterae B.

§. 11. Hic est $i=1$, ideoque $A = \frac{\lambda}{2}$, tum vero $k = 1-\lambda$, quibus substitutis pro B sequens series prodibit in formam commodissimam redacta

$$B = \frac{\lambda n}{(1-n^2)^{\lambda-\frac{1}{2}}}\left[1 + \frac{\lambda-2}{2}.\frac{\lambda-3}{4}n^2 + \Pi.\frac{\lambda-4}{4}.\frac{\lambda-5}{6}.n^4 + \Pi.\frac{\lambda-6}{6}.\frac{\lambda-7}{8}n^6 + \text{etc.}\right]$$

quae series ita est comparata ut valor litterae B finite exprimatur, quoties λ fuerit numerus integer positivus unitate major.

§. 12. Ad hoc ostendendum percurramus aliquot casus speciales, et statim manifestum est sumto $\lambda = 2$, quo casu functio proposita Φ est $\frac{1}{(1-n\cos\Phi)^2}$, prodire $B = \frac{2n}{(1-nn)^{\frac{3}{2}}}$. Porro, sumto $\lambda=3$, erit $\Phi = \frac{1}{(1-n\cos.\Phi)^3}$ et $B = \frac{3n}{(1-nn)^{\frac{5}{2}}}$. Casu $\lambda = 4$ prodit $B = \frac{4n}{(1-nn)^{\frac{7}{2}}}(1+\frac{1}{4}nn)$, et ita porro.

§. 13. Verum etiam casu $\lambda = 1$, etiamsi series §. 11. hoc casu non abrumpatur, tamen valor litterae B finite exprimetur. Cum enim, posito $\lambda = 1$ habeamus

$$B = \frac{n}{(1-n^2)^{\frac{1}{2}}} [1 + \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 4} n^2 + \Pi . \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 6} n^4 + \Pi . \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 8} n^6 + \text{etc.}],$$

si hanc seriem ita repraesentemus:

$$B = \frac{n}{\sqrt{1-nn}} [1 + \frac{1}{4} n^2 + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 6} n^4 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 6 \cdot 8} n^6 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} n^8 + \text{etc.}]$$

ejus summam sequenti modo assignare licebit. Cum sit, ut cuique constat:

$$\sqrt{1-nn} = 1 - \frac{1}{2} n^2 - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} n^4 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} n^6 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} n^8 - \text{etc.}$$

si haec series ab unitate subtrahatur, remanebit ista:

$$1 - \sqrt{1-nn} = \frac{1}{2} n^2 (1 + \frac{1}{4} n^2 + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 6} n^6 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 6 \cdot 8} n^8 + \text{etc.})$$

unde concludimus fore $B = \frac{2(1-\sqrt{1-nn})}{n\sqrt{1-nn}}$.

§. 14. Peculiarem adhuc evolutionem meretur casus $\lambda = \frac{3}{2}$, propter rationem jam initio allatam, pro quo casu valor litterae B hac serie exprimitur infinita:

$$B = \frac{3n}{2(1-nn)} (1 + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 8} n^2 + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 8} . \frac{5 \cdot 7}{8 \cdot 12} n^4 + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 8} . \frac{5 \cdot 7}{8 \cdot 12} . \frac{9 \cdot 11}{12 \cdot 16} n^6 + \text{etc.})$$

quae quidem aliquanto lentius convergit quam series pro littera A inventa; veruntamen ejus valor numericus adhuc satis facili negotio tam exacte computari poterit quam lubuerit.

Determinatio litterae C.

§. 15. Pro hac littera erit $i = 2$, $\Lambda = \frac{\lambda(\lambda+1)}{2 \cdot 4}$, tum vero $k = 2 - \lambda$, unde valor illius litterae hac serie exprimetur:

$$\tfrac{1}{2}C = \frac{\lambda(\lambda+1)n^2}{8(1-n^2)^{\lambda-\frac{1}{2}}}[1+\frac{3-\lambda}{2}.\frac{4-\lambda}{6}n^2+\Pi.\frac{5-\lambda}{4}.\frac{6-\lambda}{8}n^4$$
$$+\Pi.\frac{7-\lambda}{6}.\frac{8-\lambda}{10}n^6+\text{etc.}].$$

Hinc pro casu illo praecipuo $\lambda=\frac{3}{2}$ habebimus hanc seriem:

$$\tfrac{1}{2}C = \frac{3.5}{4.8}.\frac{nn}{1-nn}[1+\frac{3.5}{4.12}n^2+\frac{3.5}{4.12}.\frac{7.9}{8.16}n^4$$
$$+\frac{3.5}{4.12}.\frac{7.9}{8.16}.\frac{11.13}{12.20}n^6+\text{etc.}].$$

Determinatio litterae D.

§. 16. Statuatur nunc $i=3$, erit $A=\frac{\lambda(\lambda+1)(\lambda+2)}{2.4.6}$ et $k=3-\lambda$, hisque valoribus in serie nostra generali §. 8. exhibita substitutis habebimus

$$\tfrac{1}{2}D = \frac{\lambda(\lambda+1)(\lambda+2)n^3}{48(1-nn)^{\lambda-\frac{1}{2}}}[1+\frac{4-\lambda}{2}.\frac{5-\lambda}{8}n^6+\Pi.\frac{6-\lambda}{4}.\frac{7-\lambda}{10}n^4$$
$$+\Pi.\frac{8-\lambda}{6}.\frac{9-\lambda}{12}n^6+\text{etc.}]$$

unde porro pro casu $\lambda=\frac{3}{2}$ fiet

$$\tfrac{1}{2}D = \frac{3.5.7}{4.8.12}.\frac{n3}{1-nn}[1+\frac{5.7}{4.16}n^2+\frac{5.7}{4.16}.\frac{9.11}{8.20}n^4$$
$$+\frac{5.7}{4.16}.\frac{9.11}{8.20}.\frac{13.15}{12.24}n^6+\text{etc.}].$$

§. 17. Sufficient haec ad cognoscendam legem, secundum quam istae series pro sequentibus litteris procedunt. Simul autem inde perspicitur, istas series continuo minus fieri convergentes, ita ut earum summatio numerica magis magisque fiat molesta. Cui incommodo ut medelam afferamus, methodum excogitemus, cujus ope ex datis binis prioribus litteris A et B, dummodo eae exactissime fuerint determinatae, sequentes omnes facili calculo computari

queant. Talem methodum in sequente problemate sum expositurus.

Problema 4.

§. 18. *Posito* $\Phi = (1 - n\cos.\phi)^{-\lambda}$, *si seriei hinc formandae* $\Phi = A + B\cos.\phi + C\cos.2\phi + D\cos.3\phi + \text{etc.}$ *cogniti fuerint duo priores coëfficientes* A *et* B, *ex iis valores omnium sequentium* C, D, E, *etc. eruere.*

Solutio:

Cum sit $\Phi = (1 - n\cos.\phi)^{-\lambda}$, erit sumtis logarithmis $l\Phi = -\lambda l(1 - n\cos.\phi)$, hinc differentiando

$$\frac{\partial\Phi}{\Phi} = -\frac{\lambda n\partial\phi \sin.\phi}{1 - n\cos.\phi}$$

unde concluditur fore:

$$\frac{2\partial\Phi}{\partial\phi}(2 - n\cos.\phi) + 2\lambda n\Phi\sin.\phi = 0.$$

Cum autem per hypothesin esse debeat

$$\Phi = A + B\cos.\phi + C\cos.2\phi + D\cos.3\phi + \text{etc.}$$

sumtis differentialibus erit

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\phi} = -B\sin.\phi - 2C\sin.2\phi - 3D\sin.3\phi - \text{etc.}$$

Hinc si in superiore aequatione loco Φ et $\frac{\partial\Phi}{\partial\phi}$ hae series substituantur, inde relationes desideratae inter litteras A, B, C, etc. assignari poterunt.

Cum enim sit $2\cos.i\phi\sin.\phi = -\sin.(i-1)\phi + \sin.(i+1)\phi$, hac transformatione in usum vocata et rite adhibita erit

$$\begin{aligned} 2\Phi\sin.\phi = {} & 2A\sin\phi + B\sin.2\phi + C\sin.3\phi + D\sin.4\phi + \text{etc.} \\ & - C\sin.\phi - D\sin.2\phi - E\sin.3\phi - F\sin.4\phi - \text{etc.} \end{aligned}$$

quod ductum in λn dabit secundum membrum nostrae aequationis. Pro altero membro cum sit

$$\frac{2\partial\Phi}{\partial\phi} = -2B\sin.\phi - 4C\sin.2\phi - 6D\sin.3\phi - \text{etc.}$$

ob $2\sin.i\phi\cos.\phi = \sin.(i-1)\phi + \sin.(i+1)\phi$ erit

$$-\frac{2n\partial\Phi\cos.\phi}{\partial\phi} = +nB\sin.2\phi + 2nC\sin.3\phi + 3nD\sin.4\phi\ \text{etc.}$$
$$+2nC\sin.\phi + 3nD\sin.2\phi + 4nE\sin.3\phi + 5nF\sin.4\phi\ \text{etc.}$$

Quodsi nunc singula membra seorsim nihilo aequentur, orientur sequentes relationes:

$$(2A - C)\lambda n - 2B + 2nC = 0;$$
$$(B - D)\lambda n - 4C + nB + 3nD = 0;$$
$$(C - E)\lambda n - 6D + 2nC + 4nE = 0;$$
$$(D - F)\lambda n - 8E + 3nD + 5nF = 0;$$

et ita porro.

In his aequationibus ternae litterae majusculae occurrunt, unde quamlibet per binas praecedentes sequenti modo determinare licebit:

$$C = \frac{2B - 2n\lambda A}{n(2 - \lambda)},$$
$$D = \frac{4C - n(\lambda + 1)B}{n(3 - \lambda)},$$
$$E = \frac{6D - n(\lambda + 2)C}{n(4 - \lambda)},$$
$$F = \frac{8E - n(\lambda + 3)D}{n(5 - \lambda)},$$
etc. etc.

Quodsi igitur inventi fuerint valores litterarum A et B, tum ex iis successive omnes sequentes C, D, E, F, etc.

sine ulla ulteriore seriei summatione assignari poterunt. Quando autem exponens λ fuerit numerus integer, ne his quidem formulis opus erit, propterea quod singularum litterarum valores hoc casu immediate definiri possunt; unde sufficiet nostras formulas ad casus praecipuos $\lambda = \frac{3}{2}$, $\lambda = \frac{5}{2}$, $\lambda = \frac{7}{2}$, qui in Astronomia alicujus momenti sunt, applicasse.

Applicatio ad casum $\lambda = \frac{3}{2}$.

§. 19. Postquam binae priores litterae A et B fuerint determinatae ope serierum supra §§. 10 et 14 datarum, quae erant:

$$A = \frac{1}{1 - n^2}\left[1 - \frac{1.1}{4.4}n^2 - \frac{1.1}{4.4}\cdot\frac{3.5}{8.8}n^4 - \frac{1.1}{4.4}\cdot\frac{3.5}{8.8}\cdot\frac{7.9}{12.12}n^6 - \text{etc.}\right]$$

$$B = \frac{3n}{2(1 - n^2)}\left[1 + \frac{1.3}{4.8}n^2 + \frac{1.3}{4.8}\cdot\frac{5.7}{8.12}n^4 + \frac{1.3}{4.8}\cdot\frac{5.7}{8.12}\cdot\frac{9.11}{12.16}n^6 + \text{etc.}\right]$$

sequentes litterae pro praesenti casu ita se habebunt:

$$C = \frac{4B - 6nA}{n},$$

$$D = \frac{8C - 5nB}{3n},$$

$$E = \frac{12D - 7nC}{5n},$$

$$F = \frac{16E - 9nD}{7n},$$

etc. etc.

Applicatio ad casum $\lambda = \frac{5}{2}$.

§. 20. Quaerantur pro hoc valore ipsius λ primo valores litterarum A et B ope serierum supra §§. 9 et 11 traditarum, eritque:

$$A = \frac{1}{(1 - n^2)^2}\left[1 + \frac{3.1}{4.4}n^2 + \frac{3.1}{4.4}\cdot\frac{1.3}{8.3}n^4 + \frac{3.1}{4.4}\cdot\frac{1.3}{8.8}\cdot\frac{5.7}{12.12}n^6 + \text{etc.}\right]$$

$$B = \frac{5n}{2(1 - n^2)^2}\left[1 - \frac{1.1}{4.8}n^2 - \frac{1.1}{4.8}\cdot\frac{3.5}{8.12}n^4 - \frac{1.1}{4.8}\cdot\frac{3.5}{8.12}\cdot\frac{7.9}{12.16}n^6 - \text{etc.}\right]$$

quibus inventis reliquae litterae ita reperiuntur expressae:

$$C = \frac{-4B + 10nA}{n},$$

$$D = \frac{8C - 7nB}{n},$$

$$E = \frac{12D - 9nC}{3n},$$

$$F = \frac{16E - 11nD}{5n},$$

etc. etc.

Applicatio ad casum $\lambda = \frac{7}{2}$.

§. 21. Si priores binae litterae A et B accuratissime determinatae fuerint ope serierum §§. 9 et 11 datarum, quae hoc casu erunt:

$$A = \frac{1}{(1-n^2)^3}\left[1 + \frac{5\cdot3}{4\cdot4}n^2 - \frac{5\cdot3}{4\cdot4}\cdot\frac{1\cdot1}{6\cdot8}n^4 - \frac{5\cdot3}{4\cdot4}\cdot\frac{1\cdot1}{8\cdot8}\cdot\frac{3\cdot5}{12\cdot12}n^6 + \text{etc.}\right]$$

$$B = \frac{7n}{2(1-n^2)^3}\left[1 + \frac{3\cdot1}{4\cdot8}n^2 + \frac{3\cdot1}{4\cdot8}\cdot\frac{1\cdot3}{8\cdot12}n^4 + \frac{3\cdot1}{4\cdot8}\cdot\frac{1\cdot3}{8\cdot12}\cdot\frac{5\cdot7}{12\cdot16}n^6 + \text{etc.}\right]$$

his computatis reliquae ope sequentium formularum invenientur:

$$C = \frac{-4B + 14nA}{3n},$$

$$D = \frac{-8C + 9nB}{n},$$

$$E = \frac{12D - 11nC}{n},$$

$$F = \frac{16E - 13nD}{3n},$$

$$G = \frac{20F - 15nE}{5n},$$

etc. etc.

§. 22. Quanquam in his formulis duae litterae A et B jam aliunde cognitae supponuntur, tamen ex iis quoque relatio inter has ipsas litteras A et B per fractionem continuam exprimi poterit. Haud abs re erit hoc argumen-

tum, in Analysi non satis tritum, hic suscipere et accuratius pertractare, idque eo magis, quod haec tractatio nobis commodam viam aperiet ex solo primo termino A omnes reliquos investigandi.

Problema 5.

§. 23. *Ex formulis supra inventis rationem inter ambas priores litteras* A *et* B *per fractionem continuam exprimere.*

Solutio.

Formulas in praecedente problemate inventas, transpositis terminis, sequenti modo repraesentemus:

$$2\lambda n A = 2B - (2-\lambda)\, n C,$$
$$(\lambda+1)\, n B = 4C - (3-\lambda)\, n D,$$
$$(\lambda+2)\, n C = 6D - (4-\lambda)\, n E,$$
$$(\lambda+3)\, n D = 8E - (5-\lambda)\, n F,$$
$$\text{etc.} \qquad \text{etc.}$$

quarum loco, in gratiam calculi sequentis, has formas scribamus:

$$p A = q B - r C,$$
$$p' B = q' C - r' D,$$
$$p'' C = q'' D - r'' E,$$
$$\text{etc.} \qquad \text{etc.}$$

unde novarum litterarum valores per se innotescunt.

Dividatur nunc prima harum aequationum per B, ita

ut prodeat ista forma: $\frac{pA}{B} = q - r\frac{C}{B}$, quae porro in hanc transfunditur: $\frac{pA}{B} = q - \frac{rp'}{\frac{p'B}{C}}$. Deinde secunda aequatio divisa per c, dabit $\frac{p'B}{C} = q' - \frac{r'D}{C}$, quae simili modo in hanc transmutatur: $\frac{p'B}{C} = q' - \frac{r'p''}{\frac{p''C}{D}}$. Eodem plane modo repraesententur sequentes aequationes:

$$\frac{p''C}{D} = q'' - \frac{r''p'''}{\frac{p'''D}{E}},$$

$$\frac{p'''D}{E} = q''' - \frac{r'''p^{IV}}{\frac{p^{IV}E}{F}},$$

et ita porro. Quodsi jam singuli hi valores in praecedentibus ordine substituantur, pervenietur ad sequentem fractionem continuam:

$$\frac{pA}{B} = q - \cfrac{rp'}{q' - \cfrac{r'p''}{q'' - \cfrac{r''p'''}{q''' - \cfrac{r'''p^{IV}}{q^{IV} - \text{etc.}}}}}$$

in qua si loco litterarum p, q, r, etc. valores debiti substituantur, ratio quaesita inter A et B sequenti fractione continua exprimetur:

$$\frac{2\lambda n A}{B} = 2 - \cfrac{(2-\lambda)(\lambda+1)n^2}{4 - \cfrac{(3-\lambda)(\lambda+2)n^2}{6 - \cfrac{(4-\lambda)(\lambda+3)n^2}{8 - \cfrac{(5-\lambda)(\lambda+4)n^2}{10 - \text{etc.}}}}}$$

§. 24. Hinc statim patet, sumto $\lambda = 2$, simpliciter fore $\frac{4nA}{B} = 2$, sive $\frac{A}{B} = \frac{1}{2n}$. Si fuerit $\lambda = 3$, erit

$\frac{6nA}{B} = 2 + nn$, ideoque $\frac{A}{B} = \frac{2+nn}{6n}$. Si fuerit $\lambda = 4$, erit $\frac{8nA}{B} = 2 + \frac{3.5n^2}{4+\frac{6n^2}{6}} = \frac{8+12nn}{4+nn}$, hinc $\frac{A}{B} = \frac{2+3nn}{2n(4+nn)}$. His scilicet casibus, et in genere, quoties λ fuerit numerus integer positivus, fractio illa continua abrumpitur, solo casu $\lambda = 1$ excepto, qui peculiarem evolutionem postulat.

§. 25. Sit igitur $\lambda = 1$, quo casu fractio continua in infinitum progreditur; erit enim

$$\frac{2nA}{B} = 2 - \cfrac{1.2n^2}{4 - \cfrac{2.3n^2}{6 - \cfrac{3.4n^2}{8 - \cfrac{4.5n^2}{10 - \text{etc.}}}}}$$

cum tamen valor $\frac{2nA}{B}$ finite exprimi possit. Ex superioribus enim novimus esse $A = \frac{1}{\sqrt{1-nn}}$ (§. 9.) et $B = \frac{2(1-\sqrt{1-nn})}{n\sqrt{1-nn}}$ (§. 13.), ideoque

$$\frac{2nA}{B} = \frac{nn}{1-\sqrt{1-nn}} = \frac{nn(1+\sqrt{1-nn})}{(1-\sqrt{1-nn})(1+\sqrt{1-nn})} = 1 + \sqrt{1-nn}.$$

At vero facile ostenditur hunc ipsum esse quoque valorem fractionis illius continuae, quam si ita repraesentemus:

$$s = 2 - \cfrac{nn}{2 - \cfrac{nn}{2 - \cfrac{nn}{2 - \cfrac{nn}{2 - \text{etc.}}}}}$$

facile intelligitur fore $s = 2 - \frac{nn}{s}$, unde fit $s = 1 + \sqrt{1-nn}$.

§. 26. Statuamus nunc $\lambda = \frac{3}{2}$, et fractio continua induet hanc formam:

$$\frac{3nA}{B} = 2 - \cfrac{1 \cdot 5n^2}{16 - \cfrac{3 \cdot 7n^2}{6 - \cfrac{5 \cdot 9n^2}{32 - \cfrac{7 \cdot 11n^2}{10 - \cfrac{9 \cdot 13n^2}{48 - \text{etc.}}}}}}$$

Sin autem statuatur $\lambda = \frac{5}{2}$, fractio erit

$$\frac{5nA}{B} = 2 + \cfrac{1 \cdot 7n^2}{16 - \cfrac{1 \cdot 9n^2}{6 - \cfrac{3 \cdot 11n^2}{32 - \cfrac{5 \cdot 13n^2}{10 - \cfrac{7 \cdot 15n^2}{48 - \text{etc.}}}}}}$$

quarum autem expressionum neutra usum afferre posse videtur ad rationem inter A et B definiendam, qua tamen facile carrere possumus.

§. 27. Sequens autem consideratio magis ad scopum nostrum conducere videtur. Quemadmodum scilicet fractionem $\frac{A}{B}$ per fractionem continuam exprimere licet, ita etiam sequentes relationes $\frac{B}{C}$, $\frac{C}{D}$, $\frac{D}{E}$, etc. per similes fractiones continuas exprimi poterunt. Erit enim:

$$\frac{(\lambda+1)nB}{C} = 4 - \cfrac{(3-\lambda)(\lambda+2)n^2}{6 - \cfrac{(4-\lambda)(\lambda+3)n^2}{8 - \cfrac{(5-\lambda)(\lambda+4)n^2}{10 - \cfrac{(6-\lambda)(\lambda+5)n^2}{12 - \text{etc.}}}}}$$

$$\frac{(\lambda+2)nC}{D} = 6 - \cfrac{(4-\lambda)(\lambda+3)n^2}{8 - \cfrac{(5-\lambda)(\lambda+4)n^2}{10 - \cfrac{(6-\lambda)(\lambda+5)n^2}{12 - \cfrac{(7-\lambda)(\lambda+6)n^2}{14 - \text{etc.}}}}}$$

$$\frac{(\lambda+3)nD}{E} = 8 - \cfrac{(5-\lambda)(\lambda+4)n^2}{10 - \cfrac{(6-\lambda)(\lambda+5)n^2}{12 - \cfrac{(7-\lambda)(\lambda+6)n^2}{14 - \cfrac{(8-\lambda)(\lambda+7)n^2}{16 - \text{etc.}}}}}$$

$$\frac{(\lambda+4)nE}{F} = 10 - \cfrac{(6-\lambda)(\lambda+5)n^2}{12 - \cfrac{(7-\lambda)(\lambda+6)n^2}{14 - \cfrac{(8-\lambda)(\lambda+7)n^2}{16 - \cfrac{(9-\lambda)(\lambda+8)n^2}{18 - \text{etc.}}}}}$$

Hinc si in nostra serie proposita termino $\cos. i\phi$ praefixus fuerit coëfficiens J, sequenti vero termino coëfficiens $\mathfrak{J}$, in genere habebimus:

$$\frac{(\lambda+i)nJ}{\mathfrak{J}} = 2(i+1) - \cfrac{(i+2-\lambda)(\lambda+i+1)n^2}{2(i+2) - \cfrac{(i+3-\lambda)(\lambda+i+2)n^2}{2(i+3) - \cfrac{(i+4-\lambda)(\lambda+i+3)n^2}{2(i+4) - \text{etc.}}}}$$

§. 28. Ex his formis primo perspicitur, si numerus n fuerit tam exiguus, ut ejus quadratum negligi queat, tum in singulis fractiones subnexas rejici posse. Tum igitur quaelibet littera per suam praecedentem sequenti modo definitur:

$$B = \lambda n A, \qquad E = \frac{(\lambda+3)nD}{8},$$
$$C = \frac{(\lambda+1)nB}{4}, \qquad F = \frac{(\lambda+4)nE}{10},$$
$$D = \frac{(\lambda+2)nC}{6}, \qquad \text{etc.}$$

unde, ob n fractionem minimam, patet has litteras progressionem maxime decrescentem constituere, quo ergo casu sufficiet duos tantum terminos primos considerasse.

§. 29. Casus memorabilis, per praecedentia problemata haud expediendus, postremi problematis subsidio facillime resolvitur. Si enim ponatur $n = 1$, ex tertio et quarto problemate omnes litterae A, B, C, etc. obtinerent valorem infinitum. Ex postremo autem hoc casu fiet

$$\frac{2\lambda A}{B} = 2 - \cfrac{(2-\lambda)(\lambda+1)}{4 - \cfrac{(3-\lambda)(\lambda+2)}{6 - \cfrac{(4-\lambda)(\lambda+3)}{8 - \cfrac{(5-\lambda)(\lambda+4)}{10 - \text{etc}}}}}$$

Facile autem ostenditur valorem hujus fractionis continuae fore $=\lambda$. Consideremus enim hanc fractionem continuam:

$$s = a - \cfrac{a\alpha}{\alpha + b - \cfrac{b\beta}{\beta + c - \cfrac{c\gamma}{\gamma + d - \text{etc.}}}}$$

de qua facile ostenditur, ejus valorem esse $s = 0$. Hinc posito $a = 2 - \lambda$, $\alpha = \lambda + 1$, $b = 3 - \lambda$, $\beta = \lambda + 2$, $c = 4 - \lambda$, $\gamma = \lambda + 3$ et ita porro, habebimus

$$2 - \lambda = \cfrac{(2-\lambda)(\lambda+1)}{4 - \cfrac{(3-\lambda)(\lambda+2)}{6 - \cfrac{(4-\lambda)(\lambda+3)}{8 - \cfrac{(5-\lambda)(\lambda+4)}{10 - \text{etc}}}}}$$

unde sequitur fore $\frac{2\lambda A}{B} = \lambda$, hincque $B = 2A$, quo invento formulae supra §. 23. traditae dabunt $C = 2A$, $D = 2A$, $E = 2A$, et ita porro, unde jam usus hujus postremi problematis apparet.

§. 30. Praecipuum autem subsidium nobis subministrat fractio generalis supra §. 27. tradita pro $\frac{(\lambda+i)nJ}{\mathfrak{J}}$, quae, evolutis numeratoribus, induit hanc formam:

$$\frac{(\lambda+i)nJ}{\mathfrak{J}} = 2(i+1) - \cfrac{[(i+1)(i+2)+\lambda-\lambda\lambda]n^2}{2(i+2) - \cfrac{[(i+2)(i+3)+\lambda-\lambda\lambda]n^2}{2(i+3) - \cfrac{[(i+3)(i+4)+\lambda-\lambda\lambda]n^2}{2(i+4) - \text{etc.}}}}$$

Quodsi numerus i jam satis fuerit magnus, ut formula subnexa $\lambda - \lambda\lambda$ negligi queat, id quod mox continget,

cum casu $\lambda = \frac{3}{2}$ jam sit $\lambda - \lambda\lambda = -\frac{3}{4}$, satis exacte habebimus:

$$\frac{(\lambda + i)\, n J}{\mathfrak{J}} = 2(i+1) - \cfrac{(i+1)(i+2)n^2}{2(i+2) - \cfrac{(i+2)(i+3)n^2}{2(i+3) - \cfrac{(i+3)(i+4)n^2}{2(i+4) - etc.}}}$$

Dividamus utrinque per $i+1$, et subjunctas fractiones deprimendo per divisores communes, perveniemus ad sequentem fractionem continuam:

$$\frac{(\lambda + i)\, n J}{(i+1)\mathfrak{J}} = 2 - \cfrac{nn}{2 - \cfrac{nn}{2 - \cfrac{nn}{2 - \text{etc.}}}} = 1 + \sqrt{1 - nn}$$

(§. 25.) sicque habebimus $\frac{(\lambda + i)\, n J}{(i+1)\mathfrak{J}} = 1 + \sqrt{1 - nn}$, ita ut littera $\mathfrak{J}$ per praecedentem J sequenti modo determinetur: $\mathfrak{J} = \frac{(\lambda + i)\, n J}{(i+1)(1+\sqrt{1-nn})}$, sive etiam ita: $\mathfrak{J} = \frac{(\lambda+i)(1-\sqrt{1-nn})J}{n(i+1)}$, quae relatio eo minus a veritate aberrabit, quo major fuerit numerus i; atque hinc deducimur ad methodum certissimam totam seriem propositam

$$A + B\cos.\Phi + C\cos.2\Phi + D\cos.3\Phi + \text{etc.}$$

ex solo primo termino A exactissime determinandi, quod negotium per praecedentes methodos vel nimis erat operosum, vel non satis certum.

METHODUS TUTISSIMA
investigandi summam seriei
$A + B\cos.\phi + C\cos.2\phi + D\cos.3\phi + \text{etc.}$
ex solo primo termino.

§. 31. Quod primum terminum attinet, is commodissime determinabitur per hanc seriem:

$$A = \frac{1}{(1-n^2)^{\lambda-\frac{1}{2}}}\left[1 + \frac{\lambda-1}{2}\cdot\frac{\lambda-2}{2}n^2 + \Pi\cdot\frac{\lambda-3}{4}\cdot\frac{\lambda-4}{4}n^4 + \Pi\cdot\frac{\lambda-5}{6}\cdot\frac{\lambda-6}{6}\cdot n^6 + \text{etc.}\right].$$

Ad sequentes determinandas statuamus brevitatis gratia

$$\frac{2\lambda n A}{B} = \mathfrak{A},$$
$$\frac{(\lambda+1)nB}{C} = \mathfrak{B},$$
$$\frac{(\lambda+2)nC}{D} = \mathfrak{C},$$
$$\frac{(\lambda+3)nD}{E} = \mathfrak{D},$$
$$\text{etc.} \qquad \text{etc.}$$

quo facto habebimus sequentes relationes inter novas litteras $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, etc.

$$\mathfrak{A} = 2 - \frac{(1\cdot2+\lambda-\lambda\lambda)nn}{\mathfrak{B}},$$
$$\mathfrak{B} = 4 - \frac{(2\cdot3+\lambda-\lambda\lambda)nn}{\mathfrak{C}},$$
$$\mathfrak{C} = 6 - \frac{(3\cdot4+\lambda-\lambda\lambda)nn}{\mathfrak{D}},$$
$$\mathfrak{D} = 8 - \frac{(4\cdot5+\lambda-\lambda\lambda)nn}{\mathfrak{E}},$$
$$\mathfrak{E} = 10 - \frac{(5\cdot6+\lambda-\lambda\lambda)nn}{\mathfrak{F}},$$

— — — — — —

— — — — — —

$$\mathfrak{K} = 20 - \frac{(10\cdot11+\lambda-\lambda\lambda)nn}{?}.$$

§. 32. Cum autem productum $10 . 11 = 110$ jam sit numerus satis magnus, ut prae eo quantitas $\lambda - \lambda\lambda$ rejici possit ut evanescens, tuto statuere poterimus

$$\mathfrak{L} = \frac{(\lambda + 10)\, n\, \mathrm{L}}{\mathrm{M}} = (10 + 1)\,(1 + \sqrt{1 - nn})$$

(§. 30.), hoc est $\mathfrak{L} = 11\,(1 + \sqrt{1 - nn})$. Pro sequentibus autem adhuc accuratius erit $\mathfrak{M} = 12\,(1 + \sqrt{1 - nn})$; $\mathfrak{N} = 13\,(1 + \sqrt{1 - nn})$; $\mathfrak{O} = 14\,(1 + \sqrt{1 - nn})$; $\mathfrak{P} = 15\,(1 + \sqrt{1 - nn})$ et ita porro; quos ergo valores omnes ex solo numero n definire licet. Ex cognito autem valore $\mathfrak{L}$ retrogrediendo praecedentes omnes $\mathfrak{K}$, $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{G}$, etc. assignari poterunt usque ad primum $\mathfrak{A}$, unde porro litterae B valor per A exactissime determinabitur.

§. 33. Hic id imprimis observari meretur, quod, etiamsi in valore $\mathfrak{L}$ error quispiam fuerit commissus, inde tamen in litteris praecedentibus aberrationes continuo fiant minores, id quod hoc modo ostendi potest. Sit in genere

$$\Delta = a - \cfrac{\alpha}{b - \cfrac{\beta}{c - \cfrac{\gamma}{d - \cfrac{\delta}{e - \cfrac{\epsilon}{f - \text{etc.}}}}}}$$

et si ponamus per errorem sumi $f = \infty$, erit $\frac{\epsilon}{f - etc.} = 0$, ideoque

$$\Delta = a - \cfrac{\alpha}{b - \cfrac{\beta}{c - \cfrac{\gamma}{d - \cfrac{\delta}{e}}}}$$

Sin autem e contrario accipiamus $f = 0$, tum erit $\frac{\varepsilon}{f} = \infty$, ideoque

$$\Delta = a - \cfrac{\alpha}{b - \cfrac{\beta}{c - \cfrac{\gamma}{d - \cfrac{\delta}{e - \infty}}}}$$

sive mutatis signis in postrema parte

$$\Delta = a - \cfrac{\alpha}{b - \cfrac{\beta}{c - \cfrac{\gamma}{d + \cfrac{\delta}{\infty}}}}$$

hoc est, ob $\frac{\delta}{\infty} = 0$, erit:

$$\Delta = a - \cfrac{\alpha}{b - \cfrac{\beta}{c - \cfrac{\gamma}{d}}}$$

qui valor ab illo, pro $f = \infty$, invento

$$\Delta = a - \cfrac{\alpha}{b - \cfrac{\beta}{c - \cfrac{\gamma}{d - \cfrac{\delta}{e}}}}$$

quam minime discrepat. Quare cum errores maximi in littera f commissi vix ullum discrimen pariant in valore Δ, multo magis elucet, si in littera f error quam minimus fuerit commissus, tum errorem in Δ penitus pro nihilo haberi posse, quod ergo etiam valet de littera supra adhibita $\mathfrak{L}$.

§. 34. Postquam autem veros valores pro singulis litteris $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, etc. assignaverimus, tum ex cognita prima A reliquae sequenti modo reperientur:

$$B = \frac{2\lambda n A}{\mathfrak{A}},$$
$$C = \frac{(\lambda + 1) n B}{\mathfrak{B}},$$
$$D = \frac{(\lambda + 2) n C}{\mathfrak{C}},$$
$$E = \frac{(\lambda + 3) n D}{\mathfrak{D}},$$
etc. etc.

Sicque calculo satis facili omnia, quae in usum nostrae seriei desiderari possunt, exactissime sunt determinata ope fractionum continuarum; unde denuo insignis usus harum fractionum in universa Analysi perspicitur.

DE L'USAGE DU MICROMÈTRE ANNULAIRE.

PAR

F. T. SCHUBERT.

Présenté à la Conférence le 8 Janv. 1812.

§. 1. L'usage de cet instrument simple et ingénieux, employé généralement par les astronomes, pour observer les astres dont la faible lumiere ne permet pas d'éclairer les fils des lunettes, comme les quatre nouvelles planètes et la plupart des comètes, consiste à observer le tems, où deux astres que l'on se propose de comparer, arrivent, en entrant et en sortant, à la péripherie d'un cercle fixé dans le foyer d'une lunette, qui ne doit pas être déplacée pendant l'observation complette des deux astres. Le milieu entre l'immersion et l'émersion de chaque astre, donnant l'instant où il s'est trouvé au milieu de la corde qu'il décrit, c'est à dire, où il a passé par un diamètre du cercle, perpendiculaire à cette corde, lequel représente le cercle horaire ou de déclinaison, passant par le centre de l'anneau; la différence entre ces deux milieux donne la différence des ascensions droites des deux astres. La

durée du passage, ou le tems écoulé entre l'immersion et l'émersion de chaque astre, converti en degrés, donne la longueur de la corde, et par conséquent, le rayon de l'anneau étant connu, la distance de la corde ou de l'astre qui l'a parcourue, au centre de l'anneau; donc la différence ou la somme des distances des deux astres, donne la différence de leurs déclinaisons: de sorte que tout ce qu'il faut, pour déterminer la position d'un astre par sa comparaison avec une étoile connue, se trouve par le tems seul.

§. 2. Ces observations supposent, 1) que la route observée ou apparente de chaque astre est parallèle à l'équateur, 2) que ces deux parallèles sont parcourus d'un mouvement uniforme. Mais l'une et l'autre de ces suppositions est dérangée par la réfraction, ce qui rend nécessaire de corriger la différence des ascensions droites et des déclinaisons, tirée de l'observation. *La Lande* a le premier donné des formules pour calculer ces corrections (*). *Kästner* a écrit un grand mémoire, pour donner une démonstration rigoureuse de ces formules (**). Cependant, notre *Lexell* ayant donné un mémoire (***) dont le but

(*) *Astronomie*, 3 édit. §. 2544 — 2548.

(**) *Nov. Comm. Gotting.* Tom. III. *De parallelo stellae etc.*

(***) *Nov. Comm. Petrop.* Tom. XIX. *De differ. inter parallel. lunae etc.*

est de démontrer la fausseté de ces corrections, Mr. *Cagnoli* (*) a cru prouver que c'était *Lexell* qui était tombé dans l'erreur, et non *La Lande.*

Lorsque les astres sont peu élevés sur l'horison, ce qui était le cas de la grande comète pendant les derniers mois de l'an 1811, et ce qui est toujours le cas de Mercure, ces corrections ne sont pas à négliger. Or, ayant cru voir, que tous ces géomètres qui ont été suivis par les astronomes, se sont trompés sur ces corrections, cet objet m'a paru assés important, pour le soumettre à un nouvel examen, dont je vais exposer le résultat.

Tab. II. Fig. 1. §. 3. Soit H Z P B F le micromètre annulaire, C le centre, H C R, N C Z, le diamètre horisontal et vertical, A D B, E G F, les vrais parallèles que les deux astres parcourraient sans l'effèt de la réfraction, P D C G le cercle horaire qui les coupe perpendiculairement par le milieu, A′ D′ B′, E′ G′ F′, les routes apparentes dans lesquelles les deux astres se présentent à l'observateur par l'effet de la réfraction. Dans la figure qui représente la partie occidentale du ciel, le vertical C Z tombe à gauche ou à l'orient du cercle horaire C P, et le mouvement diurne fait déscendre les astres vers l'horison; dans la

(*) *Traité de Trigonom.* pag. 438—442.

partie orientale c'est le contraire. L'angle $PCZ = \phi$, sous lequel se coupent les cercles horaire et vertical, se trouve par la formule

$$\text{tang}\,\phi = \frac{\textit{sin angle horaire}}{\textit{tg élev. du pole} \times \textit{cos déclin.} - \textit{sin déclin.} \times \textit{cos angle hor.}}$$

ou bien $\text{tg}\,\psi = \frac{\textit{cos angle hor.}}{\textit{tg el. du pole}}$, et $\text{tg}\,\phi = \frac{\textit{sin}\,\psi \times \textit{tang angle hor.}}{\textit{cos}\,(\psi + \textit{d. clin.})}$.

Nommons le rayon de l'anneau $CZ = CP = a$, les demi-cordes $DA = DB = m$, $GE = GF = n$, leurs distances au centre $CD = f$, $CG = g$, la déclinaison des deux astres $= \delta$ (en prenant le milieu), $\cos\delta = e$, la vraie différence de leurs déclinaisons $= d$, de leurs ascensions droites $=$ Æ, les différences apparentes ou tirées de l'observation d' et Æ$'$, les cordes apparentes $A'B' = 2m'$, $E'F' = 2n'$, enfin, $\sin\phi = b$, $\cos\phi = c$, et ν le nombre par lequel il faut multiplier le tems, pour le convertir en degrés de l'équateur, de sorte que $\nu = 15$, lorsque c'est le tems sidéral.

§. 4. Ayant tiré, par les quatre points A', B', E', F', des lignes verticales jusqu'au diamètre horisontal HR et aux vrais parallèles AB, EF, savoir $A'a\alpha$, $bB'\beta$, $E'e\varepsilon$, $fF'\eta$; les immersions et émersions auront lieu en A', B', E', F', lorsque $A'a = \varrho'$, $B'b = \varrho''$, $E'e = \varrho'''$, $F'f = \varrho''''$, sont égales aux réfractions qui répondent aux hauteurs apparentes des points A', B', E', F', ou bien aux hauteurs vraies des points a, b, e, f. Au moment donc, où

l'on a observé les immersions et émersions, les astres se sont trouvé effectivement en a, b, e, f, et les cordes observées, ou plutôt calculées moyennant les quatre époques de l'observation, sont ab, ef, tandis que les véritables cordes sont AB, EF.

Nommons ϱ, σ, les réfractions qui répondent aux hauteurs vraies des points D, G; ξ le rapport qui existe entre les variations de la réfraction et de la hauteur vraie $= \frac{\partial . r fr.}{\partial . haut.}$, lequel peut être tiré immédiatement des tables des réfractions; soit enfin $Da = u$, $Db = x$, $Ge = y$, $Gf = z$. Les différences entre les hauteurs vraies de a, b, et D, comme de e, f, et G, et de D et G, étant égales à $a\alpha' = Da . \sin\Phi = bu, bx, by, bz$, et $DG . \cos\Phi = cd$, la réfraction σ sera $= \varrho + \xi cd$, et les quatre réfractions $\varrho' = \varrho - \xi bu$, $\varrho'' = \varrho + \xi bx$, $\varrho''' = \varrho + \xi cd - \xi by$, $\varrho'''' = \varrho + \xi cd + \xi bz$.

§. 5. Voici la méthode de *La Lande*, ou plutôt de *Cagnoli*.

Les cordes apparentes A′B′, E′F′, pouvant être regardées comme parallèles, le diamètre $d'dCg'g$, perpendiculaire à l'une, le sera aussi à l'autre, et les coupera dans leur milieu d', g', trouvé par le milieu entre les époques des immersions et émersions en A′, B′, et E′, F′. On a donc

$$d'g' = d', \text{ et } d = DG = D'G' + GG' - DD'.$$

Supposant donc $D'G' = d'g' = d'$, on a $d - d' = GG' - DD'$, ou bien, $D'h$, $G'k$, étant verticales, $d - d' = c \cdot G'k - c \cdot D'h$. Or, $G'k$, $D'h$, sont les réfractions qui répondent aux hauteurs apparentes de G', D', ou aux hauteurs vraies de G, D, que nous avons nommées ϱ, σ; donc (§. 4.)

$$d - d' = c\,(\sigma - \varrho) = \xi\, c^2\, d.$$

Pour trouver Æ$'$ — Æ, on suppose que Æ$'$ est déterminé par le passage apparent des deux astres par d', g', ou par le cercle $G'\delta'$, parallèle à $g'd'$, c'est à dire, par leur vrai passage par k et h'; tandis que Æ se détermine par leur passage par G, D. Nommant donc A, B, A', B', les tems des vrais passages par D, G, h', k, dont les deux derniers sont les mêmes que les tems observés des passages par δ', G', ou plutôt par d', g', ce qui revient au même, vu qu'il ne s'agit ici que de la différence des tems; on a $B = B' - \frac{GK}{ve}$, $A = A' - \frac{Db'}{ve}$, ou bien, $B = B' - \frac{b\sigma}{ve}$, $A = A' - \frac{Db}{ve} + \frac{bb'}{ve} = A' - \frac{b\varrho}{ve} + \frac{D'\delta'}{ve}$. Or, nommant η l'angle $D'G'\delta'$, formé par les lignes $G'D'$, $G'\delta'$, perpendiculaires aux cordes vraies et aux cordes apparentes, lequel est égal à celui formé par les cordes mêmes, on a $A = A' - \frac{b\varrho}{ve} + \frac{G'\delta' \cdot tg\eta}{ve} = A' - \frac{b\varrho}{ve} + \frac{d' \cdot tg\eta}{ve}$. Imaginant deux lignes, passant par A', E', parallèlement aux vrais parallèles A B, E F, et abaissant $A'a'$, $B'b'$, $E'e'$, $F'f'$, perpendiculaires aux mêmes parallèles; les

premieres font avec A′B′, E′F′, un angle η dont la tangente est $\frac{B'b' - A'a'}{a'b'} = \frac{c\varrho'' - c\varrho'}{a'b'}$, ou bien $\frac{F'f' - E'e'}{e'f'} = \frac{c\varrho'''' - c\varrho'''}{e'f'}$, c'est à dire, $\operatorname{tg}\eta = \frac{\xi bc\,(x+u)}{a'b'} = \frac{\xi bc\,(z+y)}{e'f'}$ (§. 4.); ce qui, en substituant $ab = x+u$ au lieu de $a'b'$, et $ef = z+y$ au lieu de $e'f'$, donne $\operatorname{tg}\eta = \xi bc$: par conséquent $A = A' - \frac{b\varrho}{ve} + \frac{\xi bcd'}{ve}$. Or, supposant que l'étoile précédente décrit AB, on a

$$\mathrm{AR} = \nu\,(B - A) = \nu\,(B' - A' - \tfrac{b\sigma}{ve} + \tfrac{b\varrho}{ve} - \tfrac{\xi bcd'}{ve}),$$

et $\mathrm{AR}' = \nu\,(B' - A')$, donc $\mathrm{AR}' - \mathrm{AR} = \frac{b\,(\sigma - \varrho) + \xi bcd'}{e}$, ou bien, substituant d au lieu de d', $\mathrm{AR}' - \mathrm{AR} = \frac{2\xi bcd}{e}$.

§. 6. Dans cette méthode, on fait beaucoup de substitutions, en négligeant des quantités qui ne paraissent pas tout à fait inconsidérables, et l'on fait des suppositions qui ne sont point évidentes. On suppose par ex. 1) que les deux routes apparentes A′B′, E′F′, sont parallèles; 2) que le milieu entre les époques de l'immersion et de l'émersion donne le passage par le milieu de la corde, d', g', c'est à dire, que la corde apparente, ou affectée par la réfraction, est parcourue uniformement, aussi bien que le vrai parallèle; 3) que les déclinaisons ou hauteurs des astres sont effectivement observées en d' et g', tandis que réellement les déclinaisons ou les distances Cd', Cg', sont conclues de la durée des passages. Qu'on s'imagine que les observations sont faites dans une

situation où la réfraction avance ou récule les deux astres dans le parallèle même, sans les déplacer hors de lui, de sorte que les immersions et émersions s'observent en a, b, e, f: alors la formule de *La Lande* ne donnerait aucune correction des déclinaisons, la distance du parallèle apparent étant égale à celle du parallèle vrai. Mais, la corde apparente ab étant ou pouvant être moindre que la véritable AB, et ef plus grande que EF, la maniere dont on trouve les distances CD', CG', moyennant le tems, transporte le parallèle apparent à une distance tout à fait différente de celle du vrai parallèle; d'où il résulte nécessairement une correction de la déclinaison: car il ne s'agit pas de savoir, à quelle hauteur ou à quelle distance au centre l'observateur a vu l'étoile (ce qui n'est pas même un objet de l'observation), mais à laquelle il la transporte par le calcul. Cette derniere réflexion qui est la plus importante, ne regardant que les déclinaisons, il n'est pas étonnant que la correction des ascensions droites, trouvée par cette méthode, est, comme nous verrons, exacte, tandis que celle des déclinaisons est très-fautive.

§. 7. Avant d'entrer en matiere, il ne sera pas hors de propos, de faire une ou deux remarques générales qui peuvent être utiles pour vérifier le calcul. Si les réfractions en A, B, E, F, étaient égales, quelle que soit leur

grandeur, c'est à dire, si la réfraction, pour une petite variation de la hauteur, changeait infiniment peu, de sorte que $\xi = 0$: elle ne pourrait avoir aucune influence, ni sur les ascensions droites ni sur les déclinaisons. Car, dans ce cas, les cordes apparentes et vraies seraient parallèles, et également élevées par la réfraction, d'où il ne peut résulter de différence entre les résultats des observations, puisque c'est absolument le même cas que, lorsque l'observateur dirige la lunette plus bas, pour faire décrire aux deux astres leurs cordes plus haut. Il s'en suit que les corrections cherchées doivent avoir la forme $\xi A (1 + \xi \alpha + \text{cet.})$, ou bien, en négligeant les puissances de ξ, la forme ξA.

De plus, si les deux astres ont la même déclinaison, de sorte que $d = 0$, ils décrivent le même parallèle vrai, et par conséquent aussi le même parallèle apparent: la réfraction agissant absolument de la même maniere sur l'un et sur l'autre, ne saurait changer le résultat qui n'a pour objet que la différence des déclinaisons et ascensions droites. Il faut donc que les deux corrections aient la forme $\xi d A$ et $\xi d B$, c'est à dire, que tous les termes qui ne sont pas multipliés par ξd, disparaissent d'eux mêmes du calcul.

§. 8. Nommant t, T, θ, Θ, t', T$'$, θ', Θ', les tems où le vrai lieu des astres était en A, B, E, F, a, b, e, f, les quatre dernières époques sont en même tems celles où les immersions et émersions sont observées en A$'$, B$'$, E$'$, F$'$; et le calcul des observations donne

$$Æ' = \frac{v}{2}((\Theta' + \theta') - (T' + t')), \text{ et } d' = \sqrt{(a^2 - m'^2)} + \sqrt{(a^2 - n'^2)},$$

tandis que les véritables valeurs de ces différences sont

$$Æ = \frac{v}{2}((\Theta + \theta) - (T + t)), \text{ et } d = \sqrt{(a^2 - m^2)} + \sqrt{(a^2 - n^2)}.$$

Nous avons supposé que les centres des deux parallèles D, G, tombent des cotés opposés du centre de l'anneau C. S'ils tombaient du même coté, la derniere racine aurait le signe négatif, c'est à dire, on aurait $d = f - g$, ou $d = g - f$, au lieu de $d = f + g$. Tous ces cas, aussi bien que le quatrieme $d = -(f + g)$, lorsque D tombe au dessous de G, résultent immédiatement de l'ambiguité des radicaux.

§. 9. Nommant encore $t' - t = \tau'$, $T' - T = \tau''$, $\theta' - \theta = \tau'''$, $\Theta' - \Theta = \tau''''$, on a

$$Æ' - Æ = \frac{v}{2}(\tau'''' + \tau''' - \tau'' - \tau'),$$

où l'on peut regarder τ', etc. comme les différentielles de t, etc.

De la même maniere, si l'on se permet de négliger le carré des réfractions, ou des variations que d et Æ éprouvent par la réfraction, on peut regarder $d' - d$

comme la différentielle de d. Or, d étant égal à $f+g$, et $f^2 = a^2 - m^2$, $g^2 = a^2 - n^2$, on a

$$d' - d = \partial d = \partial f + \partial g = -\frac{m\partial m}{f} - \frac{n\partial n}{g},$$

ou bien $d - d' = \frac{m\partial m}{f} + \frac{n\partial n}{g}$. Substituant donc $\partial m = m' - m = \frac{x+u}{2} - m$, et $\partial n = n' - n = \frac{z+y}{2} - n$ (§. 3. 4.), on obtient $d - d' = \frac{m(x+u-2m)}{2f} + \frac{n(z+y-2n)}{2g}$.

Maintenant, il faut se rappeler que τ', τ'', τ''', τ'''', sont les tems que les deux astres mettent à parcourir les arcs de leurs parallèles Aa, Bb, Ee, Ff, c'est à dire, que τ' est égal à $\frac{Aa}{ve} = \frac{DA - Da}{ve} = \frac{m-u}{ve}$: donc $ve\tau' = m - u$, $ve\tau'' = x - m$, $ve\tau''' = n - y$, $ve\tau'''' = z - n$: ce qui donne, fesant pour abréger, $x + u - 2m = p$, $z + y - 2n = q$,

$$Æ' - Æ = \frac{(z-y)-(x-u)}{2e}, \text{ et } d - d' = \frac{mp}{2f} + \frac{nq}{2g}.$$

§. 10. Comme nous négligeons encore le carré des réfractions, nous pouvons regarder les petits arcs AA', BB', EE', FF', comme des lignes droites, en traitant les petits triangles $AA'a$, $BB'b$, $EE'e$, $FF'f$, comme rectilignes. Alors nous avons $\cos CAD = \frac{m}{a}$, $\sin CAD = \frac{f}{a}$, ou bien, le rayon CA étant perpendiculaire à l'arc AA', $\sin aAA' = \frac{m}{a}$, $\cos aAA' = \frac{f}{a}$. De plus, $A'a$ étant vertical, on a $AaA' = 90^\circ - \Phi$, et $aA' = \varrho'$: donc $\sin AA'a = \sin(90^\circ - \Phi + aAA') = \cos(\Phi - aAA') = \frac{cf + bm}{a}$; Mais on a aussi $\sin AA'a = \frac{Aa \cdot \sin aAA'}{\varrho'} = \frac{Aa \cdot m}{a\varrho'}$. La compa-

raison de ces deux valeurs donne $Aa = b\varrho' + \frac{cf}{m}\varrho'$, et $Da = DA - Aa$, ou bien $u = m - b\varrho' - \frac{cf}{m}\varrho'$.

De la même maniere on trouve

$$\cos CBD = \sin DBB' = \sin bBB' = \frac{m}{a},$$

$$\sin CBD = \cos DBB' = -\cos bBB' = \frac{f}{a},$$

$BbB' = 90° - \Phi$, $B'b = \varrho''$: donc

$$\sin BB'b = \sin(90° - \Phi + bBB') = \cos(\Phi - bBB')$$

$$= \frac{-cf + bm}{a} = \frac{Bb \cdot \sin bBB'}{\varrho''} = \frac{Bb \cdot m}{a\varrho''};$$

ce qui donne $Bb = b\varrho'' - \frac{cf}{m}\varrho''$, et $x = m + b\varrho'' - \frac{cf}{m}\varrho''$.

Dans le triangle EeE', on a $eEE' = 90° + CEG$, et $EeE' = 90° - \Phi$, par conséquent $\sin eEE' = \cos CEG = \frac{n}{a}$, $\cos eEE' = -\sin CEG = -\frac{g}{a}$, $\sin EE'e = \sin(90° - \Phi + eEE')$

$$= \cos(\Phi - eEE') = \frac{-cg + bn}{a} = \frac{Ee \cdot \sin eEE'}{\varrho'''} = \frac{Ee \cdot n}{a\varrho'''}:$$

ce qui donne $Ee = b\varrho''' - \frac{cg}{n}\varrho'''$, et $y = n - b\varrho''' + \frac{cg}{n}\varrho'''$.

Le triangle FfF' fournit les équations, $fFF' = 90° - CFG$, $FfF' = 90° - \Phi$, donc $\sin fFF' = \frac{n}{a}$, $\cos fFF' = \frac{g}{a}$, $\sin FF'f = \sin(90° - \Phi + fFF') = \cos(\Phi - fFF')$

$$= \frac{cg + bn}{a} = \frac{Ff \cdot \sin fFF'}{\varrho''''} = \frac{Ff \cdot n}{a\varrho''''}:$$

ce qui donne $Ff = b\varrho'''' + \frac{cg}{n}\varrho''''$, et $z = n + b\varrho'''' + \frac{cg}{n}\varrho''''$.

Ces formules, quoique adaptées au cas représenté par la figure, où l'émersion B tombe au dessous du diamètre horisontal HR, et l'immersion E au dessus, ne laissent pas d'être générales. En effet, lorsque B tombe en R, le parallèle en RM, on a $CM = CR \cdot \sin CRM$,

RM = CR . cos CRM, c'est à dire, $f = bu$, $m = ca$, par conséquent $Bb = 0$ et $x = m$. Mais, si B se trouve au dessus de R, f devient plus grand que CM ou que ba, et m plus petit que ca, ce qui rend Bb négatif, et $x = m - (\frac{cf}{m} - b) \varrho''$, comme ci-dessus. De la même maniere, il est aisé de voir que, lorsque E tombe au dessous de H, g devient plus grand que ba, n moins grand que ca, par conséquent Ee negatif, et $y = n + (\frac{cg}{n} - b) \varrho'''$.

§. 11. Le nombre ξ étant moindre que $\frac{1}{60}$, au moins tant que les hauteurs ne sont pas au dessous de $6\frac{1}{2}$ degrés, on peut toujours négliger le carré de ξ. Alors, les valeurs du §. 10, comparées à celles du §. 4, nous donnent $\varrho' = \varrho - \xi bu = \frac{m - u}{b + \frac{cf}{m}}$, ou bien

$$u(1 - \xi b(b + \frac{cf}{m})) = m - (b + \frac{cf}{m}) \varrho,$$

ce qui donne $u = (m - (b + \frac{cf}{m})\varrho)(1 + \xi b(b + \frac{cf}{m}))$, c'est à dire, $u = m - b\varrho - \frac{cf}{m}\varrho + \xi b^2 m + \xi bcf - \xi b\varrho(b^2 + \frac{2bcf}{m} + \frac{c^2f^2}{m^2})$.

On trouve de la même maniere

$$x = m + b\varrho - \frac{cf}{m}\varrho + \xi b^2 m - \xi bcf + \xi b\varrho(b^2 - \frac{2bcf}{m} + \frac{c^2f^2}{m^2}),$$

$$y = n - b\varrho + \frac{cg}{n}\varrho + \xi b^2 n - \xi bcg - \xi b\varrho(b^2 - \frac{2bcg}{n} + \frac{c^2g^2}{n^2}) - \xi cd(b - \frac{cg}{n}),$$

$$z = n + b\varrho + \frac{cg}{n}\varrho + \xi b^2 n + \xi bcg + \xi b\varrho(b^2 + \frac{2bcg}{n} + \frac{c^2g^2}{n^2}) + \xi cd(b + \frac{cg}{n}).$$

Ce qui donne

$$z - y = 2b\varrho + 2\xi bcg + 2\xi b\varrho\,(b^2 + \tfrac{c^2 g^2}{n^2}) + 2\xi bcd,$$
$$x - u = 2b\varrho - 2\xi bcf + 2\xi b\varrho\,(b^2 + \tfrac{c^2 f^2}{m^2}),$$
$$p = -\tfrac{2cf}{m}\varrho + 2\xi b^2 m - \tfrac{4\xi b^2 cf\varrho}{m},$$
$$q = \tfrac{2cg}{n}\varrho + 2\xi b^2 n + \tfrac{4\xi b^2 cg\varrho}{n} + \tfrac{2\xi c^2 gd}{n}.$$

§. 12. Substituant ces valeurs dans les équations du §. 9, on obtient

$$Æ' - Æ = \tfrac{\xi bc(g+f)}{e} + \tfrac{\xi bc^2}{e}\varrho\,(\tfrac{g^2}{n^2} - \tfrac{f^2}{m^2}) + \tfrac{\xi bcd}{e}, \text{ et}$$
$$d - d' = \xi b^2\,(\tfrac{m^2}{f} + \tfrac{n^2}{g}) + \xi c^2 d.$$

Or, $g + f = d$, $\frac{g^2}{n^2} - \frac{f^2}{m^2} = \frac{a^2}{n^2} - 1 - \frac{a^2}{m^2} + 1 = \frac{a^2(m^2 - n^2)}{m^2 n^2}$
$= \frac{a^2(g^2 - f^2)}{m^2 n^2} = \frac{a^2 d\,(g - f)}{m^2 n^2}$,

et $\frac{m^2}{f} + \frac{n^2}{g} = \frac{a^2}{f} - f + \frac{a^2}{g} - g = \frac{a^2 d}{fg} - d$; donc

$$Æ' - Æ = \tfrac{\xi bcd}{e}\,(2 + \tfrac{ca^2(g-f)\varrho}{m^2 n^2}), \text{ et}$$
$$d - d' = \xi d\,(c^2 - b^2 + \tfrac{b^2 a^2}{fg}) = \xi d\,(\cos 2\Phi + \tfrac{b^2 a^2}{fg}).$$

La premiere de ces deux formules s'accorde avec celle de *La Lande*, au dernier terme près, lequel, comme nous verrons plus bas, n'est entré dans le calcul, que parceque nous avons négligé les carrés des réfractions, qui renferment le même terme affecté du signe contraire. Mais la seconde formule est tout à fait différente de celle de *La Lande*, ayant un terme $(\frac{b^2 a^2}{fg})$ qui peut devenir beaucoup plus grand que la correction entiere de *La Lande* (c^2), parceque a est toujours plus grand que f et g. Ce terme devient même infini, lorsque f ou g est égal à zéro.

C'est donc une raison de plus, pour ne pas faire passer les étoiles trop près du centre de l'anneau.

§. 13. Si l'on veut tenir compte du carré de la réfraction, il faut se rappeler que nous avons négligé ce carré, tant en trouvant $d - d'$ par la simple différentiation, qu'en traitant les triangles $A\,a\,A'$, etc. comme rectilignes, ce qui est d'autant plus important que la réfraction, les astres étant observés près de l'horison, a un rapport considérable au rayon de l'anneau qui, dans un pareil cas, ne sera peutêtre que deux fois plus grand que la réfraction. Il faut donc déterminer aussi bien $d - d'$ que u, x, y, z, d'une autre manière que nous n'avons fait (§. 9. 10.).

§. 14. Résumant les expressions (§. 8.)

$$d = f + g,\ d' = \sqrt{(a^2 - m'^2)} + \sqrt{(a^2 - n'^2)},$$

la valeur complette sera, m' étant $= \frac{x+y}{2} = m + \frac{p}{2}$, et $n' = n + \frac{q}{2}$ (§. 9.),

$$d' = \sqrt{(f^2 - mp - \tfrac{p^2}{4})} + \sqrt{(g^2 - nq - \tfrac{q^2}{4})}$$

$$= f\sqrt{(1 - \tfrac{mp}{f^2} - \tfrac{p^2}{4f^2})} + g\sqrt{(1 - \tfrac{nq}{g^2} - \tfrac{q^2}{4g^2})}$$

$$= f(1 - \tfrac{mp}{2f^2} - \tfrac{p^2}{8f^2} - \tfrac{m^2p^2}{8f^4}) + g(1 - \tfrac{nq}{2g^2} - \tfrac{q^2}{8g^2} - \tfrac{n^2q^2}{8g^4})$$

$$= f(1 - \tfrac{mp}{2f^2} - \tfrac{a^2p^2}{8f^4}) + g(1 - \tfrac{nq}{2g^2} - \tfrac{a^2q^2}{8g^4})$$

$$= f + g - \tfrac{mp}{2f} - \tfrac{nq}{2g} - \tfrac{a^2p^2}{8f^3} - \tfrac{a^2q^2}{8g^3}.$$ On a donc

$$d - d' = \tfrac{mp}{2f} + \tfrac{nq}{2g} + \tfrac{a^2}{8}(\tfrac{p^2}{f^3} + \tfrac{q^2}{g^3}),$$

et la valeur complette de $Æ' - Æ$, comme ci dessus (§. 9.),

$$Æ' - Æ = \frac{(z-y)-(x-u)}{2e}.$$

§. 15. Pour trouver les valeurs complettes de u, x, y, z, nous nous servirons des triangles CaA', CbB', CeE', CfF'. On a $\operatorname{tg} CaD = \frac{f}{u}$, $DaA' = 90° + \Phi$, par conséquent,

$$\cos CaA' = \cos(90° + \Phi + CaD) = -\sin(\Phi + CaD) = \frac{-bu-cf}{\sqrt{(u^2+f^2)}}.$$

Or, les trois cotés du triangle CaA', savoir $Ca = \sqrt{(u^2+f^2)}$, $CA' = a$, $aA' = \varrho'$, donnant $\cos CaA' = \frac{u^2+f^2+\varrho'^2-a^2}{2\varrho'.\sqrt{(u^2+f^2)}}$, il résulte de la comparaison de ces deux valeurs,

$$0 = u^2 + f^2 + \varrho'^2 - a^2 + 2b\varrho' u + 2c\varrho' f, \text{ ou bien}$$

$$u^2 + 2b\varrho' u + b^2\varrho'^2 = m^2 - 2cf\varrho' - c^2\varrho'^2, \text{ ce qui donne}$$

$$u + b\varrho' = \sqrt{(m^2 - 2cf\varrho' - c^2\varrho'^2)} = m\left(1 - \frac{cf\varrho'}{m^2} - \frac{c^2\varrho'^2}{2m^2} - \frac{c^2f^2\varrho'^2}{2m^4}\right),$$

$$\text{et } u = m - b\varrho' - \frac{cf}{m}\varrho' - \frac{c^2a^2}{2m^3}\varrho'^2.$$

On trouve de la même maniere

$$x = m + b\varrho'' - \frac{cf}{m}\varrho'' - \frac{c^2a^2}{2m^3}\varrho''^2,$$

$$y = n - b\varrho''' + \frac{cg}{n}\varrho''' - \frac{c^2a^2}{2n^3}\varrho'''^2,$$

$$z = n + b\varrho'''' + \frac{cg}{n}\varrho'''' - \frac{c^2a^2}{2n^3}\varrho''''^2.$$

Ces trois dernieres équations résultent immédiatement de la premiere, en fesant attention, 1) que u se change en y, ou x en z, lorsqu'on substitue n au lieu de m, et $-g$ au lieu de f, les points D, G, étant supposés tomber des cotés opposés du centre, 2) que u se transforme en x, ou y en z, lorsque b devient négatif, l'angle

$D\,a\,A'$ et $G\,e\,E'$ étant égal à $90° + \phi$, tandis que $D\,b\,B' = G\,f\,F' = 90° - \phi$.

§. 16. Ces valeurs, comparées à celles du §. 4, nous donnent

$$u = m - b\varrho + \xi b^2 u - \frac{cf}{m}\varrho + \frac{\xi bcf}{m}u - \frac{c^2a^2}{2m^3}\varrho^2 + \frac{\xi bc^2a^2}{m^3}\varrho u,$$

c'est à dire

$$u\left(1 - \xi b\left(b + \frac{cf}{m} + \frac{c^2a^2\varrho}{m^3}\right)\right) = m - \varrho\left(b + \frac{cf}{m} + \frac{c^2a^2\varrho}{2m^3}\right);$$

ou bien

$$u = \left[m - \varrho\left(b + \frac{cf}{m} + \frac{c^2a^2\varrho}{2m^3}\right)\right]\left[1 + \xi b\left(b + \frac{cf}{m} + \frac{c^2a^2\varrho}{m^3}\right)\right],$$

c'est à dire,

$$u = m - \left(b + \frac{cf}{m}\right)\varrho - \frac{c^2a^2}{2m^3}\varrho^2 + \xi bm\left(b + \frac{cf}{m}\right) + \frac{\xi bc^2a^2}{m^2}\varrho - \xi b\varrho\left(b + \frac{cf}{m}\right)^2,$$

ou enfin

$$u = m - \left(b + \frac{cf}{m}\right)\varrho - \frac{c^2a^2}{2m^3}\varrho^2 + \xi bm\left(b + \frac{cf}{m}\right) + \xi b\varrho\left(c^2 - b^2 - \frac{2bcf}{m}\right),$$

en négligeant les termes multipliés par $\xi\varrho^2$, $\xi\varrho^3$, etc.

La même expression donne y, lorsqu'on substitue $\varrho + \xi cd$ au lieu de ϱ (§. 4.), n au lieu de m, et $-g$ au lieu de f (§. 15.), et u, y, se changent en x, z, en donnant à b une valeur négative. Il s'en suit

$$x = m + \left(b - \frac{cf}{m}\right)\varrho - \frac{c^2a^2}{2m^3}\varrho^2 + \xi bm\left(b - \frac{cf}{m}\right) - \xi b\varrho\left(c^2 - b^2 + \frac{2bcf}{m}\right),$$

$$y = n + \left(\frac{cg}{n} - b\right)\varrho - \frac{c^2a^2}{2n^3}\varrho^2 + \xi(cd - bn)\left(\frac{cg}{n} - b\right) + \xi\varrho\left(b(c^2 - b^2) + \frac{2b^2cg}{n} - \frac{c^3a^2d}{n^3}\right),$$

$$z = n + \left(\frac{cg}{n} + b\right)\varrho - \frac{c^2a^2}{2n^3}\varrho^2 + \xi(cd + bn)\left(\frac{cg}{n} + b\right) + \xi\varrho\left(b(b^2 - c^2) + \frac{2b^2cg}{n} - \frac{c^3a^2d}{n^3}\right),$$

d'où l'on tire

$$x - u = 2b\varrho - 2\xi bcf - 2\xi b\varrho(c^2 - b^2),$$
$$z - y = 2b\varrho + 2\xi bcg - 2\xi b\varrho(c^2 - b^2) + 2\xi bcd,$$
$$p = -\frac{2cf}{m}\varrho - \frac{c^2a^2}{m^3}\varrho^2 + 2\xi b^2 m - \frac{4\xi b^2 cf}{m}\varrho,$$
$$q = \frac{2cg}{n}\varrho - \frac{c^2a^2}{n^3}\varrho^2 + 2\xi b^2 n + \frac{4\xi b^2 cg}{n}\varrho + \frac{2\xi c^2 gd}{n} - \frac{2\xi c^3 a^2 d}{n^3}\varrho,$$
$$p^2 = \frac{4c^2f^2}{m^2}\varrho^2 - 8\xi b^2 cf\varrho; \text{ et } q^2 = \frac{4c^2g^2}{n^2}\varrho^2 + 8\xi b^2 cg\varrho + \frac{8\xi c^3 g^2 d}{n^2}\varrho.$$

§. 17. Substituant ces valeurs dans les équations (§. 14.), on obtient

$$\mathrm{AR}' - \mathrm{AR} = \frac{\xi bc(g+f) + \xi bcd}{e} = \frac{2\xi bcd}{e}, \text{ et}$$
$$\begin{array}{rl} d - d' = & -c\varrho - \frac{c^2a^2\varrho^2}{2fm^2} + \frac{\xi b^2 m^2}{f} - 2\xi b^2 c\varrho, \\ & + c\varrho - \frac{c^2a^2\varrho^2}{2gn^2} + \frac{\xi b^2 n^2}{g} + 2\xi b^2 c\varrho + \xi c^2 d - \frac{\xi c^3 a^2 d\varrho}{gn^2} \\ & + \frac{c^2a^2\varrho^2}{2fm^2} \qquad - \frac{\xi b^2 ca^2\varrho}{f^2} \\ & + \frac{c^2a^2\varrho^2}{2gn^2} \qquad + \frac{\xi b^2 ca^2\varrho}{g^2} \qquad + \frac{\xi c^3 a^2 d\varrho}{gn^2} \end{array}$$
$$= \xi c^2 d + \xi b^2\left(\frac{m^2}{f} + \frac{n^2}{g}\right) + \xi b^2 ca^2\varrho\left(\frac{1}{g^2} - \frac{1}{f^2}\right),$$

ou à cause de $\frac{m^2}{f} + \frac{n^2}{g} = \frac{a^2}{f} - f + \frac{a^2}{g} - g = \frac{a^2 d}{fg} - d$, et $\frac{1}{g^2} - \frac{1}{f^2} = \frac{d(f-g)}{f^2g^2}$, $d - d' = \xi d\left(c^2 - b^2 + \frac{b^2a^2}{fg} + \frac{b^2ca^2(f-g)\varrho}{f^2g^2}\right)$, ou bien $d - d' = \xi d\left(\cos 2\Phi + \frac{b^2a^2}{fg}\left(1 + \frac{c(f-g)\varrho}{fg}\right)\right)$, où le dernier terme peut être négligé, dans tous les cas où les astres ne passent pas trop près du centre, de sorte que nous avons, comme ci-dessus,

$$\mathrm{AR}' - \mathrm{AR} = \frac{2\xi bcd}{e} = \frac{\xi d . \sin 2\Phi}{\cos\delta}, \text{ et}$$
$$d - d' = \xi d\left(\cos 2\Phi + \frac{b^2a^2}{fg}\right) = \xi d\left(\cos 2\Phi + \frac{a^2\sin^2\Phi}{fg}\right).$$

§. 18. Quoique le calcul rigoureux par lequel nous avons trouvé ces formules, ne laisse aucun doute sur leur

exactitude, il ne sera pas inutile, de les mettre, aussi bien que celles de *La Lande*, à une épreuve bien simple.

Supposons l'angle $\phi = 0$, ou $\phi = 180°$, ce qui a lieu, lorsque l'observation se fait dans le méridien même. Alors on a $b = 0$, $c = \pm 1$, $\cos 2\phi = 1$, et les formules de *La Lande* donnent, aussi bien que les notres, $Æ' - Æ = 0$, et $d - d' = \xi d$. Comme dans ce cas
Tab. II. Fig. 2. les routes des deux astres AB, EF, sont parallèles à l'horison, tous leurs points, se trouvant à la même hauteur, sont élevés par la réfraction de la même quantité: de sorte que les routes apparentes A'B', E'F', sont également parallèles à l'horison et aux vrais parallèles. Le milieu des cordes apparentes D', G', se trouve, par conséquent, dans le même cercle horaire PC, que le milieu des véritables cordes, D, G: en prenant donc le milieu entre les immersions et émersions observées, A', B', et E', F', on obtient le même résultat que si l'on avait pris le milieu entre les véritables immersions et émersions A, B, et E, F; de sorte que la différence des ascensions droites n'a besoin d'aucune correction, c'est à dire $Æ' - Æ = 0$.

Pour ce qui regarde les déclinaisons, nous avons $DG = d$, $DD' = \varrho$, $GG' = \varrho + \xi d$ (§. 4.); on trouve donc, par la durée des passages A'B' et E'F', $CD' = f + \varrho$, $CG' = g - \varrho - \xi d$, et $d' = D'G' = f + g - \xi d$, c'est à

dire, $d - d' = \xi d$. Toutes les deux formules sont donc évidemment justes dans ce cas-là.

§. 19. Supposons maintenant l'angle $\phi = 90°$, ce qui arrive sous une élévation du pole $= \beta$, lorsque le cosinus de l'angle horaire est égal à $\frac{tg\,\beta}{tg\,\delta}$ (§. 3.). Ce cas ne peut avoir lieu que lorsque $\delta > \beta$, où que les étoiles passent par le méridien entre le pole et le zénit, et nommément dans le point de leur parallèle, qui est touché par le cercle vertical, l'angle horaire étant $< 90°$. Sous l'équateur même, ce cas arrive 6 heures avant ou après la culmination d'une étoile quelconque, c'est à dire, lorsqu'elle se trouve dans l'horison. Les formules de *La Lande* donnent pour ce cas, où $b = 1$, $c = 0$, et $\cos 2\phi = -1$, $Æ' - Æ = 0$, et $d - d' = 0$ (§. 5.), tandis que les nôtres donnent $Æ' - Æ = 0$, $d - d' = \xi d\,(\frac{aa}{fg} - 1)$ (§. 17.). Voyons, lequel des deux résultats est juste.

Que la *3 Figure* représente le micromètre, où CZ est vertical, CP le cercle horaire dans sa position horisontale, AB, EF, les vrais parallèles des deux astres, lesquels étant perpendiculaires à l'horison, la réfraction n'en peut faire sortir les astres, mais seulement les élever dans leurs vrais parallèles. C'est donc le cas dont nous avons parlé (§. 6.), et l'on voit aisément que, la distance des cordes Tab. II. Fig. 3.

DG n'étant pas alterée par la réfraction, la manière ordinaire d'envisager cet objet, ne saurait donner aucune correction des déclinaisons, tandis que de la manière dont on calcule les distances des cordes au centre, il résulte nécessairement une déclinaison tout à fait différente de la vraie déclinaison. Si $AA' = \varrho'$, $BB' = \varrho''$, $EE' = \varrho'''$, $FF' = \varrho''''$, sont les réfractions qui conviennent aux hauteurs apparentes des points A, B, E, F, et que l'on conserve toutes les dénominations employées ci-dessus, c'est à dire, qu'on nomme ϱ, σ, les réfractions en D et G, t, T, θ, Θ, t', T', θ', Θ', les tems où les astres se trouvent réellement en A, B, E, F, A', B', E', F'; on observera les immersions et émersions aux instans t', T', θ', Θ'. Or, les réfractions ϱ'', ϱ'''', étant plus grandes que ϱ', ϱ'''; les cordes observées A' B', E' F', étant augmentées par la réfraction, et par conséquent parcourues en un plus grand intervalle de tems, elles sont, par le calcul des observations, déplacées hors de AB, EF, et approchées du centre; de sorte qu'on trouve les cordes ab, ef, au lieu des cordes vraies AB, EF, et la différence des déclinaisons dg moins grande que la véritable différence DG. Il y a donc certainement une correction des déclinaisons, ce qui prouve la fausseté des formules vulgaires, et la justesse des nôtres, comme nous allons voir.

On a $t' = t + \frac{\varrho'}{ve}$, $T' = T + \frac{\varrho''}{ve}$, $\theta' = \theta + \frac{\varrho'''}{ve}$, $\Theta' = \Theta + \frac{\varrho''''}{ve}$, et $Æ = \frac{v}{2}((\Theta + \theta) - (T + t))$, $Æ' = \frac{v}{2}((\Theta' + \theta') - (T' + t'))$, ce qui donne $Æ' - Æ = \frac{\varrho'''' + \varrho''' - \varrho'' - \varrho'}{2e}$.

De plus, on a $AB = 2m$, $EF = 2n$, $A'B' = 2m + \varrho'' - \varrho'$, $E'F' = 2n + \varrho'''' - \varrho'''$: par conséquent, $\partial m = \frac{\varrho'' - \varrho'}{2}$, $\partial n = \frac{\varrho'''' - \varrho'''}{2}$, et $d - d' = \frac{m\partial m}{f} + \frac{n\partial n}{g}$ (§. 9.), c'est à dire,

$$d - d' = \frac{m(\varrho'' - \varrho')}{2f} + \frac{n(\varrho'''' - \varrho''')}{2g}.$$

Or, nous avons $\varrho' = \varrho - \xi m$, $\varrho'' = \varrho + \xi m$, $\varrho''' = \sigma - \xi n$, $\varrho'''' = \sigma + \xi n$; ou bien $\varrho''' = \varrho - \xi n$, $\varrho'''' = \varrho + \xi n$, parceque $\sigma = \varrho$, les hauteurs de D et G étant égales. On a donc $\varrho'''' + \varrho''' = 2\varrho = \varrho'' + \varrho'$, et $\varrho'' - \varrho' = 2\xi m$, $\varrho'''' - \varrho''' = 2\xi n$, ce qui donne $Æ' - Æ = 0$, et

$$d - d' = \xi\left(\frac{m^2}{f} + \frac{n^2}{g}\right) = \xi\left(\frac{a^2}{f} - f + \frac{a^2}{g} - g\right) = \xi d\left(\frac{a^2}{fg} - 1\right);$$

et c'est précisement ce que notre formule générale a donné.

§. 20. Avant de finir ce mémoire, il ne sera pas hors de propos, de dire quelques mots sur la maniere dont il faut se prendre, pour donner à ces observations toute la précision dont elles sont susceptibles. Toute l'observation consiste à saisir les tems des immersions et émersions, que nous avons nommés t, T, θ, Θ, et l'on a (§. 8.) $Æ = \frac{v}{2}((\Theta + \theta) - (T + t))$, $d = \sqrt{(a^2 - m^2)} + \sqrt{(a^2 - n^2)}$. L'erreur de $Æ$ est donc proportionelle aux erreurs dont l'observation de ces époques est affectée, lesquelles peuvent se combiner de différentes manieres, en s'ajoutant

l'une à l'autre, ou en se compensant réciproquement. Si par ex. l'observateur a marqué les quatre époques trop tard, ou les immersions trop tôt, les émersions trop tard, ce qui est ordinairement le cas, t, T, θ, Θ, seront trop grands, ou bien t, θ, trop petits, T, Θ, trop grands; mais, ces erreurs se compensant, on trouve la juste valeur de Æ. La seule chose qu'il faut observer par rapports aux ascensions droites, est donc, d'arranger les observations de maniere, que les fautes qu'on y peut commettre, soient aussi petites que possible, ou au moins égales pour les deux astres. L'observation du tems en général est plus exacte, à raison de la vitesse avec laquelle le phénomène arrive; or, le mouvement diurne étant uniforme, la vitesse des immersions et émersions ne dépend que de la direction plus ou moins oblique dans laquelle les parallèles des astres rencontrent la périphérie de l'anneau. Il est donc évident que, pour trouver l'ascension droite avec la plus grande précision, il faut faire décrire aux deux astres deux cordes de la même grandeur, c'est à dire, qu'il faut les faire passer à distance égale du centre, l'un par dessus, l'autre par dessous.

§. 21. Pour la déclinaison, on a $\partial d = \frac{m}{f} \partial m + \frac{n}{g} \partial n$ (§. 9.), où ∂m, ∂n, sont proportionels aux erreurs que l'observateur a commises sur le tems. On voit donc que,

si ces erreurs sont de nature opposée, elles peuvent se compenser, et rendre nulle l'erreur ∂d. Mais si elles sont de la même nature, c'est à dire, si l'on a trouvé toutes les deux cordes trop grandes ou trop petites, ce qui est le cas le plus vraisemblable, il faut les ajouter pour trouver l'erreur ∂d, laquelle, supposant les erreurs de l'observation, ∂m, ∂n, d'une grandeur constante, deviendra plus considérable, à mesure que m, n, sont plus grands, et f, g, moins grands, c'est à dire, à mesure que les cordes approchent du centre. Il en est de même de l'erreur qui résulte des réfractions (voy. §. 12. 17.). Il s'en suit que la déclinaison se trouve avec d'autant plus de précision, que les cordes sont plus éloignées du centre. Comme cette condition est diamètralement opposée à celle qu'exige l'ascension droite, le meilleur moyen paraît de combiner les observations deux a deux, en fesant d'abord passer les astres près du centre, et ensuite près du bord du micromètre, et en se servant de la premiere observation pour déterminer l'ascension droite, et de la seconde pour la déclinaison. On voit aisément que cette méthode ne peut être employée, que lorsque la différence des déclinaisons d est beaucoup plus petite que le rayon a de l'anneau. Si d est à peu près égale à a, ou plus grande, il n'y a pas d'autre moyen, que de faire passer les deux

astres à distance égale au centre. Alors, m, n, et f, g, étant de la même grandeur, savoir $f = g = \frac{1}{2} d$, et $\partial m = \frac{ve(\partial T - \partial t)}{2}$, $\partial n = \frac{ve(\partial \Theta - \partial \theta)}{2}$, on a

$$\partial d = \frac{ve(\partial\Theta + \partial T - \partial\theta - \partial t) . \sqrt{(a^2 - \frac{1}{4} d^2)}}{d}, \text{ et}$$

$$\partial Ā = \frac{v}{2}(\partial\Theta + \partial\theta - \partial T - \partial t).$$

Supposant donc $\partial T = \partial \theta$, de sorte que

$$\partial\Theta + \partial T - \partial\theta - \partial t = \partial\Theta + \partial\theta - \partial T - \partial t,$$

ou ce qui revient au même, supposant qu'en prenant le milieu entre plusieurs observations, les erreurs immédiates de l'observation affectent de la même maniere les ascensions droites et les déclinaisons, on a

$$\partial d = \frac{e\, \partial Ā \,.\, \sqrt{(a^2 - \frac{1}{4} d^2)}}{\frac{1}{2} d}.$$

On peut donc compter d'obtenir l'ascension droite et la déclinaison avec une précision égale, lorsque $\frac{1}{4} d^2 = e^2 (a^2 - \frac{1}{4} d^2)$, c'est à dire, lorsque $d = \frac{2ae}{\sqrt{(1 + e^2)}}$. Mais, si d est plus grand que $\frac{2ae}{\sqrt{(1 + e^2)}}$, on peut compter avec plus de sureté sur les déclinaisons que sur les ascensions droites, et vice versa.

§. 22. Ceci nous servira en même tems à prévenir une objection qui paraît se présenter d'elle même. Lorsqu'un des astres passe par le centre même, f ou g étant égal à zéro, la correction $d - d'$ (§. 17.) devient infiniment grande, ce qui paraît absurde. Mais il n'en est pas moins vrai que, quelque valeur qu'on donne à $d - d'$,

elle ne satisfera pas à l'observation, parceque la corde qui en résulte (ab ou ef) est plus grande que le diamètre, de sorte que f' ou g' est une quantité imaginaire, et la correction $d - d'$ ne peut être calculée. C'est ce qui a toujours lieu, lorsqu'un des astres passe par le centre, quel que soit l'angle ϕ: car, soit que la corde apparente devienne plus ou moins grande que la véritable corde, laquelle est égale au diamètre, la correction $d - d'$ est indéterminable, parceque dans le premier cas la distance de la corde au centre f' est une quantité imaginaire, et que dans l'autre elle est indéterminée, vu qu'elle peut tomber au dessus ou au dessous du diamètre.

§. 23. Il ne sera peut-être pas inutile, d'ajouter quelques mots sur le moyen de déterminer le rayon de l'anneau, qui fait la base de toutes les observations faites avec ce micromètre. Le moyen dont on se sert ordinairement, est, de faire passer par le centre même une étoile dont la déclinaison est donnée, et de convertir la demi-durée du passage en degrés d'un grand cercle. Comme il est impossible de distinguer le centre ou le diamètre de l'anneau qui est tout à fait vide, ces observations se font plus aisément, en observant l'astre dans l'instant de sa culmination, parceque sa route est alors horisontale. Mais il est évident que, quelque soin

qu'on y porte, on ne peut jamais être sûr que l'astre a passé précisement par le centre. Il est donc nécessaire de pouvoir déterminer le rayon par une corde quelconque, décrite par des astres connus; et c'est ce qui se peut faire de deux manieres, savoir par le moyen des deux bords du soleil, ou de deux étoiles.

§. 24. L'observation du soleil donne les quatre époques des contacts extérieurs et intérieurs de l'immersion et de l'émersion, lorsque le centre du soleil se trouve en

Tab. II. Fig. 4. S, T, t, s, lesquelles nous nommerons A, B, C, D. Ayant mené CD perpendiculaire au parallèle du soleil, dont le rayon $= r$ est donné par les éphémérides, on trouve le rayon CA $= a$ de l'anneau, de la maniere suivante.

Soit, comme ci-dessus, v le facteur qui convertit les tems en degrés, et e le cosinus de la déclinaison du soleil (§. 3.): on aura $DS = Ds = \frac{ve(D-A)}{2}$, $DT = Dt = \frac{ve(C-B)}{2}$, $CS = a + r$, $CT = a - r$, par conséquent,

$$CD^2 = (a + r)^2 - \frac{v^2 e^2 (D - A)^2}{4} = (a - r)^2 - \frac{v^2 e^2 (C - B)^2}{4},$$

ce qui donne

$$16\, ar = v^2 e^2 ((D-A)^2 - (C-B)^2) = v^2 e^2 (D-A+C-B)(D-A-C+B);$$

ou bien, fesant pour abréger, $D-A = h$, $B-A = D-C = k$, de sorte que $D-A+C-B = 2D-2A-(B-A)-(D-C)$ $= 2(h-k)$, et $D-A-C+B = 2k$,

$$a = \frac{v^2 e^2 k (h-k)}{4r}.$$

Les éphémérides donnent, pour chaque jour, le tems solaire $2s$ que le diamètre du soleil met à parcourir le fil horaire, sous le titre de *durée de la culmination du soleil*: si donc la pendule que l'observateur a employée, est réglée sur le tems moyen, on a $\frac{r}{s} = ve$, et $a = \frac{rk(b-k)}{4s^2}$.

Comme l'anneau a nécessairement une épaisseur plus ou moins grande, il faut trouver le rayon intérieur aussi bien que l'extérieur. En effèt, l'observation de l'attouchement des deux bords du soleil à la périphérie extérieure et intérieure de l'anneau donne huit époques, dont on tire, de la maniere que nous venons de décrire, le rayon extérieur et intérieur de l'anneau. En tournant l'anneau sur son axe, de sorte que le soleil ou les étoiles rencontrent d'autres parties de la périphérie, en entrant et en sortant, on verra si l'anneau est parfaitement rond.

Il est facile de voir que, pour donner à ces observations toute la précision dont elles sont susceptibles, il est bon de les faire à midi ou à peu près, et vers le plus long jour, afin que l'influence que la variation de la déclinaison du soleil et la réfraction peuvent avoir sur les observations, soit insensible.

§. 25. Quand on a observé le passage de deux étoiles connues, la durée de chaque passage, convertie en degrés, ou multipliée par ve, donne les cordes $2m$, $2n$,

et l'on connait la différence des déclinaisons $= d$. Nommant donc f, g, les distances des cordes m, n, au centre, on a $a^2 = m^2 + f^2$, et $a^2 = n^2 + g^2$, ce qui donne $n^2 - m^2 = f^2 - g^2$. Si donc d est à peu près de la même grandeur ou plus grand que le rayon a, il faut diriger la lunette de maniere que les deux étoiles passent à distance égale du centre (§. 21.), et que $d = f + g$, ce qui donne $n^2 - m^2 = d\,(f - g) = d\,(2f - d)$, ou $f = \frac{d^2 + n^2 - m^2}{2d}$. Si, au contraire, d est beaucoup plus petit que a, il vaut mieux faire passer les deux étoiles près du bord de l'anneau (§. 21.), de sorte que $d = f - g$, ce qui donne également $n^2 - m^2 = d\,(f + g) = d\,(2f - d)$, et $f = \frac{d^2 + n^2 - m^2}{2d}$. Cette valeur, substituée dans l'équation $a^2 = m^2 + f^2$, donne

$$a = \frac{\sqrt{(d^4 + n^4 + m^4 + 2d^2n^2 + 2d^2m^2 - 2n^2m^2)}}{2d}.$$

L'extraction de la racine est facilitée par les tables trigonométriques, en introduisant deux angles ϕ, ψ, tels que $\text{tang}\,\phi = \frac{d}{n - m}$, $\text{tang}\,\psi = \frac{n + m}{d}$, d'où il résulte

$$\sec\phi = \frac{\sqrt{((n - m)^2 + d^2)}}{n - m}, \quad \sec\psi = \frac{\sqrt{((n + m)^2 + d^2)}}{d},$$

$\sec\phi \,.\, \sec\psi = \frac{\sqrt{((n^2 - m^2)^2 + 2\,(n^2 + m^2)\,d^2 + d^4)}}{(n - m)\,d}$, par conséquent

$$a = \frac{n - m}{2\cos\phi\,\cos\psi}.$$

Pour éviter l'influence de la réfraction, on fera bien, de choisir deux étoiles boréales vers le tems de leur culmination.

SOLUTIO PROBLEMATIS CALCULUM INTEGRALEM SPECTANTIS.

AUCTORE

NICOLAO FUSS.

Conventui exhibita die 1 Aprilis 1812.

§. 1. Haud raro in solvendis problematibus ex methodo tangentium inversa, aliisque quaestionibus e Geometria sublimiori, pervenitur ad valores differentiales coordinatarum x et y hujusmodi formae:

$$\partial x = p \partial \Phi + r \partial t \cos. \Phi,$$
$$\partial y = r \partial \Phi - p \partial t \cos. \Phi,$$

denotantibus p et r functiones variabilium t et Φ; quarum formarum integratio, siquidem p et r fuerint functiones idoneae, plerumque succedit; in genere autem, si p et q denotent functiones quascunque, eam exsequi haud licet. Quaestio igitur hic nascitur satis ardua: cujusmodi functiones pro p et r accipi debeant, ut formulae differentiales supra memoratae integrationem admittant? Hoc quidem non unico modo, sed pluribus, fieri poterit, inter quos sequens, ob varia calculi artificia, dignus mihi visus est ut hic breviter et concinne exhibeatur.

§. 2. Sumantur scilicet pro p et r producta ex binis functionibus, quarum altera solius ϕ, altera solius t, sitque $p = T\Phi$ et $r = T'\Phi'$, existentibus Φ et Φ' functionibus ipsius ϕ tantum; T et T' autem tantum ipsius t. Hic igitur quaestio eo redit ut functiones istae T, T', Φ, Φ' ita determinentur per t et ϕ, ut integratio formularum illarum pro ∂x et ∂y assumtarnm succedat et tam x quam y per easdem variabiles t et ϕ exhiberi queant.

§. 3. Introductis igitur loco p et r functionibus modo stabilitis prima nostra aequatio erit:

$$\partial x = T\Phi\partial\phi + T'\Phi'\partial t \cos.\phi.$$

Haec si fuerit integrabilis, ex primo membro, ubi tantum angulus ϕ est variabilis, fit $x = T\int\Phi\partial\phi$; ex altero autem membro, ubi sola t est variabilis, fiet

$$x = \Phi' \cos.\phi \int T'\partial t,$$

qui valores cum debeant esse aequales inter se, habebimus:

$$T\int\Phi\,\partial\phi = \Phi' \cos.\phi \int T'\partial t,$$

sive separatis variabilibus erit

$$\frac{\int\Phi\partial\phi}{\Phi' \cos.\phi} = \frac{\int T'\partial t}{T},$$

quae aequalitas autem locum habere nequit, nisi utraque fractio aequetur eidem quantitati constanti, quam littera α designemus, ita ut sit:

$$\text{I.} \quad \int\Phi\,\partial\phi = \alpha\Phi' \cos.\phi;$$

$$\text{II.} \quad \int T'\partial t = \alpha T.$$

§. 4. Tractetur nunc simili modo altera aequatio:

$$\partial y = T' \Phi' \partial \phi - T \Phi \partial t \cos. \phi,$$

ex cujus primo membro sequitur fore $y = T' \int \Phi' \partial \phi$; ex secundo autem membro $y = - \Phi \cos. \phi \int T \partial t$; quibus valoribus inter se aequatis nanciscimur hanc aequationem:

$$T' \int \Phi' \partial \phi = - \Phi \cos. \phi \int T \partial t,$$

sive, separando variabiles, hanc:

$$\frac{\int \Phi' \partial \phi}{\Phi \cos. \phi} = - \frac{\int T \partial t}{T'},$$

quae aequalitas iterum locum habere nequit, nisi utraque quantitas fuerit constans, puta β, hoc est, nisi fuerit:

$$\text{III. } \int \Phi' \partial \phi = \beta \Phi \cos. \phi,$$

$$\text{IV. } \int T \partial t = - \beta T'.$$

Atque nunc ex his quatuor aequationibus functiones Φ, Φ', T, T' determinari oportet.

I. Determinatio
functionum T et T'.

§. 5. Quaeramus primo valores functionum T et T', quod efficitur ope aequationum II. et IV., ex quarum posteriore fit $T = - \beta . \frac{\partial T'}{\partial t}$, qui valor in altera substitutus praebet $\int T' \partial t = - \alpha \beta \frac{\partial T'}{\partial t}$; unde denuo differentiando, sumto ∂t constante, emergit aequatio:

$$T' \partial t = - \alpha \beta \frac{\partial \partial T'}{\partial t},$$

quae ducta in ∂t fit

$$T' \partial t^2 = - \alpha \beta \partial \partial T';$$

ex qua functionem T' definire licet, eaque inventa etiam functio T innotescit.

§. 6. Ista autem aequatio integrabilis redditur, si ducatur in $2\partial T'$, hoc enim facto adipiscimur

$$2T'\partial T'\partial t^2 + 2\alpha\beta\partial T'\partial\partial T' = 0,$$

cujus integrale, addita constante, est

$$T'T'\partial t^2 + \alpha\beta(\partial T')^2 = C = aa\partial t^2,$$

unde porro nanciscimur

$$\partial t = \frac{\partial T' \sqrt{\alpha\beta}}{\sqrt{aa - T'T'}}.$$

§. 7. Quodsi autem ex hac formula differentiali ipsam variabilem t, ejusque subsidio functionem T', definire velimus, una cum functione altera T, duo casus considerandi et seorsim tractandi occurrunt, prout scilicet quantitas $\alpha\beta$ fuerit vel positiva, vel negativa, quos igitur casus sedulo distingui conveniet.

Casus 1.

quo $\alpha\beta = +\lambda\lambda$.

§. 8. Hoc igitur casu nostra formula supra pro ∂t inventa evadit $\partial t = \frac{\lambda\partial T'}{\sqrt{aa - T'T'}}$; unde integrando nanciscimur $t = \lambda \text{ Arc. sin.} \frac{T'}{a}$. Hinc autem quaesita functio fit $T' = a \sin. \frac{t}{\lambda}$, cujus differentiale dat $\partial T' = \frac{a\partial t}{\lambda} \cos. \frac{t}{\lambda}$; unde ob $T = -\beta\frac{\partial T'}{\partial t}$ impetramus $T = -\frac{\beta a}{\lambda} \cos. \frac{t}{\lambda}$.

Casus 2.

quo $\alpha\beta = -\mu\mu$.

§. 9. Hoc casu formula pro ∂t inventa abit in hanc:

$$\partial t = \frac{\mu \partial T'}{\sqrt{T'T' - aa}},$$

cujus integrale deprehenditur fore

$$t = \mu \log. (T' + \sqrt{T'T' - aa});$$

unde concluditur fieri in numeris

$$e^{\frac{t}{\mu}} = T' + \sqrt{T'T' - aa}.$$

Hinc porro deducitur functio

$$T' = \frac{e^{\frac{2t}{\mu}} + aa}{2e^{\frac{t}{\mu}}} = \frac{e^{\frac{t}{\mu}} + aae^{-\frac{t}{\mu}}}{2},$$

ex qua differentiando elicitur

$$\partial T' = \frac{\partial t}{2\mu}(e^{\frac{t}{\mu}} - aae^{-\frac{t}{\mu}}),$$

unde emergit et altera functio

$$T = -\frac{\beta}{2\mu}(e^{\frac{t}{\mu}} - aae^{-\frac{t}{\mu}}).$$

II. Determinatio functionum Φ et Φ'.

§. 10. Pro functionibus Φ et Φ' determinandis resolvi debent hae duae aequationes:

$$\int \Phi \, \partial \phi = \alpha \Phi' \cos. \phi,$$

$$\int \Phi' \partial \phi = \beta \Phi \cos. \phi.$$

Ponatur $\Phi' \cos.\phi = P$ et $\Phi \cos.\phi = Q$, ita ut sit $\Phi' = \frac{P}{\cos.\phi}$ et $\Phi = \frac{Q}{\cos.\phi}$; atque habebimus:

$$\int \Phi\, \partial\phi = \alpha P = \int \frac{Q\,\partial\phi}{\cos.\phi};$$

$$\int \Phi'\, \partial\phi = \beta Q = \int \frac{P\,\partial\phi}{\cos.\phi}.$$

Ex harum aequationum priore fit

$$Q\,\partial\phi = \alpha\,\partial P \cos.\phi,$$

qui valor, in altera substitutus, praebet

$$\int \frac{P\,\partial\phi}{\cos.\phi} = \frac{\alpha\beta\,\partial P \cos.\phi}{\partial\phi}.$$

Hinc differentiando elicitur

$$\frac{P\,\partial\phi}{\cos.\phi} = \frac{\alpha\beta\,\partial\partial P \cos.\phi}{\partial\phi} - \alpha\beta\,\partial P \sin.\phi,$$

unde porro concluditur fore

$$P = \frac{\alpha\beta\,\partial\partial P \cos\,\phi^2}{\partial\phi^2} - \frac{\alpha\beta\,\partial P \sin.\phi \cos.\phi}{\partial\phi}.$$

§. 11. Hic commode usu venit ut ista aequatio, ducta in $2\,\partial P$, integrabilis evadat; fit enim:

$$2P\partial P = 2\alpha\beta\,\partial P\,\partial\partial P \frac{\cos.\phi^2}{\partial\phi^2} - 2\alpha\beta\,\partial P^2 \frac{\sin.\phi \cos.\phi}{\partial\phi},$$

unde integrando nanciscimur

$$PP = \alpha\beta\,\partial P^2 \frac{\cos.\phi^2}{\partial\phi^2} + C.$$

Hinc, posita constante $C = bb$, fiet

$$\alpha\beta\,\partial P^2 \frac{\cos.\phi^2}{\partial\phi^2} = PP - bb;$$

unde porro adipiscimur

$$\frac{\partial\phi}{\cos.\phi} = \frac{\partial P \sqrt{\alpha\beta}}{\sqrt{(PP - bb)}},$$

pro cujus integratione iterum duos casus distingui conveniet, prouti fuerit vel $\alpha\beta = +\lambda\lambda$, vel $\alpha\beta = -\mu\mu$.

Casus 1.

quo $\alpha\beta = + \lambda\lambda$.

§. 12. Sit primo $\alpha\beta = + \lambda\lambda$, erit nostra postrema aequatio $\frac{\partial\Phi}{\cos.\Phi} = \frac{\lambda\partial P}{\sqrt{PP - bb}}$, unde integrando fiet:

$$\log. \text{tg.} (45^\circ + \tfrac{1}{2}\Phi) = \lambda \log. (P + \sqrt{PP - bb}).$$

Ponamus brevitatis gratia $\frac{1}{\lambda} = \delta$ et tag. $(45^\circ + \frac{1}{2}\Phi) = s$, eritque $s^\delta = P + \sqrt{PP - bb}$, unde porro deducitur

$$P = \frac{s^{2\delta} + bb}{2 s^\delta} = \frac{s^\delta + bbs^{-\delta}}{2}.$$

§. 13. Sumantur differentialia et obtinebimus

$$\partial P = \tfrac{1}{2}\delta \cdot \frac{\partial s}{s}(s^\delta - bbs^{-\delta}).$$

Cum autem sit $\partial s = \frac{\partial\Phi}{2\cos.(45^\circ + \frac{1}{2}\Phi)^2}$, facile intelligitur fore

$$\frac{\partial s}{s} = \frac{\partial\Phi}{2\cos.(45^\circ + \frac{1}{2}\Phi)\sin.(45^\circ + \frac{1}{2}\Phi)} = \frac{\partial\Phi}{\sin.(90^\circ + \Phi)}.$$

Substituto hoc valore $\frac{\partial\Phi}{\sin.(90^\circ + \Phi)} = \frac{\partial\Phi}{\cos.\Phi}$ loco $\frac{\partial s}{s}$ in expressione pro ∂P inventa habebimus

$$\partial P = \tfrac{1}{2}\delta \frac{\partial\Phi}{\cos.\Phi}(s^\delta - bbs^{-\delta}),$$

unde porro fit

$$Q = \frac{\alpha\partial P \cos.\Phi}{\partial\Phi} = \tfrac{1}{2}\alpha\delta(s^\delta - bbs^{-\delta}),$$

hinc denique functiones quaesitae erunt

$$\Phi = \frac{Q}{\cos.\Phi} = \frac{\alpha\delta(s^\delta - bbs^{-\delta})}{2\cos.\Phi};$$

$$\Phi' = \frac{P}{\cos.\Phi} = \frac{s^\delta + bbs^{-\delta}}{2\cos.\Phi}.$$

Casus 2.

quo $\alpha\beta = - \mu\mu$.

§. 14. Ponendo $\alpha\beta = - \mu\mu$ aequatio integranda

§. 14. erit $\frac{\partial \Phi}{\cos. \Phi} = \frac{\mu \partial P}{\sqrt{bb - PP}}$, unde sumtis integralibus erit

$$\log. \text{tg.} (45^\circ + \tfrac{1}{2} \Phi) = \mu \text{ Arc. sin. } \frac{P}{b},$$

sive, si iterum ponatur $l \text{ tg.} (45^\circ + \frac{1}{2} \Phi) = s$, erit:

$$\log. s = \mu \text{ Arc. sin. } \frac{P}{b}.$$

Hinc facile eruitur $P = b \sin. \frac{l s}{\mu}$, cujus differentiale dat

$$\partial P = \frac{\beta}{\mu} . \frac{\partial s}{s} \cos. \frac{l s}{\mu},$$

sive ob $\frac{\partial s}{s} = \frac{\partial \Phi}{\cos. \Phi}$ erit $\partial P = \frac{b}{\mu} . \frac{\partial \Phi}{\cos. \Phi} . \frac{l s}{\mu}$, unde porro nanciscimur $Q = \frac{\alpha b}{\mu} \cos. \frac{l s}{\mu}$. His valoribus pro P et Q inventis functiones quaesitae erunt:

$$\Phi = \frac{\alpha b}{\mu \cos. \Phi} \cos. \frac{l s}{\mu};$$

$$\Phi' = \frac{b}{\cos. \Phi} \sin. \frac{l s}{\mu}.$$

Conclusio.

§. 15. En ergo sequentes nacti sumus valores pro quaternis functionibus quaesitis T, T', Φ, Φ':

I. Pro casu $\alpha \beta = + \lambda \lambda$.

$$T' = a \sin. \frac{t}{\lambda};$$

$$T = - \frac{\beta a}{\lambda} \cos. \frac{t}{\lambda};$$

$$\Phi = \frac{a (s^{\frac{1}{\lambda}} - b b s^{-\frac{1}{\lambda}})}{2 \lambda \cos. \Phi};$$

$$\Phi' = \frac{s^{\frac{1}{\lambda}} + b b s^{-\frac{1}{\lambda}}}{2 \cos. \Phi};$$

ex quibus porro fit

$$p = T\Phi = -\frac{\alpha\beta a \cos.\frac{t}{\lambda}\left(s^{\frac{1}{\lambda}} - bbs^{-\frac{1}{\lambda}}\right)}{2\lambda\lambda\cos.\phi},$$

$$r = T'\Phi' = \frac{a \sin.\frac{t}{\lambda}\left(s^{\frac{1}{\lambda}} + bbs^{-\frac{1}{\lambda}}\right)}{2\cos.\phi}.$$

Tum vero, quoniam

$$\left.\begin{aligned} x &= \alpha\,T\,\Phi'\cos.\phi \\ y &= \beta\,T'\,\Phi\cos.\phi \end{aligned}\right\}\ (\S\S.\ 3.\ \text{et}\ 4.),$$

habebimus sequentia integralia aequationum propositarum:

$$x = -\frac{\lambda a}{2}\cos.\frac{t}{\lambda}\left(s^{\frac{1}{\lambda}} + bbs^{-\frac{1}{\lambda}}\right);$$

$$y = +\frac{\lambda a}{2}\sin.\frac{t}{\lambda}\left(s^{\frac{1}{\lambda}} - bbs^{-\frac{1}{\lambda}}\right).$$

II. Pro casu $\alpha\beta = -\mu\mu$.

$$T' = \tfrac{1}{2}\left(e^{\frac{t}{\mu}} + aae^{-\frac{t}{\mu}}\right);$$

$$T = -\frac{\beta}{2\mu}\left(e^{\frac{t}{\mu}} - aae^{-\frac{t}{\mu}}\right);$$

$$\Phi = \frac{\alpha b}{\mu\cos.\phi}\cos.\frac{l.s}{\mu};$$

$$\Phi' = \frac{b}{\cos.\phi}\sin.\frac{l.s}{\mu}.$$

Hinc functiones quaesitae erunt

$$p = +\frac{b}{2\cos.\phi}\cos.\frac{l.s}{\mu}\left(e^{\frac{t}{\mu}} - aae^{-\frac{t}{\mu}}\right);$$

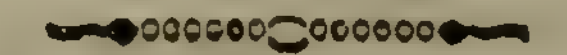
$$r = +\frac{b}{2\cos.\phi}\sin.\frac{l.s}{\mu}\left(e^{\frac{t}{\mu}} + aae^{-\frac{t}{\mu}}\right).$$

Denique integralia aequationum propositarum erunt

$$x = \frac{\mu b}{2} \sin. \frac{l s}{\mu} \left(e^{\frac{t}{\mu}} - a a e^{-\frac{t}{\mu}}\right);$$

$$y = -\frac{\mu b}{2} \cos. \frac{l s}{\mu} \left(e^{\frac{t}{\mu}} + a a e^{-\frac{t}{\mu}}\right);$$

existente $s = \text{tag.}\,(45^\circ + \frac{1}{2}\phi)$ pro utroque casu.



SUR UNE NOUVELLE MÉTHODE DE DÉTERMINER LES HAUTEURS OBSERVÉES PRÈS DU MÉRIDIEN.

PAR

Mr. LITTROW.

(Prof. d'Astronomie à Casan.)

Présènté à la Conférence le 23 Dec. 1812.

1. Toutes les solutions du problème, dont il s'agit ici, se laissent, comme on sait, réduire à chercher la différence des quantités h et h', données par les équations suivantes:

$$0 = \sin h - \sin \Phi \sin \delta - \cos \Phi \cos \delta \cos s$$
$$0 = \sin h' - \sin \Phi \sin \delta' - \cos \Phi \cos \delta' \cos s'$$

où Φ est la latitude géographique du lieu d'observation, δ, h, s la déclinaison, la hauteur et l'angle horaire de l'astre, les quantités δ' h' s' se rapportant au midi, où $s' = 0$. De-là on tire sans difficulté, en faisant $h' - h = \partial h$,

$$\frac{\cos(\Phi - \delta) - \cos(\Phi - \delta' + \partial h)}{\sin(\Phi - \delta)} = \frac{2 \cos \Phi \cos \delta \sin^2 \frac{s}{2}}{\sin(\Phi - \delta)}$$

ou bien, en prenant $m = \frac{\cos \Phi \cos \delta}{\sin(\Phi + \delta)}$,

$$2 m \sin^2 \frac{s}{2} = \frac{\cos(\Phi - \delta) + \sin(\delta - \delta' + \partial h) \sin(\Phi - \delta) - \cos(\delta - \delta' + \partial h) \cos(\Phi - \delta)}{\sin(\Phi - \delta)}.$$

En substituant dans la derniere équation pour $\sin(\delta - \delta' + \partial h)$

et $\cos(\delta - \delta' + \partial h)$ leurs valeurs en $(\delta - \delta' + \partial h)$, en faisant $\delta - \delta' + \partial h = n$ on obtient:

$$2m\sin^2\frac{s}{2} = n + \frac{n^2}{1.2}\operatorname{cotg}(\Phi - \delta) - \frac{n^3}{1.2.3} - \frac{n^4\operatorname{cotg}(\Phi - \delta)}{1.2.3.4} + \frac{n^5}{1.2.3.4.5} + \frac{n^6\operatorname{cotg}(\Phi - \delta)}{1.2\ldots 6} - \text{etc.}$$

Enfin par la reversion de la derniere série on trouve

$$\begin{aligned}\partial h.\sin 1'' = {} & (\delta' - \delta)\sin 1'' + 2m\sin^2\tfrac{s}{2}\\ & - 2m^2\sin^4\tfrac{s}{2}\operatorname{cotg}(\Phi - \delta) + 4m^3\sin^6\tfrac{s}{2}\left(\tfrac{1}{3} + \operatorname{cotg}^2(\Phi - \delta)\right)\\ & - 2m^4\sin^8\tfrac{s}{2}\left(3\operatorname{cotg}(\Phi - \delta) + 5\operatorname{cotg}^3(\Phi - \delta)\right)\\ & + m^5\sin^{10}\tfrac{s}{2}\left(28\operatorname{cotg}^4(\Phi - \delta) + 24\operatorname{cotg}^2(\Phi - \delta) + \tfrac{12}{5}\right)\\ & - m^6\sin^{12}\tfrac{s}{2}\left[84\operatorname{cotg}^5(\Phi - \delta) + \tfrac{280}{3}\operatorname{cotg}^3(\Phi - \delta)\right.\\ & \left. - 20\operatorname{cotg}(\Phi - \delta)\right] + \text{etc.}\end{aligned}$$

Quand on n'a pas des tables particulieres, la forme la plus commode pour le calcul de ∂h, en poussant la série $\sin\frac{s}{2} = \left(\frac{s}{2}\right)\sin 1 - \frac{\left(\frac{s}{2}\right)^3\sin^3 1}{6} + \text{etc.}$ jusqu'à $\left(\frac{s}{2}\right)^9$, sera

$$\begin{aligned}\partial h = {} & (\delta' - \delta) + (0.2930294)\,mt^2\\ & - (0.4934834 - 6)\,mt^4\\ & - (0.9706047 - 6)\,m^2t^4\operatorname{cotg}(\Phi - \delta)\\ & + (0.9492095 - 11)\,m^3t^6\left(\tfrac{1}{3} + \operatorname{cotg}^2(\Phi - \delta)\right)\\ & + (0.4720883 - 11)\,m^2t^6\operatorname{cotg}(\Phi - \delta)\\ & + (0.2959970 - 12)\,mt^6,\end{aligned}$$

où t est l'angle horaire en minutes du tems, ∂h la variation de la hauteur en secondes de l'arc, et où les facteurs numériques sont déjà des logarithmes.

2. *Delambre* avoit donné le premier la série précédente *(Détermination d'un arc du méridien)*; mais elle étoit fautive déjà dans le troisième terme. Cet auteur ne l'a pas corrigée dans la *Connaissance des tems pour l'an* 12, où il a traité cette matière fort au long. La même erreur a été copiée dans la suite par un grand nombre de Géomètres *(Puissant, Traité de géodésie; Pasquich, Epitome Astronomiae* etc.*)*. Depuis *Delambre* a corrigé le 3me terme dans sa *Base du système métrique décimal, Vol* II. *p.* 196, mais en négligeant les termes suivans. Enfin *Mollweide (Monatliche Correspondenz von Zach)* a donné la méthode précédente, et par-là la solution la plus complette de toutes.

Quoique en général les premiers termes de la progression donnée suffisent, il n'en est pas moins vrai, que cette expression soit dépourvue de deux avantages précieux. Elle n'est pas très convergente dans tous les cas, ce qui en rend l'usage incommode, et quelquefois même impossible pour les observations d'un certain genre; et en outre il n'est pas facile de donner le terme général de la série, qui est très compliqué, ce qui a souvent lieu dans les séries nées par la reversion d'une autre et doit être regardé comme un défaut de l'analyse, même sans égard à l'application plus ou moins commode qu'on en fait aux observations.

Mais il est clair, que la même inconvenance restera toujours, tant qu'on ne cherche que la quantité ∂h. La chose la plus naturelle, et qui se présente d'abord, c'est de chercher la tangente de $\frac{\partial h}{2}$, ce qui fournit

$$\operatorname{tang}\frac{\partial h}{2} = \frac{bx}{\sin a} - \frac{1}{1.2}\cdot\frac{2b^2x^2}{\sin^3 a}(\cos a - bx) + \frac{1.3}{1.2.3}\cdot\frac{2^2b^3x^3}{\sin^5 a}(\cos a - bx)^2 - \frac{1.3.5}{1.2.3.4}\cdot\frac{2^3b^4x^4}{\sin^7 a}(\cos a - bx)^3 + \text{etc.}$$

où $a = \phi - \delta$, $b = \cos\phi\cos\delta$, $x = \sin^2\frac{s}{2}$.

La loi de cette progression est assez simple, mais l'usage pour les observations est incommode, ainsi elle ne peut pas être admise, ni plusieurs autres que j'ai essayées.

Il faut donc entamer le problème d'un autre côté tout différent. En le faisant, je laisse aux astronomes d'en apprecier les avantages, et je les prie de se souvenir, qu'une solution discutée déjà par tant de Géomètres ne prête pas en général beaucoup d'espérance d'y ajouter encore quelque chose d'important. *Difficile propire communia dicere.*

3. En désignant par α, β, γ les côtés et par A, B, C les angles opposés d'un triangle sphérique, on a, comme on sait

$$\cos\gamma = \sin\alpha\sin\beta\cos C + \cos\alpha\cos\beta \ldots \text{ I.},$$

$$\cos C = \sin A\sin B\cos\gamma - \cos A\cos B \ldots \text{ II.}$$

L'équation I. donne

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}\gamma = \frac{1 - \sin\alpha \sin\beta \cos C - \cos\alpha \cos\beta}{2}.$$

En égalant cette expression à la suivante

$$f^2 - 2fg\cos C + g^2,$$

on en tire

$$f^2 + g^2 = \frac{1 - \cos\alpha\cos\beta}{2},$$

$$fg = \tfrac{1}{4}\sin\alpha \sin\beta,$$

ou bien on aura :

$$f^2 + g^2 = \sin^2\tfrac{\alpha}{2}\cos^2\tfrac{\beta}{2} + \cos^2\tfrac{\alpha}{2}\sin^2\tfrac{\beta}{2},$$

$$2fg = 2\sin\tfrac{\alpha}{2}\cos\tfrac{\alpha}{2}\,.\,\sin\tfrac{\beta}{2}\cos\tfrac{\beta}{2}.$$

La somme de ces deux équations donne à chaque côté du signe d'égalité un carré complet, d'où je conclus

$$\left.\begin{aligned} f &= \sin\tfrac{\alpha}{2}\cos\tfrac{\beta}{2} \\ g &= \cos\tfrac{\alpha}{2}\sin\tfrac{\beta}{2} \end{aligned}\right\}$$

ou bien, comme on peut changer les valeurs des f et g, en satisfaisant toujours aux équations précédentes, on a:

$$\left.\begin{aligned} f &= \cos\tfrac{\alpha}{2}\sin\tfrac{\beta}{2} \\ g &= \sin\tfrac{\alpha}{2}\cos\tfrac{\beta}{2} \end{aligned}\right\}.$$

Avec les premieres valeurs de f et g, en faisant

$$f^2 - 2fg\cos C + g^2 = (f - g\,.\,\varepsilon^{C\sqrt{-1}})(f - g\,.\,\varepsilon^{-C\sqrt{-1}})$$

où log nat $\varepsilon = 1$, et en prenant les logarithmes, on a

$$\log\sin\tfrac{1}{2}\gamma = \log\sin\tfrac{\alpha}{2}\cos\tfrac{\beta}{2} - m\cos C - \tfrac{1}{2}m^2\cos 2C - \tfrac{1}{3}m^3\cos 3C - \ldots \text{(A)}$$

où $m = \operatorname{tg}\tfrac{\beta}{2}\operatorname{cotg}\tfrac{\alpha}{2}$.

De la même manière, en prenant les secondes valeurs de f, g, on trouve

$$\log \sin \tfrac{1}{2}\gamma = \log \cos \tfrac{\alpha}{2} \sin \tfrac{\beta}{2} - \tfrac{1}{m}\cos C - \tfrac{1}{2m^2}\cos 2C - \tfrac{1}{3m^3}\cos 3C - \ldots \text{(B)}.$$

L'équation I. donne aussi

$$\cos^2 \frac{\gamma}{2} = \frac{\sin\alpha \sin\beta \cos C + \cos\alpha \cos\beta + 1}{2}.$$

En égalant cette expression à la suivante :

$$h^2 + 2hk \cos C + k^2$$

on trouve

$$\left.\begin{aligned} h &= \cos\tfrac{\alpha}{2} \cos\tfrac{\beta}{2} \\ k &= \sin\tfrac{\alpha}{2} \sin\tfrac{\beta}{2} \end{aligned}\right\} \text{ ou bien } \left\{\begin{aligned} h &= \sin\tfrac{\alpha}{2} \sin\tfrac{\beta}{2}, \\ k &= \cos\tfrac{\alpha}{2} \cos\tfrac{\beta}{2}. \end{aligned}\right.$$

Dé-là on tire, par un procédé semblable,

$$\log \cos \tfrac{\gamma}{2} = \log \cos \tfrac{\alpha}{2} \cos \tfrac{\beta}{2} + n \cos C - \tfrac{n^2}{2}\cos 2C + \tfrac{n^3}{3}\cos 3C - \ldots \text{(C)}$$

où $n = \operatorname{tg}\frac{\beta}{2} \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$

$$\log \cos \tfrac{\gamma}{2} = \log \sin \tfrac{\alpha}{2} \sin \tfrac{\beta}{2} + \tfrac{1}{n}\cos C - \tfrac{1}{2n^2}\cos 2C + \tfrac{1}{3n^3}\cos 3C - \ldots \text{(D)}.$$

On peut traiter de la même maniere l'équation II. pour en tirer quatre expressions analogues pour $\sin \frac{C}{2}$ et $\cos \frac{C}{2}$. Mais il est plus commode, de changer seulement dans les équations précédentes

α en A,

β . . 180 — B,

γ . . . C,

C . . . . γ,

ce qui, en faisant $p = \operatorname{tg}\frac{B}{2} \operatorname{tg}\frac{A}{2}$,

et $q = \operatorname{tg}\frac{B}{2} \operatorname{cotg}\frac{A}{2}$,

donnera les expressions cherchées:

$$\log \sin \frac{C}{2} = \log \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} - p \cos \gamma - \frac{p^2}{2} \cos 2\gamma - \frac{p^3}{3} \cos 3\gamma - \ldots \text{(A')}$$
$$\log \sin \frac{C}{2} = \log \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} - \frac{1}{p} \cos \gamma - \frac{1}{2p^2} \cos 2\gamma - \frac{1}{3p^3} \cos 3\gamma - \ldots \text{(B')}$$
$$\log \cos \frac{C}{2} = \log \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} + q \cos \gamma - \tfrac{1}{2} q^2 \cos 2\gamma + \tfrac{1}{3} q^3 \cos 3\gamma - \ldots \text{(C')}$$
$$\log \cos \frac{C}{2} = \log \cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} + \frac{1}{q} \cos \gamma - \frac{1}{2q^2} \cos 2\gamma + \frac{1}{3q^3} \cos 3\gamma - \ldots \text{(D')}.$$

Les huit séries trouvées sont, comme on voit, d'un usage très commode, dès que les quantités m, n, p, q sont ou très-grandes ou très-petites.

Il s'agit maintenant de les appliquer à la solution du problème donné.

4. Soit s l'angle horaire,
z la distance de l'astre au zénith;
π la distance de l'astre au pole de l'équateur;
ψ la hauteur de l'équateur pour le lieu de l'observation.

En faisant $N = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}$ l'équation (C) du §. 3. devient

$$\log \cos \frac{z}{2} = \log \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\psi}{2} + N \cos s - \frac{N^2}{2} \cos 2s + \frac{N^3}{3} \cos 3s - .$$

Soit ζ la distance de l'astre au zénith pour le tems du midi, l'expression précédente, à cause de $s = 0$, deviendra

$$\log \cos \frac{\zeta}{2} = \log \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\psi}{2} + N - \frac{N^2}{2} + \frac{N^3}{3} - \frac{N^4}{4} + \text{etc.}$$

La différence de ces deux équations donne

$$\log \cos \frac{\zeta}{2} = \log \cos \frac{z}{2} + 2 [N \sin^2 \frac{s}{2} - \frac{N^2}{2} \sin^2 \frac{2s}{2} + \frac{N^3}{3} \sin^2 \frac{3s}{2} - \frac{N^4}{4} \sin^2 \frac{4s}{2} - \text{etc.}].$$

Soit donc

$$a = 2 [N \sin^2 \frac{s}{2} - \frac{N^2}{2} \sin^2 \frac{2s}{2} + \frac{N^3}{3} \sin^2 \frac{3s}{2} - \text{etc.}]$$

et désignons par a', a'', etc. la même expression pour la seconde, la troisième observation etc., pour lesquelles s est supposé devenir s', s''.

En faisant n égal au nombre des observations, on aura

$$\log\cos\frac{\zeta}{2} = \frac{\log[\cos\frac{z}{2}\cos\frac{z'}{2}\cos\frac{z''}{2}\ldots] + (a + a' + a'' + \text{etc.})}{n}$$

et il ne s'agit maintenant que de rendre cette expression de $\log\cos\frac{\zeta}{2}$ la plus commode que possible pour l'application aux observations.

Pour cela soit Z la somme des toutes les distances au zénith observées, et $z^o = \frac{1}{n} . Z$. Soit en outre :

$$\log\cos\frac{z}{2} = \log\cos\frac{z^o}{2} + b\,,$$
$$\log\cos\frac{z'}{2} = \log\cos\frac{z^o}{2} + b'\,,$$
$$\log\cos\frac{z''}{2} = \log\cos\frac{z^o}{2} + b''\,,\ \text{etc.}$$

Cela posé, on aura

$$b = \log\cos\frac{z}{2} - \log\cos\frac{z^o}{2} = \Delta . \log\cos\frac{z^o}{2} = -\tfrac{1}{2}\Delta z . \operatorname{tg}\frac{z^o}{2}$$

où $\Delta z = z - z^o$. De la même maniere on aura

$$b' = -\tfrac{1}{2}\Delta z' . \operatorname{tg}\frac{z^o}{2}\,,$$
$$b'' = -\tfrac{1}{2}\Delta z'' . \operatorname{tg}\frac{z^o}{2}\,,\ \text{etc.}$$

où $\Delta z' = z' - z^o$, $\Delta z'' = z'' - z^o$, etc. Cela donne

$$\frac{\log[\cos\frac{z}{2}\cos\frac{z'}{2}\cos\frac{z''}{2}\ldots]}{n} = \log\cos\frac{z^o}{2} + \frac{1}{n}(b + b' + b'' + \ldots),$$
$$= \log\cos\frac{z^o}{2} - \frac{1}{2n}\operatorname{tg}\frac{z^o}{2}(\Delta z + \Delta z' + \Delta z'' +),$$
$$= \log\cos\frac{z^o}{2}\,,$$

parcequ'en ne regardant que les premieres différences, on a

$$\Delta z + \Delta z' + \Delta z'' + = (z - z^o) + (z' - z^o) + (z'' - z^o)$$
$$= Z - nz^o = Z - Z = o.$$

L'équation précédente devient donc

$$\log\cos\frac{\zeta}{2} = \log\cos\frac{z^o}{2} + \frac{1}{n}(a + a' + a'' +) \ldots . \quad (a)$$

et cette expression est déjà très appliquable aux observations dans lesquelles π et ψ sont des quantités très petites, c. a. d. pour des latitudes géographiques très grandes et pour des étoiles très voisines du pole.

5. Mais le calcul des quantités a, a', a'' . . est encore fatiguant. Pour le rendre plus commode, on peut remarquer que la quantité a est égale à

$$\left(\frac{2\sin^2\frac{s}{2}}{\sin 1''}\right)N\sin 1'' - \left(\frac{2\sin^2\frac{2s}{2}}{\sin 1''}\right)\frac{N^2}{2}\sin 1'' + \left(\frac{2\sin^2\frac{3s}{2}}{\sin 1''}\right)\frac{N^3}{3}\sin 1'' - \text{etc.}$$

Ainsi quand on a une table qui donne, avec l'argument θ, la quantité $\frac{2\sin^2\frac{\theta}{2}}{\sin 1''}$, on cherche par cette table, avec l'argument $\theta = t$ (l'angle horaire en tems), les nombres correspondans à chaque observation. Je nomme A la somme de tous ces nombres divisée par n.

Alors on cherche, par la même table, avec l'argument $\theta = 2t$, les nombres correspondans, dont la somme, di-

visée par n, soit B, et ainsi de suite pour $\theta = 3t$, $\theta = 4t$ . . ce qui donne C, D . .

Les quantités A, B, C . . étant trouvées, on aura

$$\frac{a + a' + a'' + }{n} = (0.3233592 - 6)\,A\,N$$
$$- (0.0223292 - 6)\,B\,N^2$$
$$+ (0.8462379 - 7)\,C\,N^3 -$$

où les facteurs numériques sont des logarithmes.

De cette manière notre équation (a) devient

$$\log\cos\frac{\zeta}{2} = \log\cos\frac{z^o}{2} + (0.3233592 - 6)\,A\,N$$
$$- (0.0223292 - 6)\,B\,N^2$$
$$+ (0.8462379 - 7)\,C\,N^3$$
$$- (0.7212992 - 7)\,D\,N^4 \ldots\ldots (b).$$

La forme de cette équation est beaucoup plus commode que celle de l'équation (a).

6. Mais encore il est à souhaiter que le calcul des quantités nouvellement introduites A, B, C . . puisse être achevé d'une manière plus commode. En effet l'usage de ces quantités demande que la table en question soit d'une étendue un peu trop grande. En outre l'inspection de la table, trop souvent repetée, est ennuyeuse.

On peut lever tout-à-fait cette difficulté, en observant que pour des angles $\frac{\zeta}{2}$ très petits (et c'est

notre cas) on a $\frac{\sin^2 \frac{ms}{2}}{\sin \frac{s}{2}}$ à très peu près égal à m^2, abbréviation très admissible, parceque les termes suivans de la série (*b*) ont des facteurs très-petits, ce qui fait qu'une petite erreur dans les quantités B, C, D . . sera insensible dans le résultat.

Faisant donc selon cette remarque:

$$B = 2^2 A,$$
$$C = 3^2 A,$$
$$D = 4^2 A,$$

et ainsi de suite, nôtre équation deviendra:

$$\begin{aligned}\log\cos\tfrac{\zeta}{2} = \log\cos\tfrac{z^0}{2} &+ (0.3233592 - 6)\,A\,p \\ &- (0.6243898 - 6)\,A\,N^2 \\ &+ (0.8004804 - 6)\,A\,N^3 \\ &- (0.9254192 - 6)\,A\,N^4 \\ &+ (0.0223292 - 5)\,A\,N^5 \\ &- (0.1015104 - 5)\,A\,N^6 + \ldots (c)\end{aligned}$$

et ici on n'a qu'à entrer une seule fois pour chaque observation dans la table, au lieu des $(n \cdot m)$ fois pour l'équation précédente (*b*), si n est le nombre des observations et m le nombre des termes, qu'on doit prendre dans chaque série particulière a, a', a'' . . .

L'expression dernière sera donc toujours très commode, dès que la valeur de la quantité N est très petite.

7. Mais si N a encore une valeur considérable, la dernière série ne sera pas très convergente et on en devra prendre un nombre plus grand de termes, ce qui est encore incommode.

Premièrement il est clair que, si N est très grand, la série (D) du §. 3, traitée de la même manière comme la série C, dont nous nous sommes occupés jusqu'ici, donnera pour $\log\cos\frac{\zeta}{2}$ une progression très convergente, parceque la quantité $\frac{1}{N}$, qui entre dans chaque terme de la nouvelle expression, est très-petite selon la supposition. De la même manière on pourroit substituer à la place de l'équation (*c*) des séries analogues déduites des équations A et B.

Mais en considérant la chose de plus près, on verra sans difficulté, que l'équation C, traitée jusqu'ici, peut aussi être appliquée au cas où la valeur de N est très-grande. Pour faire voir cela, rétablissons les facteurs numériques de la série (*c*), et en prenant $\mu = 0.4342944819..$ où μ est le module du système des logarithmes vulgaires, nous aurons

$$\log\cos\frac{\zeta}{2} = \log\cos\frac{z^0}{2} + A\mu \sin 1'' \left[N - 2N^2 + 3N^3 - 4N^4 + \right].$$

Mais on sait, que le terme sommatoire de la série

$$N - 2^n N^2 + 3^n N^3 - 4^n N^4 + 5^n N^5 -$$

est égal à

$$N - 2^n N^2 q - (2^n - 3^n) N^3 q^2 - (2^n - 2 . 3^n + 4^n) N^4 q^3$$
$$- (2^n - 3 . 3^n + 3 . 4^n - 5^n) N^5 q^4$$
$$- (2^n - 4 . 3^n + 6 . 4^n - 4 . 5^n + 6^n) N^6 q^5 -$$

où $q = \frac{1}{1 + N}$.

De là il suit que le terme sommatoire de notre progression sera

$$N - \frac{2 N^2}{1 + N} + \frac{N^3}{(1 + N)^2} = \frac{N}{(1 + N)^2},$$

et c'est ce qu'il étoit facile à prévoir à la seule vue de la forme de la progression

$$N - 2 N^2 + 3 N^3 - 4 N^4 + \text{etc.}$$

Substituant à présent dans $\frac{N}{(1 + N)^2}$ la valeur donnée de $N = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}$, notre équation devient

$$\log \cos \frac{\zeta}{2} = \log \cos \frac{z^o}{2} + A \mu \sin 1''. \frac{\sin \pi \sin \psi}{4 \cos^2 \frac{\pi - \psi}{2}} \dots (d).$$

Traitant de la même manière l'équation (B) du §. 3. on trouve

$$\log \sin \frac{\zeta}{2} = \log \sin \frac{z^o}{2} - A \mu \sin 1''. \frac{\sin \pi \sin \psi}{4 \sin^2 \frac{\pi - \psi}{2}} \dots (d')$$

et enfin par la division des deux expressions précédentes:

$$\log \operatorname{tang} \frac{\zeta}{2} = \log \operatorname{tang} \frac{z^o}{2} - A \mu \sin 1''. \frac{\sin \pi \sin \psi}{\sin^2 (\pi - \psi)} \dots (d'').$$

Les équations d, d', d'' sont les expressions cherchées. Les équations (A) et (D) du §. 3. en donneront apparemment les mêmes. Il me semble qu'elles ne laissent pas beaucoup à désirer. La table, dont j'ai parlé, et qui sert

à prendre la quantité A, est entre les mains de tous les Astronomes: c'est la même que *Delambre* a donnée dans la Conn. des tems an 12, dans la Déterm. d'un arc du méridien, dans la Base du syst. métrique etc. et qui a été copiée tant de fois par les Géomètres. L'usage de cette table est très commode, parcequ'on n'a jamais besoin d'une intercalation.

Je me dispense de plusieurs remarques faciles à faire, et dont la plûpart a lieu aussi pour la vieille méthode. Une des principales est de se procurer le tems avec l'exactitude la plus soigneuse, et de prendre un nombre presque égal de hauteurs de chaque côté du méridien à des distances presque égales, ce qui sert à diminuer encore la petite erreur du premier terme dépendant de z^o.

8. Il ne reste que d'appliquer les formules trouvées à des exemples:

1794 le 11 Mars à Göttingue.

Tems du chronomètre à midi vrai $0^h. 1'. 19'',2$.

Déclinaison du soleil à midi — $3^o. 30'. 38''$.

Variation horaire de la déclinaison $57''7520$, décroissante.

Latitude estimée $51^o. 32'. 4''$.

Demi-diamètre — 16. 8,1.

$\frac{1}{11}$ somme des hauteurs observées du bord supérieur, corrigées de l'erreur de l'instrument, $35^o. 13'. 52'',5$.

Selon la méthode ordinaire du §. 1.

l'angle horaire en tems	9′ 41″	8′ 19″	6′ 39″	5′ 16′	3′ 49″	2′ 47″	0′ 19″	2′ 5″	3′ 9″	4′ 36″	6 8″
$\frac{2\sin^2}{\sin 1}$	184″ 1	135 8	86.8	54.5	28.6	15.2	0.2	8 5	19.3	41.5	73.9

Somme de ces corrections 58″,9454, dont le

$$\log = 1.7704499$$
$$\log m = 9.8794023$$
$$\log 44''7 = 1.6498522.$$

Refract. + demi diamètre = 17′. 28″ 6

$\delta' - \delta$ + parallaxe de hauteur + correct. = 0′ 53″3

35° 13′ 52″5 $\frac{1}{11}$ somme
3 30 38.0 déclinaison
53.3
38 45 23.8
— 17 28.6

ψ = 38 27 55.2 = hauteur de l'équateur.

Selon la méthode du §. 8.

$$\pi = 93^\circ\ 30'\ 38''0,$$
$$\psi = 38\ 27\ 56,0,$$
$$z^\circ = 54\ 46\ 7.455,$$
$$A = 58.9454.$$

L'équation (d'') donne $\log \frac{\sin\pi \sin\psi}{\sin^2(\pi - \psi)} = 9.9657991$

$$\log A\mu \sin 1 = 6.0938091$$

$$\log 0.0001147 = 6.0596082$$

$$\log \operatorname{tg} \tfrac{z^0}{2} = 9.7143337$$

$$\log \operatorname{tg} \tfrac{\zeta}{2} = 9.7142190$$

$$\zeta = 54^\circ\, 45'\, 22''94$$

$$93 \quad 30 \quad 38.0$$

$$38 \quad 45 \quad 15.06$$

$$-\ 17 \quad 28.6$$

$$+\ 8.6 = d' - d + \text{parallaxe}$$

$\psi = 38 \quad 27 \quad 55''1$, comme auparavant.

L'exemple suivant, pour l'étoile polaire, est pris de la Base du système métrique Vol. II. pag. 275.

1796 Janvier 20 à Dunkerque.

l'angle horaire	Table	l'angle horaire	Table	l'angle horaire	Table
16' 53''	559'' 4	5' 41''	63'' 4	5' 46''	65'' 3
14 52	433.8	4 7	33.3	7 43	116.9
13 35	362.2	2 53	16.3	9 19	170.4
12 6	287.4	1 25	3.9	11 57	280.3
11 3	239.7	0 8	0.0	13 9	339.4
9 52	191.1	0 57	1.8	14 51	432.8
8 31	142.4	2 18	10.4	15 57	499.2
6 49	91.2	4 16	35.7	17 50	624.1

$\frac{1}{24}$ somme des corrections $= 208'',35 = A$.

L'arc parcouru de l'instrument

$= 892°.\ 1826 = Z$ | $\pi = 1°.\ 46'.\ 39'',7$
$37.\ 174275 = \frac{Z}{24} = z°$ | $\psi = 38.\ 57.\ 44{,}0$

$$\log \frac{A\mu \sin 1 . \sin\pi \sin\psi}{4 \cos^2 \frac{\pi - \psi}{2}} = 4.3815855 = \log 0.0000024$$

$$\log \cos \tfrac{z°}{2} = 9.9767350$$

$$\log \cos \tfrac{\zeta}{2} = 9.9767374$$

$$\zeta = 37°.\ 10'.\ 20'',6$$

Réfract. pour ζ - - 43,4

$$\pi = 1.\ 46.\ 39{,}7$$

$$\psi = 38.\ 57.\ 43{,}7$$

Delambre a trouvé $\psi = 38°.\ 57'.\ 43'',77$.

L'avantage de ces formules §. 8. se fait sentir principalement pour les angles horaires plus grands, et en général, dans tous les cas où la méthode ordinaire est incommode, à cause du peu de convergence de la série du §. 1.

9. A l'occasion des huit équations trouvées §. 3. il me sera permis d'ajouter, que ces formules trouvent leur application très-commode dans un grand nombre de cas, où la méthode ordinaire n'est que très pénible. Pour les completter, il faut déduire des quatre équations de la Trigonomètrie sphérique, connues sous la dénomination des formules Nepperiennes, quatre séries semblables, ce que

l'on pourra faire sans difficulté, en observant que ces formules ont toutes la forme $\tang \frac{x}{2} = a \tang \frac{y}{2}$, et que l'équation dernière résolue donne

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{2} + \left(\frac{a-1}{a+1}\right) \sin y + \frac{1}{2}\left(\frac{a-1}{a+1}\right)^2 \sin 2y + \frac{1}{3}\left(\frac{a-1}{a+1}\right)^3 \sin 3y + $$

Soit par exemple Δ la distance de deux points de la surface terrestre, considerée comme celle d'une ellipsoïde de révolution, dont a, b sont les demi-axes et $\varepsilon^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$. Soient de plus ψ et ψ' la hauteur de l'équateur et z, z' les azimuths des points donnés, et ω la différence de leurs longitudes terrestres.

Pour chercher ψ', z' et ω des quantités données Δ, ψ, z, *Delambre* a donné dans les livres cités des formules qui ne sont pas très exactes dans les derniers termes. *Oriani* en a donné d'autres plus justes, que voici :

$$\delta = \frac{b \Delta R''}{a^2}\left(1 + \frac{\varepsilon^2}{2} \sin^2 \psi\right), \text{ où } R'' = \frac{1}{\sin 1''},$$

$$p = \varepsilon^2 \delta \sin^2 \psi \cos z,$$

$$q = \frac{p\delta}{2R} \cdot \frac{\cotg \psi}{\cos z}(1 + 2 \cos^2 z),$$

$$\psi' = \psi + \delta \cos z + \frac{\delta^2}{2R} \sin^2 z \cotg \psi - \frac{\delta^3}{6R^2} \sin^2 z \cos z (1 + 3 \cotg^2 \psi),$$
$$+ p + \frac{p\delta}{2R} \cdot \frac{\cotg \psi}{\cos z}(1 + 2\cos^2 z) \text{ où}$$

$$z' = 180^\circ + z - \delta \sin z \cotg \psi + \frac{\delta^2}{2R} \sin z \cos z (1 + 2 \cotg^2 \psi)$$
$$- \frac{\delta^3}{3R^2} \sin z \cos^2 z \cotg \psi (3 + 4 \cotg^2 \psi)$$
$$+ \frac{\delta^3}{6R^2} \sin z \cotg \psi (1 + 2 \cotg^2 \psi) + \frac{p\delta}{2R} \cdot \sin z,$$

$$\omega = \frac{\sin z}{\sin \psi} \cdot \left[\delta - \frac{\delta^2}{R} \cos z \cotg \psi + \frac{\delta^3}{3R^2}(\cos^2 z + 4 \cos^2 z \cotg^2 \psi - \cotg^2 \psi)\right].$$

Mais dans la mesure d'une partie un peu considé-

rable de la surface terrestre, quelle peine ennuyante de calculer toutes ces équations trois cent ou six cent fois! Encore ne sait on pas comment continuer ces séries, si l'on en a besoin, sans recommencer tout le calcul.

Comparons à présent la même solution par les formules du §. 3.

En supposant la premiere signification de δ, p, q, on a

$$m = \operatorname{tg}\frac{\delta}{2}\operatorname{cotg}\frac{\psi}{2} \text{ et } n = \operatorname{tg}\frac{\delta}{2}\operatorname{tg}\frac{\psi}{2}$$

moyennant quoi on aura sur le champ:

$$\frac{z'+\omega}{2} = -90^\circ + \frac{z}{2} - m\sin z + \frac{m^2}{2}\sin 2z - \frac{m^3}{3}\sin 3z + \ldots$$

$$\frac{z'-\omega}{2} = -90^\circ + \frac{z}{2} + n\sin z + \frac{n^2}{2}\sin 2z + \frac{n^3}{3}\sin 3z + \ldots$$

$$\log\cos\frac{\psi'}{2} = \log\cos\frac{\psi}{2}\cos\frac{\delta}{2} - \mu\left[n\cos z + \frac{n^2}{2}\cos 2z + \frac{n^3}{3}\cos 3z + \right]$$

où ψ' a la correction dépendante de l'ellipticité $= p + q$

et z' . . . . $\frac{p\delta}{2R}\sin z$.

Pour la vérification du calcul précédent on a encore

$$\log\sin\frac{\psi'}{2} = \log\sin\frac{\psi}{2}\cos\frac{\delta}{2} + \mu\left[m\cos z - \frac{m^2}{2}\cos 2z + \frac{m^3}{3}\cos 3z - \right]$$

où $\mu = 0.4342945$.

On n'a qu'à jetter un coup d'oeil sur les séries précédentes, qui sont toujours très convergentes, pour en appercevoir les avantages.

Soit $\psi = 40^\circ$	$\log \frac{bR}{a^2} = 8.7984183$;
$z = 30^\circ$	$\log \varepsilon^2 = 7.7766329$;
$\Delta = 150000$ toises	$\log \delta = 3.9750457$;
	$\delta = 2^\circ\, 37'\, 21''602$.

Les équations d'*Oriani* donnent:

$$
\begin{array}{rl}
\delta \cos z = & 8176''61 \\
& 64.38 \\
& -\ \ 0.71 \\
& -\ \ 3.04 \\
& +20.20 \\
& +\ \ 0.40 \\
\hline
\text{somme} & 8257''90 = 2^\circ\, 17'\, 37''9 \\
& \qquad\qquad 40 \\
& \psi' = 42^\circ\, 17'\, 37''9
\end{array}
$$

$$
\frac{\sin z}{\sin \psi}\left\{
\begin{array}{rr}
\delta \ldots & 7344.26 \\
& -346.96 \\
& +\ \ \ 3.85 \\
& +\ \ 21.85 \\
& -\ \ \ 7.28
\end{array}\right.
$$

$$\omega = 7015''72 = 1^\circ\, 56'\, 55''72$$

enfin $z' = 208^\circ\, 31'\, 56''1.$

Les formules nouvelles donnent:

$$\log m = 8.7986005;\quad \log n = 7.9207323$$

$$m \sin z = 6386.28$$
$$353.29$$
$$17.10$$
$$0.70$$

$$\log \cos\tfrac{\psi}{2} \cos\tfrac{\delta}{2} = 9.9728721$$
$$-\,0.0031336$$
$$-\,0.0000075$$

$$\log \cos\tfrac{\psi'}{2} = 9.9697310 \qquad \tfrac{z'+\omega}{2} = -\,76^\circ 42' 29'' 39$$

$$\psi' = 42^\circ 17' 17'' 4 + 20'' 2 + 0'' 4$$
$$= 42\ 17\ 38.0$$

$$n \sin z = 859.27$$
$$6.20$$
$$0.04$$

$$\tfrac{z'-\omega}{2} = -\,74^\circ 45' 34''.49$$
$$z' = 208^\circ 31' 56''.12$$
$$\omega = 1\ 56\ 54.\ 90$$

comme auparavant.

10. Il me reste à remarquer encore en faveur de ceux qui sont déjà accoutumés aux formules primitives de *Delambre*, qu'on peut les rendre beaucoup plus commodes par une substitution convenable, sans nuire à l'exactitude du résultat. Pour cela soit

$$m = \frac{\Delta b}{a^2} R'' \cos z \left(1 + \frac{3}{2} \varepsilon^2 \sin^2 \psi\right) \text{ et } n = \frac{\Delta b R''}{a^2} \sin z$$

et les formules précédentes d'*Oriani* deviennent:

$$\psi' = \psi + m + \tfrac{n^2}{2R} \cdot [\cot g \psi - \tfrac{n}{R} \cot g^2 \psi - \tfrac{n}{3R} \cos z]$$

$$\omega = \tfrac{n}{\sin \psi'} (1 + \tfrac{\varepsilon^2}{2} \sin^2 \psi)$$

$$\sin z' = - \frac{\sin \psi \sin z}{\sin (\psi' - \varepsilon^2 n \cot g z \sin^2 \psi)}.$$

Pour y appliquer l'exemple précédent, on a

$$\log m = 3.9136465 ; \ \log n = 3.6734796$$

$$\psi' = 40^\circ + 2^\circ 16' 36'' 84 + 64'' 22 - 3'' 04 - 0'' 4 = 42^\circ 17' 37'' 6$$

$\log n (1 + \frac{\varepsilon^2}{2} \sin^2 \psi) = 3.6740157$ $\log \sin \psi \sin z = 9.5070375$

$\log \text{comp.} \sin \psi' = 0.1720287$ $\qquad 9.8279246$

$\log \omega = 3.8460444$ $\qquad \log \sin z' = 9.67911[illegible]9$

$\omega = 1^\circ 56' 55'' 3$ $\qquad z' = 208^\circ 31' 56'' 1.$

La différence $0''4$ est tout-à-fait insensible pour une distance énorme de 150000 toises ou presque 40 milles allemandes; le plus grand côté des triangles dans la derniere mesure françoise, dont l'une des extrémités étoit à Iviza dans les îles baléares, ne contenoit que 82000 toises, et encore étoit-elle très difficile à prendre, quoique les observateurs les plus exercés et pourvûs des meilleurs instrumens, avoient pris toutes les précautions possibles.

II. SECTION DES SCIENCES PHYSIQUES.

HEMIPTERORUM MAXILLOSORUM
GENERA ILLUSTRATA
PLURIMISQUE NOVIS SPECIEBUS DITATA AC DESCRIPTA

A

C. P. THUNBERG.

Conventui exhibita die 9 Decembris 1812.

Ex *Hemipteris Linnaei* Insectis duos constituit Ordines de Entomologiae studio optime meritus Professor *Fabricius*, nimirum *Ulonata* et *Ryngota*. *Haec* rostro elongato, *Illa* maxillis validis instructa ab invicem facile distinguntur, licet secundum methodum, ab alis desumtam, sub uno eodemque ordine aeque facile militare possint. Maxillosa *Hemiptera Linnaei*, sive *Ulonata Fabricii* in diversa divisa fuerunt genera, scilicet a *Linnaeo* in *Gryllum*, *Blattam*, *Truxalidem*, *Mantim*, *Locustam*; a *Fabricio* in *Acrydium*, *Gryllum*, *Truxalidem*, *Blattam*, *Mantim*, *Achetam* et *Locustam*. Haec vero, quotquot sunt genera, dum accuratiori sub examine revocantur, genera adhuc plura, et evidenter distincta constituere deprehenduntur. Sic e. g. Gryllus

rufus antennis suis capitatis distinctum omnino efficit genus, a memet *Gomphocerus* appellatum: et corpore inani Africae quam maxime singularis incola, *Pneumora* a Grillis certe valde diversa est: a Mantide capite nimirum acuminato perbene discrepat *Mantispa*, uti et thoracis diversa structura *Pteropus*, *Phyllophora*, *Phasma* et *Conocephalus* a Locusta: pari modo etiam *Phymateus* et *Dictyophorus* a Gryllis merito erunt separandi.

Novam igitur methodum artificialem hujus ordinis tentavi, ab Entomologiae peritis ulterius, quosque fieri potest, emendandam, et imprimis ab Illis illustrandam ac perficiendam, quibus ad majora et locupletiora Musaea aditus felicior patet. Interim e collectionibus meis, non omnino inconspicuis plures adjungo species novas, et quandoque rariores, descriptas; ut in amabilis scientiae augmentum etiam meum conferam calculum, nec sit etiam in provecta aetate ulla sine linea dies.

Tria dudum Genera ante speciatim descripsi, scilicet *Acrydium* in Actis Novis Reg. Societ. Litter. Upsaliensis et *Pneumoram* atque *Blattam* in Actis reg. Acad. Scient. Stockholmensis; licebit itaque haecce breviter tantum commemorare, dum reliqua paulo fusius a memet recensita et descripta erunt.

Notas optimas et simul evidentissimas pro Generibus distinguendis praebent et *Antennae*, et *Caput*, et imprimis *thorax*, dum in aliis plerisque partibus multum convenire soleant. Tota haec cohors, maxillis validis instructa, tam Larvae sub statu, quam completa, immense vorax est, vegetabile omne devastans.

Caput declive, maxillis validis armatum.

Thorax in paucis planus, in multis convexus, et in plurimis deflexus ac carinatus vel cristatus.

Abdomen saepissime crassum, carnosum, feminis ensigerum.

Pedes in plerisque hujus ordinis saltatorii sunt, postici semper grandiores.

Hemelytra raro crassa, versus apicem tenuiora, saepius deflexa, rarius incumbentia, abdomine plerumque longiora, nonnumquam abbreviata, raro omnino deficientia.

Alae plicatae, latissimae, reticulatae, quandoque coloratae.

HEMIPTERORUM *Maxillosorum divisio*:

*. Antennis capitatis.

1. *Gomphocerus*.

**. Antennis filiformibus.

2. *Acrydium*: *thorax* elongatus, cristatus, acutus.

3. *Gryllus: thorax* deflexus, cristatus, postice rotundatus.
4. *Pneumora: thorax* convexus, cristatus, acutus; corpore inani.

***. Antennis linearibus, depressis.

5. *Phymateus: thorax* subquadratus, planus, bilobo-tuberculatus.

   Hemelytra deflexa, longiora.
6. *Dictyophorus: thorax* convexus, carinatus.

   Hemelytra convexa, incumbentia, abbreviata.
7. *Pamphagus: thorax* deflexus, postice acutus, cristatus.

   Crista elevata, acuta.

   Caput obtusum.

****. Antennis ensiformibus, trigonis.

8. *Truxalis.*

*****. Antennis setaceis.

9. *Acheta: thorax* planus, deflexus.

   Alae caudatae, longiores. *Abdomen* bisetum.
10. *Conocephalus: thorax* deflexus, convexus, truncatus.

    Caput acuminatum.

    Hemelytra lanceolata, deflexa.
11. *Locusta: thorax* planus, quadratus.

    Caput subtetragonum. *Alae* deflexae, aequales.
12. *Pteropus: thorax* convexus, marginatus, antice obcordatus, postice rotundatus.

Caput ovatum, convexum.

Pedes membranacei, alati.

Scutellum triangulare.

13. *Phyllophora: thorax* antice planus, declivis, truncatus; postice acuminatus, planus.

Hemelytra deflexa.

14. *Mantis: thorax* linearis, antice dilatatus.

Caput nutans, retusum.

Pedes antici raptorii.

15. *Mantispa: thorax* linearis, antice dilatatus.

Caput nutans, fronte acuminata bifida.

Pedes antice raptorii, postici lobati.

16. *Gongylus: thorax* linearis, elongatus, antice alato-dilatatus.

Caput nutans fronte acuta, bifida.

Hemelytra incumbentia, abdomine breviora.

17. *Phasma: thorax* elongatus, cylindricus.

Hemelytra brevissima.

18. *Blatta: thorax* rotundatus, planus.

Caput sub thorace retractum.

Alae incumbentes.

Pedes cursorii.

Gomphocerus.

Antennae filiformes, capite thoraceque longiores, capitatae: capitulo ovato.

Caput supra convexum, inter oculos prominens, obtusum, foveolatum; antice angulatum sulcis interjectis tribus.

Thorax convexus, deflexus, utrinque truncatus; dorsalis costa recta, lateralibus flexo - divaricatis.

Hemelytra deflexa, postice compressa.

Pedes postice longiores, crassiores, saltatorii.

Acrydium.

Act. Societ. Reg. Litterar. Upsal. Vol. 7.

Pneumora.

Act. Reg. Acad. Scient. Stockholm. 1810. pag. 57. t. 2. 1775. p. 254. t. 7.

Gryllus.

Antennae filiformes, corpore breviores, multiarticulatae.

Caput nutans, subquadratum, maxillis validis.

Thorax convexus, carinatus, deflexus.

Hemelytra deflexa, abdomen tegentia.

Pedes postici saltatorii femoribus longis, crassis, angulatis.

Phymateus.

Antennae lineares, depressae, capitis thoracisque longitudine.

Caput convexum, subconicum, obtusum.

Thorax supra planus, subquadratus, medio depressus, antice bilobo-tuberculatus.

Hemelytra deflexa, obtusa, alis aequalia, abdomine longiora.

Pedes ut in Gryllis.

Dictyophorus.

Antennae lineares, depressae, capitis thoracisque longitudine.

Caput porrectum, obtusum.

Thorax convexus, carinatus, rotundatus.

Hemelytra convexa, incumbentia, abbreviata.

Pedes ut in Gryllis.

Pamphagus.

Antennae lineares, ensatae, depressae, capitis thoracisque longitudine.

Thorax deflexus, cristatus crista elevata acuta, postice acutus.

Caput inter oculos prominens, obtusum, supra foveolato-impressum.

Hemelytra deflexa, abdomine longiora.

Pedes saltatorii ut in Gryllis.

Truxalis.

Antennae ensatae, trigonae, acuminatae, longitudine capitis thoracisque.

Caput elongatum, conico - acuminatum, adscendens.

Oculi infra apicem laterales, oblongi.

Thorax oblongus, convexus, angulatus, antice truncatus, postice rotundatus, angulis costatis quinque seu septem.

Hemelytra alas aequantia, convexa, deflexa, abdomine longiora.

Femora ut in Gryllis, sed angustiora et longiora, inermia.

Acheta.

Antennae setaceae, corporis longitudine.

Caput subquadratum.

Thorax planus, deflexus.

Hemelytra incumbentia, alis breviora.

Alae plicatae, setaceo - caudatae.

Abdomen bisetum.

Pedes postici saltatorii.

Conocephalus.

Antennae setaceae, corporis longitudine.

Caput convexum, accuminato - conicum.

Thorax convexus, supra planiusculus, deflexus, postice rotundatus.

Corpus elongatum, angustatum.

Hemelytra alis aequalia, lanceolata, obtusa, deflexa, apice compressa, corpore duplo longiora.

Pedes ut in Gryllis.

Locusta.

Antennae setaceae, corpore longiores.

Caput rotundatum.

Thorax planus, quadratus.

Hemelytra subelliptica, deflexa, postice compressa, basi scutelliformia, alis lanceolatis breviora.

Pedes ut in Gryllis.

Phyllophora.

Thorax rhombeo-planus, marginatus, deflexus, acuminatus.

Hemelytra elliptico-ovata, deflexa, grandia, nervosa, alas et abdomen tegentia.

Pteropus.

Antennae setaceae, longiores

Caput rhombeum, depressiusculum.

Thorax obcordatus, marginatus, postice rotundatus.

Hemelytra deflexa, abdomen tegentia, convexiuscula, subinflata, nervosa.

Pedes membranacei, alati.

Mantis.

Caput nutans, retuso-cordatum.

Thorax linearis, antice dilatatus.

Pedes antici raptorii, femoribus compressis.

Hemelytra oblonga, tegentia.

Mantispa.

Antennae setaceae.

Caput nutans, fronte acuminata bifida.

Thorax linearis, antice dilatatus.

Hemelytra et alae aequales, patentes.

Pedes antici raptorii, femoribus crassis.

Gongylus.

Antennae setaceae.

Caput nutans, fronte acuminata bifida.

Thorax linearis, elongatus, antice dilatatus margine membranaceo.

Hemelytra incumbentia, obtusa, nervosa.

Pedes antici raptorii, postici ad genicula lobati.

Abdomen depressum, postice dilatatum, bisetum.

Phasma.

Antennae filiformi-setaceae.

Caput subrotundato-quadratum.

Thorax cylindricus, saepius elongatus.

Hemelytra vel nulla, vel brevissima, incumbentia.

Alae margine antico crassiori, deinde plicata, lata, ampla.

Pedes antici raptorii; omnes angulati.

Abdomen subcylindricum, elongatum, alis longius.

Blatta.

Act. Acad. Reg. Scient. Stockholm. 1810. p. 185. tab. 5.

1. GOMPHOCERUS.

G. *rufus:* fuscus, immaculatus femoribus pallidioribus; tibiis rufis. *

Gryllus rufus. *Linn.* Faun. Svec. 876. pag. 239. *Fabric.* Entomolog. Systemat. 2. p. 62.

Corpus semipollicare, totum obscurum femoribus pallidioribus et tibiis laete rufis.

Hemelytra fusca, immaculata.

G. *maculatus:* fuscus, viridi-variegatus. *

Habitat in Svecia.

Similis G. *rufo*, sed distinctus Elytris fuscis, supra linea virescente, lateribus maculis albidis plurimis.

Femora supra viridia, lateribus, grisea, nigro maculata.

Tibiae cinereae spinis nigris.

A capite ad apicem thoracis saepe linea rubra.

G. *clavicornis:* viridis vitta laterali atra. †

Gryllus clavicornis. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 61.

Habitat in Indiis.

Magnitudine G. *rufo* paulo major, totus flavo-viridis, glaber.

Thoracis et capitis latera ab oculis ad apicem thoracis li-

nea lata, fusco-purpurea, continuata in margine Hemelytrorum externo, magis tamen fusca ad apicem.

Spinae tibiarum fuscae.

G. *sibiricus:* tibiis anticis ovato-clavatis. †

Gryllus sibiricus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 58.

Gryllus clavimanus. *Pallas* Spicil. Zool. fasc. 9. p. 21. Tab. I. Fig. 2. Nov. Act. Petropol. 14. Tab. 25. fig. 8.

Habitat in Sibiria.

2. ACRYDIUM.

A. *subulatum, bipunctatum, dorsale, bifasciatum, ephippium, scabrum, cristatum,* et *compressum,* omnia et singula sunt descripta in septimo Novorum Actorum Reg. Societ. Litterariae Upsal. Volumine, quod sub praelo adhuc sudat.

3. GRYLLUS.

* Alis viridibus: margine fusco.

G. *carinatus*: crista thoracis tridentata. *

Gryllus carinatus. *Fabric.* Ent. Syst. 2. pag. 47.

Habitat in Orientali Asia.

Var. *α.* *Maximus,* plus quam digitalis, crassus.

Caput obtusum, flavescens, rufo-reticulatum.

Thorax antice cristatus crista trifida, acuta, elevata, sulcata; postice triangularis, planus carina obsoleta, varioloso-lacunosus.

Hemelytra linearia, cinerea, fasciis undatis e maculis fenestratis viridibus picta.

Alae hyalinae, basi viridi-coerulescentes e maculis sparsis; apice et margine postico nigrae maculis sparsis fuscis.

Abdomen nigrum cingulis rubris.

Var. β. *Habitat* in Capite bonae spei, in hortis frequentes volitans mensibus Aprilis et Maji.

Corpus maximum, totum ex viridi-cinereum.

Caput cinereum lineis inter oculos duabus fuscis, vertice fovea depressa; antice costae quatuor virescentes, inter quas fovea depressa, e qua surgit callus elevatus.

Antennae capitis thoracisque longitudine, filiformes, basi flavescentes, medio virescentes, apicibus fuscis.

Thorax cristatus plicis tribus, punctatus, cinereus, lineis quatuor fuscis latis.

Hemelytra fusco-cinerea. Margo dorsalis flavescens apicibus hyalinis. Interdum ab humeris ducitur linea flava utrinque cum maculis sparsis in pagina; in-

terdum hemelytra cinerea maculis fuscis nervo longitudinali rubro.

Pectus inter femora antica mucrone ovato acuto pallido.

Abdomen virescens, lamellis lateralibus cinctum, elytris brevius. *Anus* forcipe quadruplici armatus.

Pedes quatuor antici virescentes tibiis intus ciliatis. Femora postica hexagona angulis lateralibus striis a costa media ad latera oblique ductis; carina dorsalis dentata. Tibiae supra cinereae, subtus rubrae dentium alborum, apice rubentium paribus circiter octo.

** Alis sanguineis.

† margine fasciis macularibus nigris.

G. *cristatus:* crista thoracis quadridentata; hemelytris fusco-maculatis. *

Gryllus cristatus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 46.

Habitat in Arabia et Orientali Asia.

Maximus, plus quam digitalis, crassus.

Thorax viridis, papillosus papillis albis, cristatus, crista antice quadrifido-serrata, compressa; postice vix rugosus crista minori serrulata.

Hemelytra linearia, obtusa, cinerea fasciis transversis e maculis obscurioribus picta.

Alae oblongae, excisae, sanguineae maculis sparsis inaequalibus, fasciisque et margine postico late nigris.

Abdomen fuscum.

Femora postica virescentia genu rubro.

Tibiae virescentes spinis concoloribus: annulo intra tarsos tarsisque sanguineis.

G. *Dux:* crista thoracis quadridentata; hemelytris viridimaculatis. *

Gryllus Dux. *Fabric.* Entomol. Syst. 2. p. 47.

Maximus et valde similis G. *cristato;* videtur autem diversus et satis distinctus alis imprimis multo obtusioribus magisque excisis, laete sanguineis, nec non hemelytris magis nervosis nervis elevatioribus et longe magis reticulatis.

†† Alis rufis, apice hyalinis vel fuscis.

G. *succinctus:* thoracis crista margineque postico dorsoque hemelytrorum flavis; gula cornuta. *

Gryllus succinctus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 46.

G. *flavicornis:* thoracis crista dorsoque hemelytrorum flavis; gula cornuta; antennis luteis. *

Gryllus flavicornis. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 52.

Habitat vulgaris in China, Indiis Orientalibus et in promontorio bonae spei.

Inter maximos, plus quam digitalis, viridis.

Antennae flavescentes.

Thorax papilloso-scaber, rugosus; carina quadrifida pallidior uti et linea dorsalis hemelytrorum.

Hemelytra viridia, immaculata, abdomine longiora.

Alae basi late sanguineae, apice hyalino-aqueae.

Femora cinerea, viridi-lineata.

Tibiae sanguineae spinis albis.

Varietates plures hujus occurrunt:

α. hemelytris totis viridibus, pallidis; thoracis lineis latis saturate viridibus.

β. hemelytris totis viridibus saturatioribus, uti et lineae thoracis.

γ. similis *α*, sed duplo minor.

δ. hemelytris fuscis uti et thoracis carina, linea capitis dorsoque hemelytrorum flavo-viridibus.

ε. hemelytris fuscis dorso, thorace lineaque capitis viridi-flavis; thoracisque lineis lateralibus latis subundulatis nigris.

ζ. Similis ε. sed quadruplo minor, femoribus nigro-bifasciatis.

G. *elegans:* hemelytris rufis: margine viridi. *

Paulo major G. *stridulo.*

Caput nigrum maculis rufis.
Antennae rufo nigroque annulatae.
Thorax convexo - cylindricus absque crista, margine antico rufo, infimo flavo.
Hemelytra nervoso - rugosa, basi rufa, apice virescentia, margine infimo viridi.
Alae basi sanguineae, apice hyalinae.
Abdomen nigrum fasciis flavescentibus.
Femora rubra, nigro - maculata.
Tibiae nigrae, subtus pallidae; *spinae* pallidae apice nigro.
Pedes anteriores fusci, rubro flavoque maculati.

G. *italicus*: hemelytris cinereis fusco - maculatis; alis apice hyalinis. *
Gryllis italicus. *Fabric.* Entom. System. 2. pag. 57.
Habitat in Europa Australi et in Barbaria prope Algier.
Duplo minor G. *stridulo*, cinereus.
Caput lacunosum.
Thorax laevis, tricarinatus.
Hemelytra cinerea margine extimo fusco - irrorato.
Alae basi sanguineae, apice hyalinae.
Femora nigro - striata et punctata.
Tibiae sanguineae spinis nigris.

G. *affinis*: thorace nigro linea dorsali alba; hemelytris nigris: linea maculisque cinereis. *

Duplo major G. *stridulo*, totus cinereus, varie fusco-maculatus.

Capitis latera albida.

Thorax planiusculus crista laevi exigua, ater: lineae duae laterales albae, continuatae ad apicem hemelytrorum.

Hemelytra fusca maculis seu fasciis abruptis in margine cinereo-albidis.

Alae basi sanguineae, apice hyalino-cinereae.

G. *ornatus*: niger, flavo-maculatus; hemelytris flavo-striatis. *

Minor G. *stridulo*, totus niger, flavo-variegatus.

Antennae sublineares, nigrae, capitis thoracisque longitudine.

Caput inter oculos prominens, lineis quatuor flavis.

Thorax medio depressus, obsolete carinatus, margine infimo macula magna, lineis duabus et punctis quatuor parvis flavis.

Hemelytra striis variis angustis longitudinalibus picta.

Alae sanguineae ultimo apice fuscescente.

Abdomen flavum cingulis punctisque atris.

Femora postica nigro flavoque variegata.

Tibiae obscure sanguineae, spinis pallidis apice nigris.

G. *stridulus:* hemelytris fuscis cinereo - irroratis; alis bis excisis, apice nigris. *

Gryllus stridulus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. pag. 56.

G. *purpureus:* viridis lineis capitis thoracis margineque hemelytrorum rufis. *

Inter minimos, unguicularis, totus viridis.

A fronte ad basin thoracis linea lata rubra.

Thorax quinque carinatus lineis viridibus saturatioribus juxta lineam rubram; margo posticus saturate viridis.

Hemelytra viridia marginibus apiceque purpurascentibus.

Alae purpureae margine postico nigro.

Tibiae rufescentes.

G. *dorsalis:* purpurascens hemelytris basi viridibus: maculis duabus albis. *

Inter minores, semipollicaris, purpurascens.

Caput antice trisulcatum, totum cum antennis purpurascens.

Thorax cruciatus, tricarinatus, supra purpurascens, lateribus virescens macula fusca.

Hemelytra dorso laete purpurea, deinde fusca cum linea

baseos viridi, et in medio marginis inferioris maculae duae albae.

Alae basi rubrae, apice fuscae.

Abdomen et femora cinerascentia tibiis albo-annulatis.

††† Alis basi rubris, medio fascia nigra.

G. *obscurus:* cinereus thorace scabro; hemelytris fusco-fasciatis maculatisque. *

Gryllus obscurus. *Fabric.* Entom. System. 2. pag. 58.

Habitat in Capite bonae spei.

Paulo major G. *stridulo,* cinereus.

Antennae apice fuscae, basi nigro-annulatae.

Thorax subscabridus carina obsoleta.

Hemelytra linearia, oblique obtusa, cinerea, fusco obsolete fasciata et maculata, apice hyalina.

Femora postica intus atra genu atro.

Tibiae sanguineae.

Pectus et abdomen cinerea, glabra.

Anus niger.

G. *fasciatus:* cinereus thorace rugoso; hemelytris fusco-irroratis. *

Gryllus fasciatus. *Fabric.* Entomol. System. 2. pag. 58.

Magnitudine G. *striduli,* cui similis, totus cinereus.

Thorax carinatus, rugoso-scaber, uti et caput.

Hemelytra cinerea, obsolete fusco - irrorata.
Alae basi rubrae; medio fascia nigra dentem anterius exserens; apice hyalino - fuscae.
Tibiae virescentes.

C. *maculatus:* cinereus hemelytrorum margine externo fusco cum macula alba. *
Minor G. *stridulo*, cinereus.
Thorax carinatus, immaculatus.
Hemelytra cinerea margine extimo fusco cum macula magna albida.
Alae basi sanguineae, medio nigro-fasciatae, apice hyalinae.
Antennae apice fuscae.

G. *sanguineus:* fuliginosus thorace rugoso; hemelytris albo - irroratis. *
Duplo minor G. *stridulo*, totus fuliginosus.
Thorax carinatus, rugosus.
Hemelytra basi atra, albo - irrorata, apice hyalina.
Alae basi sanguineae, medio atrae, apice hyalinae.
Femora cinerea, nigro-lineata et irrorata.
Tibiae obscure virentes; spinis albis, apice atris.
Annulus albus prope genu in femoribus et tibiis.

*** Alis flavis.

† Alis nigro fasciatis.

G. *flavus:* hemelytris cinereis: fasciis duabus latis albis.

Gryllus flavus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. pag. 59.

Habitat in America et in Capite bonae spei vulgaris.

Pollicaris, crassiusculus, cinereus.

Antennae virescentes.

Thorax carinatus, fuscus; carina et linea utrinque obliqua pallida.

Elytra basi opaca, cinerea; apice hyalina, reticulata, parum fusco-irrorata; in medio fasciae duae, latae, abruptae, albidae cum puncto minimo antico.

Alae basi laete flavae, in medio fasica, arcuata, atra; apex hyalinus, reticulatus, immaculatus.

Femora cinerea, fusco-fasciata et irrorata.

Tibiae sanguineae spinis nigris.

G. *marmoratus:* hemelytris cinereis: fasciis maculisque albis.*

Habitat in Capite bonae spei.

Similis G. *flavo*, sed duplo major et diversus, totus cinereus, marmoratus, digitalis.

Thorax carinatus lineis lateralibus nigris.

Hemelytra basi cinerea: fasciae duae punctaque alba, plurima, sparsa; apice hyalina maculis sparsis fuscis.

Alae basi pallide flavae; medio fascia arcuata, nigra; apice hyalinae.

Tibiae rufescentes.

Var. α. thorace margineque hemelytrorum interiori cinereis.

β. capite, thorace margineque interiori hemelytrorum viridi.

G. *transversus:* hemelytris cinereis: strigis duabus angustis albis. *

Habitat in China.

Gryllo flavo similis, sed dimidio minor et diversus.

Antennae fuscae, basi rufescentes.

Thorax carinatus utrinque linea nigra.

Hemelytra cinerea, intra apicem parum hyalino-maculata; infra basin punctum minimum, album; in medio fasciae duae angustissimae, albae.

Alae basi pallide flavescentes; in medio fascia arcuata, nigra; apex hyalinus ultimo angulo fusco.

Tibiae sanguineae.

Var. α. capite thoraceque cinereis.

β. capite thoraceque viridibus.

G. *abruptus:* hemelytris cinereis: maculis hyalinis sparsis. *

Habitat in China.

Similis G. *flavo,* sed multoties minor.

Antennae fusco-ferrugineae, versus apicem paulo crassiores.

Thorax carinatus, utrinque linea albida abrupta cruciata.

Hemelytra cinerea, apice hyalina; infra basin punctum, tum fasciolae tres hyalinae marginis exterioris dimidiatae.

Alae basi pallide flavescentes; in medio fascia lata, fusca marginis posterioris, anteriorem parum fuscescentem non attingens; ipse apex fuscescit.

Abdomen et femora brunnea.

Tibiae pallide virescentes spinis apice nigris.

G. *sulcatus:* ferrugineus thorace sulcato bimaculato. *

Longitudine G. *striduli*, sed duplo angustior, totus ferrugineus.

Thorax carinatus, multisulcatus angulo infimo pallido, supra quem macula subquadrata atra.

Hemelytra basi fusco-brunnea, apice hyalina margine extimo obscuro.

Alae basi flavae, medio nigrae, apice fusco-hyalinae.

†† Alis apice nigris.

G. *annulatus:* griseus, nigro pictus, thoracis carina dentata; hemelytris nigrofasciatis. *

Duplo minor G. *stridulo,* totus testaceus varie atro pictus.
Thorax scaber; carina antice bidentata, postice obsoleta.
Hemelytra fasciis duabus fuscis obsoletis; apice fusca, hyalina.
Alae basi flavae, apice atrae.
Femora intus nigra genu testaceo, extus testacea macula sequialtera atra.
Tibiae nigrae annulo duplici albo.
Abdomen pallidum.

G. *bidens:* thoracis carina dentata; hemelytris cinereis; tibiis albofasciatis. *
Duplo minor G. *stridulo,* cinereus.
Antennae basi pallidae, apice sensim incrassatae, fuscae.
Thorax tricarinatus carinis serratis, antice dente duplici.
Hemelytra cinerea, immaculata.
Alae basi flavae, apice fuscae.
Femora fascia duplici alba.
Spinae albae apice nigro.

G. *fuscus:* supra fuscus, subtus cinereus femoribus nigris: linea albida obliqua duplici. *
Habitat in Nova Cambria.
Inter minimos, unguicularis, supra totus fuscoferrugineus, subtus pallidus.

Thoracis carina obsoleta lateribus albidis.

Hemelytra fusca basi macula minima pallida.

Alae fuscae, basi pallide flavescentes.

Femora postica subtus ferruginea, intus sanguinea maculis tribus atris, extus atra lineolis binis obliquis albidis.

Tibiae basi sanguineae; apice violaceae.

††† Alis immaculatis.

G. *splendens*: testaceus thorace lineis duabus fuscis; hemelytris fuscis: dorso testaceo. *

Paulo minor L. *viridissima* corpore toto testaceo.

Thorax convexus, obsolete carinatus, lateribus linea fusca.

Hemelytra dorso testacea, extus magis fusca, immaculata.

Alae reticulatae, flavescentes, auro - nitentes, basi lutescentes.

Femora postica intus sanguinea margine supremo nigro; extus flavescentia linea media atra.

Tibiae sanguineae spinis albis, apice atris.

Var. β e China duplo minor, magnitudine vix G. *striduli*.

G. *nitens*: testaceus capite thoraceque nigro bilineatis; hemelytris fuscis: dorso testaceis.

Simillimus G. *splendenti* β, totus testaceus.

Thorax et caput lineis duabus approximatis nigris.

Hemelytra cinerea dorso pallidiore.

Alae reticulatae, cinereo-hyalinae, nitidae, basi pallide luteae.

Femora vix maculata.

Tibiae e rubro-virescentes spinis albis, apice atris.

G. *pallens*: fusco-cinereus thorace lineis maculisque duabus nigris, hemelytris fenestrato-maculatis. *

Paulo minor L. viridissima, angustus, supra testaceus, subtus brunneus.

Caput lineis duabus nigris continuatis paulo latioribus per thoracem et basin hemelytrorum.

Thorax obsolete carinatus, utroque latere macula didyma fusca notatus.

Hemelytra cinerea, basi maculis oblongis fuscis, dein hyalina maculis fenestratis.

Alae hyalinae, basi albicantes.

Femora supra brunneo-fusca uti et Tibiae cum spinis nigricantibus.

G. *discolor*: flavo-virescens thorace lineis duabus fuscis; hemelytris basi cinereo-fuscis. *

Mediocris, sesquipollicaris, flavo-virescens.

Caput virescens, obtusum.

Thorax viridis carina lineisque duabus fuscis.

Hemelytra basi cinereo-fusca, apice hyalina.
Alae hyalinae, basi pallide flavae.
Femora postica virescentia, intus fasciis binis genuque atris.
Tibiae sanguineae spinis apice nigris.

**** Alis hyalinis, maculatis.

† alis nigro-fasciatis.

G. *nubecula:* testaceus hemelytris fascia lata fusca. *
Fere digitalis, totus ferrugineus, glaber.
Thoracis carina quadri-articulata, rufa.
Hemelytra hyalina, reticulata; in medio fascia lata, fusca marginem posticum non attingens.
Femorum anguli nigri.
Spinae albae apice nigro.

†† Alis apice atris.

G. *deustus:* cinereus hemelytris punctis fasciisque tribus hyalinis. *
Paulo minor G. *stridulo*, cinereus seu subferrugineus.
Thorax fusco-maculatus.
Hemelytra ferruginea margine exteriori fusca; intra apicem fasciae tres fenestratae; in medio versus marginem

crassiorem puncta tria parva et versus basin circiter sex puncta minutissima fenestrata.

Alae hyalinae apicibus atris.

***** Alis nigris, coeruleis vel virescentibus.

G. *bimaculatus:* niger thorace carinato: macula cinerea; hemelytris macula alba apiceque fenestrato. *

Duplo minor G. *stridulo,* totus ater, varie maculatus.

Antennae capite thoraceque longiores.

Thoracis carina obsoleta lateribus cinereis.

Hemelytra atra, hyalino-maculata, apice fenestrata.

Alae nigrae, basi albae.

Abdomen lividum.

Femora cinerea, fusco-punctata fasciis binis genubusque atris.

Tibiae violaceae annulo tarsisque albis.

G. *carolinus:* thorace subcarinato; alis nigris: margine postico cinereo. *

Gryllus carolinus. *Fabric.* Entom. System. 2. pag. 58.

G. *coerulescens:* thorace subcarinato; alis coeruleis: fascia nigra. *

Gryllus coerulescens. *Fabric.* Entom. system. 2. p. 59.

G. *prasinus:* thorace carinato; alis virescentibus, apice nigris. *

Duplo minor G. *stridulo*, testaceus.

Caput, thorax, pectus immaculata.

Hemelytra nigra margine superiori testaceo. Maculae duae albidae in medio. Apex hyalinus, reticulatus.

Alae virescentes, apice fuscae.

Femora postica extus parum nigro-punctata, intus atro bifasciata.

Tibiae sanguineae spinis nigris.

****** Alis hyalinis immaculatis.

G. *capensis:* cinereus, fuscomaculatus; thoracis margine carina maculisque albidis; alis basi albis. *

Habitat in Campis Africes, vulgatissimus.

Inter majores, digitalis.

Cinereo-flavescens, varie maculatus et multum varians.

Caput pallidum.

Thoracis carina obsoleta, quadriarticulata, pallida; lineae duae latae fuscae et infra macula fusca.

Pectus et basis femorum linea alba.

Femora postica inferne albida, angulo superiori nigra; tibiae violaceae vel sanguineae.

Hemelytra fusca: dorso linea flava immaculata; margo inferior albidus, nigromaculatus; ante medium ma-

culae duae nigrae; deinde fasciae obliquae et maculae fuscae fenestratae.

Alae hyalinae infima basi alba.

Abdomen pallidum cingulis fuscis.

Variat valde etiam magnitudine.

G. *didymus:* thorace tricarinato fusco; hemelytris fuscis: linea, punctis quatuor fasciisque albis. *

Habitat in promontorio bonae spei Africes.

Paulo minor et angustior G. *capensi.*

Caput et Antennae pallidae.

Thorax pallidus, supra fuscus costis tribus margineque pallidis.

Hemelytra fusca, apice hyalina fenestrata; a basi ultra medium linea pallida; prope basin in medio puncta quatuor subquadrata alba; deinde fasciae plures, circiter sex, obliquae, hyalinae.

Alae totae immaculatae.

Femora tibiaeque pallidae, angulo femorum supremo spinisque nigris.

G. *serialis:* flavescens thorace lineis maculisque duabus fuscis; hemelytris linea fusca albo-maculata; abdomine fasciis punctatis. *

Habitat in insula Barthelemi. Dr. *Fahlberg.*

Corpus G. *viridissimo* paulo minus et brevius, totum testaceo-flavescens, varie maculatum.

Thoracis carina obsoleta, lineis duabus latis maculisque lateralibus fuscis.

Hemelytra margine supremo et infimo lutescentia, medio fusca, apice hyalina; in linea fusca maculae tres inaequales albae; intra apicem maculae fuscae fenestratae.

Alae hyalinae, immaculatae.

Femora postica nigro punctata et maculata.

Spinae tibiarum apice nigrae.

Abdomen pallidum; supra in singulo segmento fascia e punctis nigris parvis.

G. *tartaricus:* thorace tricostato, bilineato, carina quadrifida; hemelytris cinereis: linea dorsali, alba, antice bifida. *

Gryllus tartaricus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 53.

Habitat in Africa vulgaris.

Inter majores, digitalis, cinereo-fuscus.

Thorax laevis, obsolete carinatus carina quadrifida. A capite ad medium hemelytrorum utrinque linea alba, quae in hemelytrorum dorso coit.

Capitis latera juxta oculos albicant.

Hemelytra fusco-cinerea, saepe maculis nigris subquadratis sparsis picta.

Alae hyalinae, immaculatae.

Femora cinerea.

Tibiae sanguineae spinis pallidis.

G. *migratorius:* thorace carinato, laevi; hemelytris cinereis, fusco-irroratis; genu femorum albo-annulato. *

Gryllus migratorius. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 53.

Habitat in Tartaria, migrans in Europam, Germaniam, Poloniam et in Japoniam.

Inter majores, digitalis, totus cinereus.

Frons in medio stemmate unico.

Thorax laevis carina integra.

Hemelytra linearia, obtusa, cinereo-alba maculis transversalibus fenestratis fuscis, margine dorsali immaculato.

Alae hyalinae, reticulatae maculis obsoletis fuscis intra apicem.

Femora cinereo nigroque varia annulo albo ante genu.

Tibiae cinereae spinis fuscis.

Variat varie atomis hemelytrorum.

Variationes hjus plures exstantiores occurrunt:

α. cinereus hemelytris totis maculatis.

β. fusco-cinereus, capite thoracisque lateribus albo-variegatis, hemelytris totis maculatis.

γ. capite thoraceque virescentibus, bilineatis nigroque variegatis; hemelytris cinereis maculatis totis.

δ. capite thoraceque viridibus; hemelytris maculatis totis.

ε. capite thoraceque viridibus: lineis maculisque obsoletis fuscis; hemelytris cinereis maculatis totis; corpore minori.

ζ. cinereus totus hemelytris a medio ad apicem maculis magnis subtransversis fuscis fenestratis.

η. cinereus totus hemelytrorum striis fuscis obsoletis.

G. *maroccanus*: cinereus thorace cruciato; hemelytris fusco-maculatis; tibiis sanguineis.

Habitat prope Marocco in Barbaria.

Magnitudine circiter G. *striduli*, sed paulo angustior, totus cinereus.

Thorax absolete cristatus, lineis albidis divergentibus cruciatus.

Hemelytra reticulata nervis longitudinalibus crassis, inter quos serie duplici vel triplici maculae plures fuscae.

Alae hyalinae, immaculatae.

Femora postica supra maculis tribus et genu nigris.
Tibiae sanguineae spinis atris.
Variat magnitudine.

G. *rufescens:* rufus thoracis carina quadri-articulata; hemelytris fusco-maculatis; alis basi rufescentibus.*
Summa similitudo G. *migratorii*, sed totus dilute rufus, videtur diversus.
Antennae flavescentes.
Carina thoracis obsoleta, quadri-articulata.
Hemelytra a basi ad medium rufa maculis majoribus et minoribus sparsis, subquadratis et oblongis; deinde cinereo-hyalina fasciis fuscis fenestratis.
Alae hyalinae, reticulatae, immaculatae, infima basi rufescentes.
Spinae tibiarum albae apice nigro.

G. *virescens:* viridis thorace lineis maculisque duabus nigris; hemelytris fuscis: dorso viridi. *
Duplo minor G. *migratorio*, cui similis; sed satis distinctus et diversus.
Viridia sunt caput, thorax, pectoris latera et dorsum hemelytrorum.
Caput pope oculos linea rufa, nigro marginata.
Thoracis carina acuta, cinerea; linea utrinque atra margi-

nem posticum non attingens; sub hac macula oblonga, albida, et infra hanc macula major nigra.

Hemelytra nigricantia basi maculis obsoletis binis albis; apice cinereo-hyalina maculis fuscis sparsis.

G. *assimilis:* viridis thoracis lineis maculisque duabus nigris; lateribus hemelytrorum fuscis: puncto fasciaque albis. *

Simillimus G. *virescenti,* sed duplo fere minor.

Caput viride ore pallido lineisque duabus dorsalibus rufis, nigro marginatis.

Thorax viridis, carinatus carina pallida; lineae duae atrae marginem non attingentes; sub his macula alba, et infra hanc macula magna atra.

Pectoris latera viridia.

Hemelytra supra viridia ad medium dorsi; deinde nigra apice fusco hyalino; pone basin punctum minimum album, et ante medium fascia angusta alba.

Abdomen rufescens, glabrum punctis lateralibus minimis nigris.

Femora supra viridia, subtus rufescentia, latere interiori nigro-punctata.

Tibiae rubrae basi annulo pallido, spinis apice nigris.

Antennae flavescentes.

G. *grossus:* thorace tri-carinato; hemelytris cinereis: margine dorsali rufescenti, inferiori viridi. *

Gryllus grossus. *Fabric.* Entomol. Systemat. 2. pag. 61.

Variat nonnihil magnitudine.

Femora postica brunnea annulo nigro; tibiae flavescentes annulo spinarumque apicibus atris.

G. *lineola:* thoracis carina quadrifida rufa; hemelytris immaculatis; femoribus intus sanguineis; tibiis coeruleis. *

Gryllus lineola. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 54.

Habitat in Europa australi et Barbaria prope Algier.

Inter majores, digitalis, tota cinereo-fusca

Caput tri-sulcatum.

Thorax carinatus, scaber; carina quadri-articulata, rubra.

Hemelytra cinerea, obsolete fusco-irrorata.

Alae fusco-hyalinae, immaculatae.

Femora cinerea extus linea duplici atra; intus margine inferiori sanguineo.

Tibiae coeruleae spinis albis, apice atris.

G. *aegyptius:* thorace convexo rugoso; hemelytris cinereis, fusco-irroratis, dorso ferrugineo. *

Habitat in insula Barthelemy, *Fahlberg.*

Majores inter, magnitudine L. *viridissimae*, digitalis, totus cinereus, fusco varie irroratus.

Caput antice tri- vel quinque-sulcatum cum stemmate solitario in sulco medio.

Thorax convexus, obsoletissime carinatus, antice quadricinctus, postice triangularis, rugosus.

Hemelytra cinerea dorso testaceo basi, fusco irrorata et maculis reticulatis, sparsis.

G. *pilosus:* thorace carinato, scabro; hemelytris cinereis, maculis fuscis fenestratis; femoribus ciliatis. *

Paulo major G. *erythropo*, cui simillimus, totus cinereus.

Thorax carinatus carina dorsali trifida, rugoso-scaber.

Caput lacunosum.

Hemelytra cinerea maculis rotundis fuscis punctis fenestratis referta.

Alae hyalinae, reticulatae, immaculatae.

Femora extus fusco-irrorata, intus atra macula rubra supra genu, supra infraque ciliata.

Tibiae sanguineae spinis apice nigris.

G. *erythropus:* thorace tricarinato, scabro; hemelytris cinereis: maculis fuscis fenestratis. *

Vix pollicaris, crassus, cinereo-fuscus.

Thorax carinatus carinis tribus, rugoso-scaber.

Hemelytra cinerea maculis rotundatis pluribus fenestratis.
Alae fusco - hyalinae, immaculatae.
Femora fusco - striata.
Tibiae sanguineae spinis nigris.

G. *villosus:* thorace carinato, scabro; hemelytris cinereis; femoribus tibiisque villosis. *
Habitat in China.
Magnitudine G. *striduli*, totus cinereo - testaceus, subtus villosus.
Antennae apice fuscae.
Thorax carinatus, scaber.
Hemelytra cinerea, apice hyalina.
Alae fusco - hyalinae, immaculatae.
Pectus, Femora et Tibiae villosa.
Femora nigro - trifasciata.
Tibiae basi annulo albo, apice virescentes, spinarum apice nigro.

G. *notatus:* rufescens thorace cruciato; hemelytris viridibus: linea abrupta e punctis atris. *
Habitat in Sudermannia Sveciae.
Unguicularis, totus ferrugineus, capite supra viridi.
Thorax tricarinato - cruciatus maculis fuscis lateralibus.

Hemelytra dorso viridia, lateribus cinerascentia in medio linea abrupta e punctis parvis et oblongis atris. Apex hyalinus.

G. *dimidiatus:* cinereo-fuscus thorace cruciato; hemelytris dorso viridibus, dimidiato-fuscis; alis fuscis basi virescentibus. *

Unguicularis, totus cinereo-fuscus.

Antennae pallidae, apice fuscae.

Caput, thorax, abdomen, pedes rufescentia.

Thorax tricarinatus, cruciatus, fusco-maculatus.

Hemelytra fusca dorsali margine viridi.

Alae basi hyalino-virescentes, apice fuscae.

G. *axillaris:* thorace subcarinato laevi; hemelytris cinereis: macula baseos lineolaque albis. *

Bipollicaris, totus cinereo-testaceus.

Thorax laevis, parum carinatus.

Hemelytra cinereo-fusca, basi dorsali testacea cum lineola albida; in costa macula triangularis testacea.

Alae hyalinae, fuscescentes, immaculatae.

Femora extus macula parva, intus fasciae tres atrae.

G. *virens:* viridis thorace varioloso; hemelytris immaculatis; tibiis sanguineis. *

Habitat in Insula Americes Barthelemi.

Paulo minor G. *stridulo*, totus vitidis.

Antennae fuscae, capite thoraceque longiores.

Thorax convexus carina obsoleta, rugoso-variolosus, margine pallidiore.

Hemelytra striato-nervosa, tota coriacea et viridia, immaculata.

Alae hyalinae, virescentes, reticulatae, immaculatae.

Pedes obscure virides; femorum posticorum anguli flavescentes.

Tibiae sanguineae spinis tarsisque nigris.

Abdomen flavo-cingulatum.

G. *pedestris*: rufescens thorace nigro-bilineato, hemelytris saepe dimidiatis. *

Gryllus pedestris. *Linn.* Faun. Svec. p. 239. *Fabric.* Ent. Syst. 2. pag. 62.

Habitat in Europa, in Svecia hinc inde, rarius alatus, saepius apterus.

Paulo minor G. *stridulo*, saepe duplo, corpore fusco-ferrugineo, abdomine femoribusque latere interiori magis rufis.

Thorax convexus, quadri-articulatus, carinatus, lineis lateralibus binis nigris.

Hemelytra in completa fusca; in larva dimidiata, abdomine quadruplo breviora.

Femora subtus sanguinea.

Tibiae violaceae spinis albis.

Abdomen subtus flavescens.

G. *marginalis*: ferrugineus thorace tricostato; hemelytris viridibus: margine rufescente. *

Habitat in Sveciae variis provinciis, Uplandia, Westrogothia, alibi.

Vix pollicaris corpore fusco-rufescente.

Antennae apice fuscescentes.

Caput et thorax fusco-sub-bilianetum, cruciatum costis tribus.

Hemelytra viridia, immaculata, margine exteriori rufescentia, apice hyalina.

Alae fusco-hyalinae, reticulatae, immaculatae.

Abdomen fuscescens, carina rufa.

Femora rufescentia, plus minus fuscescentia uti et tibiae.

G. *viridulus*: ferrugineus thorace tricostato; hemelytris viridibus: linea baseos alba. *

Gryllus viridulus. *Linn.* Faun. Svec. p. 238. *Fabric.* Entom. Syst. 2. pag. 61.

Habitat in Svecia, prope Upsaliam et alibi, vulgaris.

Inter minimos, semipollicaris.

Antennae, caput, pectus, abdomen et pedes ferruginea.

Thorax tricostatus, supra viridis.

Hemelytra tota viridia; intra marginem infimam prope basin linea abbreviata, tenuissima, albida.

G. *biguttulus*: fusco-ferrugineus thorace cruciato, hemelytris cinereis, fusco maculatis: macula alba obliqua. *

Gryllus biguttulus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 61.

Vix pollicaris, totus fusco-ferrugineus.

Thorax carinatus lineis duabus fuscis et cruciatus carinis lateralibus fractis pallidis.

Hemelytra cinereo-hyalina lineis maculisque variis fuscis irrorata, linea albida in margine inferiori abbreviata; intra apicem macula major, albida, obliqua, utrinque nigro-marginata.

Alae reticulatae, immaculatae.

Carina abdominis lutea.

Femora postica subtus et tibiae pallidae.

G. *chinensis*: viridis thoracis lineis duabus fuscis; antennis rufis; hemelytris immaculatis. *

Habitat in China.

Duplo minor L. *viridissima*, totus lutescenti-viridis.

Linea fusca ab oculis ad apicem thoracis ducta, carina vix perspicua.

Hemelytra basi dilatata, apice pallidiora, immaculata.

Alae hyalinae, reticulatae.

Spinae tibiarum apice nigrae.

G. *tricolor:* virescens thorace lineis duabus nigris; hemelytris dorso cinereis: linea media nigra. *

Habitat in China.

Duplo fere minor G. *stridulo*; virescens.

Caput viride, antice trisulcum, vertice flavescente.

Thoracis lineae duae fuscae carina obsolata.

Hemelytra supra cinerea, margine interiori viridia, medio linea fusca abbreviata.

Alae hyalinae, immaculatae.

Femora postica viridia tibiis sanguineis.

G. *lutescens:* flavus thorace supra purpureo lineis duabus saturatioribus; hemelytris immaculatis. *

Habitat in China.

Magnitudine G. *striduli*, sed angustior, subtus laete luteus, supra cinerascens.

Caput et thorax supra brunnea.

Linea purpurascens ab oculis ad basin thoracis ducta, latiuscula.

Carina thoracis obsoleta, vix ulla.

Hemelytra basi cinerascentia, apice hyalina, immaculata, infra basin dilatata.

Alae hyalinae, immaculatae.

Antennae ferrugineae.

Tibiae virescentes.

Variat magnitudine et thorace bilineato.

G. *sylvestris:* viridis capite, thorace elytrisque supra cinereis. *

E minoribus, subpollicaris, viridis abdomine pedibusque cinereis.

Caput supra, thoracis et elytrorum dorsum rufescentia.

Thorax carinatus linea duplici nigra.

Hemelytra medio et apice hyalina; alis immaculis.

G. *opacus:* fuscus, opacus thorace convexo; hemelytris immaculatis; femoribus intus macula nigra. *

Magnitudine G. *striduli,* totus fuscus, opacus, immaculatus, exceptis femoribus posticis extus nigro - maculatis, intus macula magna media genuque atris.

Thorax convexus carina obsoleta, medio depressus.

G. *humeralis:* supra ferrugineus, subtus lutescens thoracis macula laterali nigra; hemelytris macula humerali fusca. *

Duplo minor G *stridulo,* supra ferrugineo - fuscus.

Thorax obsolete carinatus macula laterali quadrata nigra.
Hemelytrorum basis macula oblonga nigra.
Alae immaculatae.
Femora postica supra ferruginea, nigro-bimaculata, intus macula subabrupta atra; subtus flavescentia; extus linea atra. *Tibiae* violaceae.
Abdominis carina lutea.

G. *brunneus:* supra niger; subtus ferrugineus, hemelytris immaculatis. *
Habitat in Svecia.
Inter minores, totus bicolor, immaculatus; supra capite, thorace elytrisque fuscis; capitis thoracisque lateribus, abdomine pedibusque ferrugineis.
Thorax obsolete carinatus, subcruciatus.
Alae fuscae, reticulatae.

4. PNEUMORA.

P. *immaculata.* Act. Stockholm. 1775. p. 254—256. Tab. 7. fig. 1. 1810. p. 59.
P. *maculata.* Act. Srockh. 1775. p. 257. tab. 7. f. 2. 1810. p. 62. T. 2. f. 6.
P. *ocellata.* Act. Holmens. 1810. p. 60. T. 2. f. 3.
P. *sexguttata.* Act. Stockh. 1775. p. 258. t. 7. f. 3. 1810. p. 61.

P. *rubens.* Act. Holm. 1810. p. 58. T. 2. f. 1.

P. *discolor.* Act. Holmens. 1810. p. 59. T. 2. f. 2.

P. *pupillata.* Act. Holm. 1810. p. 60. T. 2. f. 4.

P. *papillosa.* Act. Holm. 1810. p. 61. T. 2. f. 5.

P. *marmorata.* Act. Stockh. 1810. p. 63. T. 2. f. 7.

P. *serrata* et *spinulosa.* Act. Holm. 1810. pag. 64. T. 2. f. 8. 9.

P. *obliqua* ibidem 1810. p. 65. T. 2. f. 10.

5. PHYMATEUS.

P. *morbillosus:* hemelytris fuscis, albo-punctatis. *

Gryllus morbillosus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 50.

Habitat in Campis capitis bonae spei vulgaris.

Caput inter oculos obtuse conicum.

Thorax deflexus, supra planus, subquadratus, tuberculatus.

Prope marginem anticum tubercula duo majora, tum in fissura thoracis tubercula quatuor minora.

Abdomen cingulis nigris.

Hemelytra et alae maculatae, subreticulatae.

Femora inermia, nigro-maculata.

Pedum genicula et tarsi nigri.

Var. α. Tota rufa.

β. viridis capite pedibusque flavis.

γ. rufa hemelytris basique alarum violaceis.

P. *miliaris:* hemelytris punctis albis callosis. *
Gryllus miliaris. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 50.

P. *scabiosus:* hemelytris flavo-punctatis. †
Gryllus scabiosus. *Fabric.* Entom. System. 2. pag. 51.

P. *leprosus:* hemelytris coeruleo flavoque variis; alis flavis nigro-punctatis. †
Gryllus leprosus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. pag. 51.

P. *cinctus:* hemelytris obscuris; alis rufis, nigro-maculatis. †
Gryllus cinctus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 50.

P. *punctatus:* hemelytris atris, flavo-punctatis; alis atris. †
Gryllus punctatus. *Fabric.* Ent. Syst. 2. pag. 51.

6. DICTYOPHORUS.

D. *spumans:* fuscus thoracis marginibus, tibiisque dimidiis rufis. *
Gryllus spumans. Nov. Insect. Spec. P. 5. p. 104. fig. 112. Dissert. Academ. vol. 3. p. 223. Tab. II. f. 21.

D. *papillosus:* fuscus thoracis tuberculis rufo-flavescentibus; hemelytris flavo-striatis. *
Habitat in Capite bonae spei.
Antennae et totum corpus nigrum, varie pictum.

Caput gibbum, obtuse acuminatum, tuberculatum.

Thorax convexus, carinatus, postice subexcisus, tuberculatus. Carina exigua, tri-articulata. Tubercula majora supra, rubra; subtus minora, sparsa, plurima, flavescentia.

Alae incompletae visae, flavo-striatae.

Abdominis segmenta margine rubra.

Femora nigra, rufo-lineata, inermia.

Var. α. major, magnitudine D. spumantis.

β. plus duplo minor.

D. *reticulatus*: thorace laevi carinato, nigro-maculato; hemelytris viridibus, medio sanguineis. *

Habitat in America occidentali.

Magnitudine D. *spumantis*, totus niger, varie pictus.

Caput flavo-lineatum et maculatum.

Thorax laevis e quatuor segmentis, medio carinatus longitudinaliter, lateribus lobo postico carinato, punctato-rugosus, postice parum productus, apice exciso.

Hemelytra abdomine fere duplo breviora, oblonga, obtusa, obscure virescentia, medio sanguinea maculis sparsis frequentibus atris.

Abdominis segmenta margine flavescentia.

Femora inermia, flavescentia, nigro-maculata. Genicula et tarsi nigri.

7. PAMPHAGUS.

P. *serratus:* thoracis crista crenata; hemelytris unicoloribus. *

Gryllus serratus. *Fabric.* Entomol. System. 2. pag. 48.

Habitat in India Orientali.

Magnitudine digitali totus flavo - virescens.

Antennae lineari - setaceae, depressae.

Capitis acumen obtusum, planum.

Thorax quadriarticulatus margine infimo, costa laterali et crista alte elevata convexa serrulato - crenatis.

Hemelytra abdominis longitudine, deflexa.

Femora tenuissime spinulosa.

P. *lateralis:* tharacis crista crenata viridis: linea a capite ad medium hemelytrorum flava. *

Habitat in Indiis.

Simillima P. *serrato*, sed quadruplo fere minor, tota viridis linea a capite per thoracis latera, pone cristae apicem connivens et per hemelytrorum dorsum ultra medium continuata, sensim attenuata.

Hemelytra deflexa, abdomine longiora.

Femora tenuissime serrulata.

P. *canescens:* thoracis crista integra: linea laterali fusca; hemelytris fusco - cinereis; femoribus serratis. *

Gryllus canescens. Novae Insect. Spec. 5. p. 105. fig. 113.
Dissert. Acad. 3. p. 224. T. II. fig. 20.

P. *serripes:* thoracis crista convexa, lacunosa; hemelytris fusco-cinereis; femoribus spinosis. *

Gryllus serripes. *Fabric.* Entom. Syst. 2. pag. 48.

Habitat in Capite bonae spei.

Subcylindricus, digitalis, cinereus.

Antennae lineares, depressae, attenuatae, cinereae.

Thorax cinereo-albus linea pectorali cristaque albida, striata.

Crista valde acuta, convexa, postice undulata, foveis utrinque lateralibus impressis.

Hemelytra alaeque aequales, abdomine longiores, obtusae, convoluto-deflexae, fusco-cinereae. Alae fuscae immaculatae.

Femora spinis validis margine superiori armata, cinereo-fuscoque irrorata.

P. *fuscus:* thoracis crista medio fracta; hemelytris fuscis; femoribus suberratis. *

Magnitudine vix. G. *striduli,* totus fuscus seu niger.

Antennae subtrigonae, ensatae.

Linea albida a capite ad medium thoracis, uti et ipsa carina cristae et fovea capitis.

Crista elevata, convexa, crenata, in medio excisa.

Hemelytra scabra marginibus, seu tenuissime serrulata, fusca, cinereo-irrorata.

P. *Elephas:* thorace cristato, lacunoso-apterus; femoribus spinosis. *

Gryllus Elephas. *Fabric.* Entomol. Syst. 2. p. 46.

Apterus, crassus, scaber, cinereus, fusco-maculatus, digitalis.

Antennae uti in P. *serripede.*

Thorax postice fusco-striatus, lateribus maculis duabus atris: puncto albo.

Crista alte elevata, convexa, scabra, lateribus fovea triplici profunda.

Abdominis segmenta margine nigra, scabra cum ordine duplici spinularum et duplici ordine ocellorum nigrorum: pupilla alba.

Femora postica valde supra spinosa.

Tibiae angulatae, valide spinosae, fuscae.

P. *virens:* thoracis crista integra, apterus, viridis, fusco-punctatus; femoribus inermibus. *

P. *Elephanti* crassior et longior, totus viridis punctis minutis sparsis frequentibus atris.

Thoracis crista convexa, integra, lacunis tribus exiguis.

Abdomen laeve, saturatius viride.
Rudimenta alarum margine flava.
Femora postica laevia absque spinis.

P. *gallinaceus:* thoracis crista cymbiformi hemelytrisque fuscis immaculatis; femoribus serratis. †
Gryllus gallinaceus. *Fabric.* Entom. System. 2. pag. 48.

P. *reticulatus:* thoracis crista cymbiformi; hemelytris flavo - reticulatis. †
Gryllus reticulatus. *Fabric.* Entom. system. 2. p. 47.

P. *turcicus:* thoracis crista cymbiformi; hemelytris basi fasciaque fuscis; alis basi atris. †
Gryllus turcicus. *Fabric.* Entomol. System. 2. p. 49.

8. TRUXALIS.

T. *cinereus:* immaculatus, cinereus. *
Magnitudine T. *nasuti*, totus cinereus, coloris lignei, laevis, obscurus, immaculatus.
Thorax supra tri - costatus.
Alae aqueo - hyalinae.

T. *unicolor:* viridis, immaculatus; abdomine pallido. *
Duplo major et longior T. *nasuto*, cui valde similis, totus viridis abdomine pallidiore.
Caput lineis quatuor rufescentibus obsoletis.

Thorax immaculatus, costato - angulatus.
Alae virescenti - hyalinae.

T. *brevicornis:* viridis, immaculatus; thorace convexo, utrinque cum capite crenato; alis hyalinis. *
Truxalis brevicornis. *Fabric.* Entom. Syst. 2. pag. 27.
Habitat in India Orientali et occidentali.
Vix pollicaris, tota viridis, immaculata.
Thorax convexus, minime costatus, latere utroque linea crenata per caput et thoracem.
Antennae depressae, lineares.
Hemelytra abdomine sesqui - longiora, alis hyalinis.

T. *nasutus:* viridis thorace linea rubra; antennis, abdomine pedibusque cinereis. *
Truxalis nasutus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. pag. 26.
Habitat in India Orientali, Africa australi, China, Barthelemi.
Mediocris magnitudinis, sesqui-pollicaris, abdomine antennis pedibusque rufo-testaceis; capite, thorace hemelytrisque viridibus; linea laterali rufa capitis thoracisque.
Thorax supra tri-costatus.
Alae hyalinae.
Ensis fusca, brevissima, vix unguicularis.

T. *testaceus:* testaceus capitis linea sesquialtera, thoracis duplici rufa; hemelytris linea fusca, obsoleta.*

E majoribus, digitalis, tota testacea seu cinereo virescens.

Antennae rufescentes, trigonae, porrectae.

Caput linea rufa, sesquialtera.

Thorax supra tricostatus linea duplici et marginibus infimis rubris.

Hemelytra linea obsoleta, fusca, a basi ad medium.

Abdomen supra rufescens.

T. *crenulatus:* viridis alis basi rufis; linea capitis thóracisque crenata. *

Truxalis crenulatus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 28.

Variat magnitudine, semi-pollicaris usque pollicaris, totus viridis alis solis hyalinis basique sanguineis.

Thorax convexus costa obsoleta; in latere utroque a capite ad basin thoracis linea crenata.

Antennae depressae, lineares.

T. *marginellus:* viridis linea thoracis hemelytrorumque rufescente; alis sanguineis. *

Magnitudine T. *brevicornis*, cui similis.

Totus viridis linea per dorsum thoracis et hemelytrorum rufa, obsoleta et alis totis laete sanguineis.

Capitis latera et thoracis margo crenatus.

Hemelytra alis longiora.

Tibiae saturatius virides.

Antennae depressae, lineares.

T. *scaber:* cinereus hemelytris fusco-irroratis; alis hyalinis. *

Magnitudine T. *brevicornis,* totus cinereus: hemelytris pallidioribus, fusco tenuissime irroratis et alis hyalinis.

Antennae depressae, lineares, brevissimae.

Capitis linea et thoracis margo crenati.

T. *lineatus:* viridis antennis, lineis thoracis, pedibus lineaque hemelytrorum rufescentes. *

Truxalis nasutus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 27. *Roesel.* Ins. Vol. 2. tab. 4.

Habitat in Marocco.

Inter maximos, digitalis, totus virescens abdomine pallido.

Antennae ensatae, trigonae, rufescentes.

Thoracis latera rufo-lineata uti et caput cum margine infimo rufo.

Hemelytra lanceolata; linea rufescens prope marginem superiorem.

Alae hyalino-virentes.

T. *bicolor:* viridis antennis, thoracis lineis quatuor hemelytrorumque dorso rufescentibus. *

Inter mediocres, sesquipollicaris, virescens: antennis, lineis thoracis, dorso hemelytrorum, abdomine pedibusque testaceo-rufescentibus.

Thoracis margo infimus et latera rufa, cum adjecta duplici dorsali linea atra, tribusque costis elevatis.

Hemelytra inferne viridia, superne rufescentia.

T. *annulatus:* cinereus hemelytris linea fusca, albae adjecta; femoribus tibiisque albo-annulatis. *

Habitat in Barbaria juxta Algier.

Inter mediocres totus cinereus.

Caput tri-carinatum: latere utroque macula alba.

Thorax fuscus lineis duabus atris, tri-costatus lineis lateralibus albis, superiori obsoleta.

Hemelytra marginibus cinerea; in medio linea fusca, latior et alba tenuior, nec basin, nec apicem attingentes. A medio ad apicem puncta fusca sparsa.

Abdomen lateribus albo-nitens.

Femora postica et tibiae prope genu annulo albo cincta.

T. *nebulosus:* cinereus thorace lineis quatuor atris; hemelytris linea fusca, postice punctata; alis basi rubris, fusco-nebulosis. *

E maximis, digitalis, cinereus.

Antennae ensatae, trigonae, fuscae.

Caput lineis sex vel pluribus nigris.

Thorax costato - angulatus: lineis quatuor nigris.

Hemelytra in medio linea nigra denticulata, postice terminata maculis nigris sensim minoribus.

Alae fasciolis undatis atris nebulosae, basi sanguineae.

Var. *α*. linea hemelytrorum fusca, albae adjecta.

β. linea hemelytrorum fusca, in medio alba divisa.

γ. linea hemelytrorum fusca, albae adjecta, viridi subjecta.

δ. linea hemelytrorum fusca, interrupta.

T. *bilineatus:* viridis capite, thorace hemelytrisque lineis duabus rufis; hemelytris linea fusca, albae adjecta. *

Inter majores, digitalis, viridis, rufo - lineatus.

Antennae ensatae, trigonae, porrectae, rufae.

Caput convexum, laeve, utrinque linea et margine infimo rufis.

Thorax costato - septem - angulatus: costa dorsali, lineis duabus latis et margine infimo rufis.

Hemelytra laete viridia: intra margines linea rufa, inferior ad medium extensa, superior apicem non attingens. In medio linea nigra, postice abrupta et abbreviata cum adjacente alba multo breviori.

Abdomen supra rubrum, elytris brevius.
Femora supra rufescentia.

T. *interruptus:* cinereus thorace lineis duabus; hemelytris viridibus: linea duplici rufescente lineaque punctorum alborum. *

Mediae magnitudinis totus cinereus, pallidus.
Caput diaphanum, costato-angulatum, lateribus linea viridi.
Thorax supra tricostatus, viridis linea nigra prope costas marginales.
Hemelytra alis paulo longiora, apice hyalina, viridia: linea intra marginem superiorem rufescens, ante apicem terminat, et alia tenuior, brevissima intra marginem inferiorem; in medio color saturatius viridis serie punctorum oblongorum alborum, lineam abruptam formantium.
Alae hyalinae, immaculatae.

T. *serratus:* cinereus capite, thoraceque nigrolineatis; hemelytris linea nigra undulata. *

Mediae magnitudinis, totus cinereus, maculatus.
Caput convexum lineis circiter septem fuscis.
Thorax costato-angulatus, medio depressus, postice acutus lineis dorsalibus duabus fuscis.

Hemelytra abdomine longiora linea in medio nigra, undulata seu margine inferiori obtuse serrata, apicem non attingente.

T. *dentatus:* viridis capite lineis quatuor, thorace, duabus elytrisque unica undata rufescentibus. *

Habitat in India orientali.

Mediae magnitudinis, virescens pedibus magis cinereus.

Caput convexum lineis duabus lateralibus, totidemque subtus rufescentibus.

Thorax costato-angulatus, postice valde acutus, medio concavus: lineis duabus lateralibus marginibusque rufis.

Hemelytra saturate viridia: a costa ad medium linea attenuata rufa; in medio linea nigra, albae adjecta, undulata, ad medium hemelytri protensa.

Alae hyalinae, immaculatae.

T. *sanguineus:* fuscus alis sanguineis. *

Magnitudine G. *striduli,* totus fusco-ferrugineus.

Thorax convexus, scabridus.

Hemelytra linearia, basi excisa, apice acuto oblique truncata; in medio fasciola obliqua ex punctis quatuor minutissimis albis.

Alae totae sanguineae, immaculatae.

9. ACHETA.

A. *Gryllotalpa:* pedibus anticis dilatatis, palmatis.
Acheta Gryllotalpa. *Fabric.* Ent. Syst. 2. p. 28.

A. *domestica:* glauca, immaculata. *
Acheta domestica. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 29.
Necatur optime intra rimas murorum affusa aqua ferventi.

A. *campestris:* nigra, immaculata. *
Acheta campestris. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 31.

A. *capensis:* nigra hemelytris fuscis: basi flava. *
Acheta capensis. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 31.

A. *monstrosa:* cinerea hemelytris alisque spiraliter convolutis. *
Acheta monstrosa. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 29.

A. *Morio:* atra alis albis, apice nigris. *
Acheta Morio. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 31.

Praeter plures, quas recensent et *Linné* et *Fabricius*, aliique.

10. CONOCEPHALUS.

C. *subulatus:* verticis acumine acuto, supra sulcato, subtus calloso; hemelytris viridibus aequalibus. *
Paulo major C. *triopede*, tota viridis capite, thorace pedibusque cinerascentibus, pallidioribus.

Acumen capitis lanceolatum, parum erectum, porrectum, acutum, supra sulcatum, sub apice callosum callo convexo.

Hemelytra alas aequantia et tegentia, viridia.

C. *triops:* verticis acumine obtuso, subtus callo ocellari; hemelytris viridibus aequalibus. *

Locusta triops. *Fabric.* Entomol. Syst. 2. p. 40.

Habitat in Indiis, insula Barthelemi, Marocco.

Digitalis tota viridis thorace capiteque paulo pallidioribus.

Capitis acumen obtusum, subtus sub apice ocello tuberculato minimo.

Hemelytra alarum longitudine, viridia.

C. *lanceolatus:* verticis acumine obtuso, supra sulcato, subtus dentato; hemelytris cinereis aequalibus. *

Locusta lanceolata. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 39.

Habitat in Japonia et Sierra Leona.

Magnitudine C. *triopedis,* totus cinereus linea tantum marginali a capite ad medium hemelytrorum fusca.

Capitis acumen obtusiusculum, supra obsolete sulcatum, subtus dente terminatum.

Hemelytra alas aequantia et tegentia, cinerea.

C. *hemipterus:* verticis acumine obtuso; hemelytris abbreviatis. *

Locusta conocephala. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 39.

Habitat in Africa.

Corpus viridi capite thoraceque linea dorsali fusca.

C. *acuminatus:* verticis acumine subtus acuminato; hemelytris virescentibus aequalibus. *

Locusta acuminata. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 39.

Habitat in Indiis et Europa australi.

Vertex elevatus, obtutus, subtus acuminatus.

Hemelytra viridia, alas aequantia et tegentia.

C. *nasutus:* vertice acuminato cinereus, immaculatus. *

Sesquipollicaris, linearis, angustus, glaber, totus cinereus dorso capitis thoracisque obscuriore; hemelytris pallidioribus, hyalinis, corpore longioribus cum alis aequalibus, similibus.

Vertex productus, obtusus, *thoraxque* simplex, linearis.

C. *albifrons:* vertice obtuso virescens, fusco-maculatus; ense apice serrata. *

Locusta albifrons. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 41.

C. *falx:* vertice obtuso cinereus, fusco-maculatus; ense fusca. *

Locusta falx. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 41.

C. *cinereus:* verticis acumine obtuso; cinereus linea femorum nigra, hemelytris abbreviatis. *

Habitat in Jamaica, communicatus ab Equite *Swartz.*

Magnitudine C. *varii,* totus cinereus.

Acumen verticis obtusum, supra obscurius.

Femora postica notantur versus basin linea fusca.

Hemelytra lanceolata, alis paulo breviora.

Ensis longitudine abdominis, integer.

C. *varius:* verticis acumine acuto; thorace viridi, flavo-lineato; hemelytris viridibus aequalibus. *

Locusta varia. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 42.

Habitat in Germania et Svecia in Kinnekulle.

Vix pollicaris, totus viridis: linea thoracis, margine hemelytrorum superiori, pedibus et antennis flavescentibus.

Mari abdomen fuscum; feminae thorax et pedes magis cinerea.

Ensis longitudine abdominis.

C. *virens:* verticis acumine obsoleto; flavescens hemelytris virescentibus, abbreviatis. *

Magnitudine C. *varii*, cui valde similis.

Corpus totum tenerum, subpellucidum, flavescens linea thoracis viridi et hemelytris pallide virentibus: linea dorsali saturatiore.

Acumen verticis obsoletum, minimum.

Hemelytra breviora alis, corpore duplo longioribus.
Ensis abdomine triplo brevior.

C. *discolor:* verticis acumine obtuso; viridis abdomine fusco; hemelytris cinereis: margine viridi. *

Vix magnitudine C. *varii*, totus viridis abdomine fusco et hemelytris supra cinereis.
Acumen verticis parvum, obtusum.
Hemelytra supra cinerea margine infimo viridi, alas aequantia, in Mare corpore fere duplo longiora, in femina duplo breviora.
Ensis longitudine abdominis.
Antennae fuscae, corpore triplo longiores.

C. *griseus:* verticis acumine obtuso; cinereus lateribus thoracis enseque viridibus; hemelytris abbreviatis.*

Similis C. *cinereo*, sed longior, totus cinereus, pollicaris.
Latera thoracis et ensis viridia.
Hemelytra alis breviora.

C. *bilineatus:* verticis acumine obtuso: angulis rubris; thorace rufo-bilineato; hemelytris viridibus: margine rubro. *

Corpus pollicare, totum viride.
Vertex capitis porrectus, obtusus lateribus rufis.
Thoracis latera linea sanguinea flavae adjecta.

Hemelytrorum margines superiores rufescentes.
Ensis longitudine corporis.

C. *inflatus:* verticis acumine acuto, sulcato; viridis hemelytris inflatis aequalibus. *

Antennae flavo nigroque annulatae.

Acumen capitis acutum, sulcatum, breve.

Thorax convexus, trisectus.

Corpus totum viride.

Hemelytra foliacea, lata facie aliena, alas aequantia, inflata, viridia ocello duplici minimo infra basin, nervosa, folium mentientia, corpore longiora.

Ensis apice nigra.

C. *armatus:* verticis acumine obsoleto; thorace dentato-angulato: lineolis nigris; hemelytris viridibus aequalibus. *

Caput obtusissimum.

Thorax rhombeus, angulato-dentatus, marginatus, latere utroque papilloso-scaber, medio depressus, trisectus, lineis duabus atris.

Hemelytra alas tegentia, viridia nervis elevatis punctisque plurimis impressis.

Ensis basi flavescens, apice nigra.

Pedes antici inermes, intermedii et postici spinosi.

C. *cornutus:* verticis acumime acuto; thorace scabro, cornuto; hemelytris aequalibus: linea fusca. *

Digitalis totus cinereo-albus, fusco-irroratus, linea nigra a capite ad apicem hemelytrorum.

Acumen capitis acutum, bisulcum, breve.

Thorax scaber, trisectus, medio depressus, antice spinis duabus minimis, postice cornu majori, rugosus, cinereus linea laterali nigra.

Hemelytra grisea, nervosa, linea lata nigra in medio praeter puncta minima lineolasque nigras sparsas.

Abdomen dorso nigrum.

Ensis nigra, basi rufescens.

C. *spinigerus:* verticis acumine obsoleto; thorace marginato; pedibus omnibus spinosis. *

Caput crassum, obtusissimum.

Thorax quadratus, convexus margine omni elevato.

Elytra cinerea, reticulata interstitiis atris, alis breviora.

Femora omnia scabra et spinosa.

Thoracis structura in hac specie diversa.

C. *trifidus:* verticis acumine obtuso; thorace rhombeo lobato; hemelytris cinereis, aequalibus. *

Acumen verticis obtusum, breve.

Thorax denticulato-rhombeus, transversaliter bisulcatus.

Hemelytra alas aequantia et tegentia.
Ensis longitudine abdominis.
Femora postica subtus valde spinosa.

C. *tricornis:* verticis acumine multisulcato; thorace rugoso; hemelytris atris, cinereo-reticulatis. *
Habitat in Insula Barthelemi.
Antennae corpore triplo longiores.
Corpus totum cinereum, vix pollicare.
Thorax tri-articulatus, convexus, rugosus.
Acumen capitis acutum, parvum, cum duobus lateralibus adjunctis.
Hemelytra reticulata interstitiis nigris.
Femora inermia.

C. *triceps:* verticis acumine minimo; cinereus ense nigra: linea flava; hemelytris aequalibus. *
Digitalis, totus cinereus.
Ensis sola linea flava notata.
Femora inermia.

C. *viridissimus:* verticis acumine, obtuso; cinereus hemelytris viridibus, aequalibus. *
Locusta viridissima. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 41.

C. *rugosus:* verticis acumine acuto, sulcato, bifido; griseus hemelytris fusco-irroratis, aequalibus. *

Gryllus rugosus. *Linn.* System. Animal. 2. p. 697.
Locusta femorata. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 37.
Digitalis, totus cinereo-albidus atomis nigris frequentibus.
Antennae corpore longiores.
Acumen capitis sulcatum, acutum, bifidum.
Thorax costato-scaber, convexus.
Abdomen fuscum ense breviori.
Hemelytra alis aequantia, cinerea nervis maculisque oblongis nigris.
Alae plicatae, hyalinae fasciis nigris diffractis.
Pedes nigro-punctati.

C. *elongatus:* verticis acumine sulcato; cinereus hemelytris ocellato-maculatis, aequalibus. *
Locusta elongata. *Fabric.* Entomol. Systemat. 2. pag. 37.
Maximus in hoc genere, plus quam digitalis, totus cylindricus, cinereus, hemelytris solis maculatis maculis subocellaribus.
Acumen verticis supra sulcatum.
Thorax tri-articulatus, subquadratus, planiusculus.
Hemelytra alas aequantia, obtusa, cinereo-fusca, vel immaculata, vel maculis ocellaribas obsoletis pupilla albida.
Ensis longitudine abdominis.
Femora inermia tibiis spinosis.
Antennae corpore longiores.

11. LOCUSTA.

L. *vittata:* alis niveis, fusco - fasciatis. *
Locusta vittata. Nova Insect. Svec. P. 5. p. 102. Dissert. Acad. vol. 3. p 221.
Habitat in Carro inter Olyfants rivier et Slang - rivier.

L. *aethiopica:* hemelytris linearibus, alis brevioribus. *
Locusta aethiopica. Nov. Insector. Spec. P. 5. pag. 103. Diss. Acad. vol. 3. p. 222.

L. *crenulata:* thorace crenulato viridis; hemelytris abbreviatis; verticis acumine bifido. *
Magnitudine fere L. *laurifoliae*, tota viridis.
Antennae flavescentes, corpore breviores.
Capitis vertex acuminatus, bifidus.
Thoracis anguli crenulati.
Hemelytra oblonga, angustata, coriacea, folium mentientia, costa media crassa; alis paulo breviora.
Alae aqueae, tenuissimae, fuscae.
Abdomen cinereo - fuscum.
Ensis recurva, brevissima, vix unguicularis.

L. *longipes:* cinerea thorace laevi; capite obtuso. *
Larvam tantum incompletam vidi, totam cineream.
Caput obtusissimum absque acumine.
Thoracis anguli laeves.

L. *laurifolia:* viridis thorace laevi; hemelytris abbreviatis: fronte obtusa. *

Locusta laurifolia. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 34.

Locusta verrucivora duplo major, tota viridis, glabra.

Caput obtusum, prominens puncto inter antennas impresso.

Antennae corpore longiores, hemelytris breviores, setaceae, fuscae, basi virescentes.

Thorax supra planus, laevis, postice rotundatus, antice truncatus, medio costa obsoleta, punctatus; anguli obtusi, integri, flavescentes. Latera deflexa, marginata, punctata.

Hemelytra deflexa, nervosa, folium mentientia, oblonga, obtusa, abdomine duplo longiora.

Alae plicatae, acutae, excisae, hemelytris, paulo longiores.

Abdomen basi virescens, apice rufescens, crassiusculum.

Ensis abdomine triplo brevior, sursum flexa, basi virescens, apice rufescens.

L. *myrtifolia:* viridis thorace laevi; hemelytris abbreviatis; vertice capitis producto, sulcato.

Locusta myrtifolia. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 34.

Antennae fuscae, corpore breviores.

Capitis vertex acuminatus apice obtuso, sulcato.

Thoracis anguli integri, pallidiores.

Hemelytra lanceolata, obtusissima, alis ensiformibus paulo breviora, laevia nervo laterali exstanti.

Ensis brevissima, vix unguicularis, lata, arcuata.

Obs. Duplo minor L. *laurifolia*, cui similis, et tota viridis.

L. *japonica:* thorace laevi; verticis acumine bifido; viridis linea dorsali flava; hemelytris abbreviatis. *

Habitat in Japonia.

Magnitudine fere L. *laurifoliae*, tota viridis linea flava dorsali, ab acumine verticis usque ad apicem hemelytrorum continuata.

Acumen capitis parvum, acutum, bifidum.

Thorax omnino laevis.

Hemelytra lanceolata, obtusa, alis breviora, antice costa media, postice striata.

Ensis valde recurva, abdomine brevior.

Alae lanceolatae.

L. *scalaris:* thorace plano, quadrato, laevi; hemelytris griseo-albis: linea vittata, fusca. *

Magnitudine C. *viridissimi*, tota fusca, albo-irrorata.

Thorax supra planus, quadratus, laevis angulis integris, lateribus linea lata, nigra.

Hemelytra albido-grisea; infra basin versus marginem exteriorem puncta duo, majora, atra, et interdum si-

mul duo, atra, minora; in medio linea fusca, extus dentata, dentibus maculas albas includentibus; margo interior cinereus, nigro-striatus et irroratus.

Alae hyalinae, reticulatae, paulo longiores.

L. *verrucivora*: thorace tricostato, laevi; hemelytris maculis atris, aequalibus. *

Locusta verrucivora. *Fabric.* Ent. Syst. 2. pag. 42.

Var. α. hemelytris viridibus: maculis quadratis nigris.

β. hemelytris viridibus, basi parum maculatis.

γ. hemelytris cinereis: maculis quadratis atris.

L. *marginata:* thorace tri-costato, laevi; hemelytris aequalibus, margine viridibus. *

Locusta verrucivora plus duplo minor, tota fusca margine hemelytrorum extimo et interno viridibus.

Antennae corpore breviores.

Caput obtusissimum.

Thorax oblongo-quadratus, laevis, medio costatus.

Hemelytra alas aequantia marginibus viridibus imprimis versus basin.

Femorum linea atra.

Ensis abdomine vix brevior, apice atra.

L. *striata:* thorace tri-costato laevi; fusca hemelytris albo-striatis. *

Magnitudine fere G. *striduli*, tota fusca.

Caput obtusissimum.

Thorax oblongo-quadratus costa media et angulis laevibus.

Hemelytra alas aequantia, fusca striis variis albis variegata, abdomine longiora.

Ensis abdomine parum brevior, basi pallida, arcuata, acuta, compressa.

Femora postica griseo nigroque variegata: linea fusca.

L. *brachyptera:* thorace tricostato, laevi; fusca elytris alisque corpore brevioribus. *

Locusta brachyptera. *Fabric.* Entom. System. 2. pag. 43.

Semipollicaris, tota fusca.

Antennae longitudine corporis.

Caput obtusissimum.

Thorax oblongo-quadratus costa media angulisque laevibus.

Hemelytra fusco-virescentia, obtusa, abdomine breviora.

Femora postica cinerea linea atra.

L. *armadillo:* thorace antice depresso, postice tri-costato; corpore nigro, aptero. *

Corpus crassum, totum nigrum, glabrum, apterum, bipollicare.

Thorax oblongo-quadratus, utrinque truncatus, antice depresso-concavus, postice tri-costatus.

Abdominis dorsum serie duplici callorum.

L. *spinulosa:* thorace spinoso aptera; corpore nigro albo-maculato. *

Locusta spinulosa. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 44.

L. *pupa:* thorace spinis ciliato; abdomine tuberculato: spinoso; corpore aptero. *

Locusta pupa. *Fabric.* Ent. Syst. 2. pag. 43.

L. *ephippigera:* thorace postice elevato; hemelytris brevissimis fornicatis. *

Locusta ephippigera. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 44.

L. *Laxmanni:* thorace postice marginato, dentato; ense recurvo apice reflexo; femina aptera.

Locusta Laxmanni. *Fabric.* Entom. Syst. 2. pag. 45.

L. *grisea:* thorace laevi cinerea, subaptera. *

Habitat in Svecia provinciis meridionalibus.

Magnitudine circiter *brachypteri*, tota cinerea, glabra.

Thorax laevis, planus.

Alter sexus omnino apterus, in altero hemelytra brevissima.

Pedes postici elongati, corpore triplo longiores:

Ad hoc genus referri quoque debent, L. *fenestrata, camellifolia*, *oleifolia*, *thymifolia*, *graminifolia*, *lilifolia, perspicillata*, et plures aliae.

Spinulosa, *Pupa*, *Ephippigera* novum forsan Genus constituent.

12. PTEROPUS.

P. *siccifolius.* *Roesel.* Vol. 2. tab. 17. fig. 4. 5.
Mantis siccifolia. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 18.

13. PHYLLOPHORA.

P. *citrifolia:* thorace quadrato - subheptagono, postice truncato. *

Locusta citrifolia. *Fabric.* Entomol. System. 2. p. 33.

P. *speciosa:* thorace oblongo, quinque-angulari, postice acuminato. *

Antennae capillares, setaceae, corpore longiores.

Oculi prominuli.

Thorax quinque - angularis; antice truncatus, parum prominulus, planus; postice declivis, planus, acuminatus, scutelliformis apice acuto, lateribus papilloso - crenulatis, in medio spina utrinque exstanti.

Hemelytra, oblonga, nervo longitudinali exstantiori et venis lateralibus, minoribus, ramosis, folio laurino similibus, deflexis, viridibus, corpore longioribus.

Alae angustiores, lanceolatae, subaequales, virides, immaculatae.

Animalculum totum tri - pollicare, flavo - virescens.

14. MANTIS.

M. *religiosa:* thorace integro cinerea; hemelytris viridibus, hyalino - reticulatis. *

Sesquipollicaris, tota cinerea, elytris solis viridibus.

Thorax integer, laevis.

Hemelytra ensiformia, obtusiuscula, hyalino - virescentia, reticulata, immaculata.

M. *oratoria:* thorace integro cinerea; elytris viridibus nervosis: costa pallidiori. *

Mantis oratoria. *Fabric.* Entomol. Syst. 2. p. 20.

Cinerea corpore pollicari, abdomine postice dilatato, biseto, acuto.

Thorax integer.

Hemelytra abdomine subbreviora, viridia, immaculata, nervosa, costa exstanti pallidiori.

Pedes postici cinereo - virescentes.

M. *maroccana:* thorace integro viridis; thoracis hemelytrorumque lateribus flavis. *

Habitat in Marocco.

Tota viridis, linearis, tri - pollicaris.

Thorax trigonus angulis integris, dilute viridis lateribus marginatis flavescentibus.

Hemelytra viridia, nervosa, tenuissime reticulata, viridia, immaculata, lateribus flavescentibus.

M. *pulcra:* thorace integro, hemelytrisque viridibus; alis rufis. *

Mantis pulcra. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 24.

Habitat in India orientali.

Alae plicatae, aequales, extus rufae, medio flavescentes, apice fusco-rufescentes, longitudine abdominis.

Tota corpore et pedibus pallida, pollicaris.

M. *reticulata:* thorace integro cinerea; hemelytris hyalinis, reticulatis; pedibus scabris. *

Habitat in Insula Barthelemi.

Facies Libellulae oculis pellucidis.

Tota cinereo-fusca, linearis, sesqui-pollicaris.

Thorax convexus margine dilatato, integro, unguicularis.

Hemelytra et alae reticulatae venis fuscis, lanceolatae, obtusae, aequales, abdomine longiores.

Pedes antici extus papilloso-scabri, serrati.

M. *nebulosa:* thorace integro cinerea; hemelytris alisque fusco-maculatis. *

Inter minores numaranda, tota cinerea, tri-pollicaris.

Thorax convexus, trigonus, integer.

Hemelytra lanceolata; extra costam minime dilatata, pallida: hyalino-cinerea, reticulata maculis plurimis fuscis prope costam, abdomine longiora.

Alae aequales, plicatae, venis fuscis reticulatae et maculis plurimis fuscis in margine antico notatae.

M. *marginella:* thorace integro, fusco: margine pallido; hemelytris aqueis: margine baseos flavo. *

Minores inter, vix pollicaris, cinereo-fusca.

Thorax integer, fuscus lateribus pallidioribus.

Hemelytra juxta basin margine extra costam flavescentia; ceterum uti et alae cinerea, fusco-reticulata, lancea, obtusa, abdomine vix longiora.

M. *sacra:* thorace crenato cinerascens; hemelytris viridibus, nervosis: basi costa margineque pallidis. *

Habitat in Capite bonae spei.

Ex viridi pallide cinerascens, quadri-pollicaris seu ex maximis, magnitudine omnino M. *precariae.*

Thorax trigonus, antice crenulatus, postice integer, albido-cinerascens.

Hemelytra viridia, oblonga: basi, margine costaque pallidis, immaculata, nervosa, corpore longiora.

Alae aequales, hyalinae, apice virides.

Pedes virescentes: macula magna ocellari in basi pedum anteriorum.

Differt a M. *sancta* magnitudine et macula femorum.

M. *guttata:* thorace crenato cinerea; hemelytris viridibus: gutta oblonga. *

Mantis simulacrum? *Fabric.* Entom. Syst. 2. pag. 21.

E majoribus hujus generis, tripollicaris vel ultra.

Corpus cinereum.

Thorax trigonus, antice valde dilatatus et latior, quam in plerisque, crenulatus, vix semi-pollicaris.

Hemelytra viridia, nervosa, immaculata praeter guttam oblongam, albidam juxta costam elevatam, abdomine longiora.

Alae aequales.

M. *precaria:* thorace crenato cinerea; hemelytris viridibus: macula disci ocellata. *

Mantis precaria. *Fabric.* Entom. Syst. 2. pag. 20.

Majores inter, tota cinerea, quadripollicaris.

Thorax trigonus, crenatus, sesquipollicaris.

Hemelytra viridi-flavescentia, nervosa, ovata, extus dilatato-rotundata, in medio disco intra costam elevatam macula majuscula ocellata, longitudine abdominis.

Alae aequales, plicatae, hyalinae, maculis flavescentibus abrupte fasciatae.

Tibiae anticae macula fusca notata.

M. *maculata:* thorace crenato cinerea tota. *

Habitat in Japonia.

Tota linearis, cinero - fusca, bipollicaris.

Thorax trigonus, crenulatus lateribus antice fuscis.

Hemelytra abdomine paulo longiora, fusco - cinerea seu punctis obsoletis fuscis maculata, reticulata.

M. *fenestrata:* thorace crenato cinerea; hemelytris hyalinis: margine fusco. *

Mantis fenestrata. *Fabric.* Entomol. System. 2. pag. 22.

Tripollicaris, sublinearis, tota cinerea, immaculata, excepto margine externo hemelytrorum et alarum.

Thorax linearis, trigonus, tenuissime crenulatus, pollicaris.

Hemelytra lancea, obtusa, hyalina, reticulata, margine exteriori fusca, corporis longitudine.

Alae aequales, similes, plicatae, latissimae.

M. *fuliginosa:* thorace crenato fusca, nigro - fasciata *

Non nisi larvam vidi, speciei certe diversae.

Pollicaris; tota fusca, nigro - irrorata, pedibus imprimis atro-fasciatis, vix pollicaris.

Thorax crenatus.

Abdomen ovatum.

M. *marginata:* thorace crenato cinerea; hemelytrorum margine exteriori flavo. *

Habitat in India orientali.

Linearis, palmaris, tota cinerea.

Thorax trigonus, crenatus.

Hemelytra lanceolata, acuta, cinerea margine extra costam flavo, abdomine longiora.

Alae aequales, acutae, basi fuscae.

M. *signata:* thorace crenato cinerea; alis margine maculatis. *

Magnitudine, statura et similitudo M. *nebulosae,* tota cinerea, tripollicaris.

Thorax crenatus, trigonus, subpollicaris.

Hemelytra cinereo-flavescentia, immaculata, exteriori margine saturatius colorata, interiori hyalina, lanceolato-oblonga, abdomine paulo longiora.

Alae aequales, plicatae, hyalinae margine exteriori flavescente; maculis quatuor vel quinque fuscis.

M. *fasciata:* thorace crenato cinerea; hemelytris fasciatis. *

Pulcherrimas inter mantis haec, non nisi spiritu vini con-

servata mihi occurrit, sic ut de coloribus nil omnino certi affirmari possit.

Mediocris magnitudinis, bipollicaris.

Thorax crenatus, tertiam corporis partem constituens.

Hemelytra abdomine breviora, fasciis circiter tribus coloratis notata, 1) intra apicem tenuis; 2) supra hanc latior, striata; 3) in medio, tenuis.

Abdomen ovatum, postice dilatatum.

M. *ocellata:* thorace crenato cinerea; alis apice atris: ocello caeco. *

Tota cinerea, tripollicaris, linearis.

Thorax crenatus, trigonus, subpollicaris.

Hemelytra basi, ante medium et intra apicem macula fusca.

Alae basi hyalinae, apice nigrae macula intra apicem cinerea, transversa.

61.

15. MANTISPA.

M. *pagana*: alis hyalinis: macula fusca. *

Mantis pagana. *Fabric.* Entom. Syst. 2. pag. 24.

M. *fausta:* cinereo - fusca, immaculata. *

Mantis fausta. Nov. Ins. Spec. P. 3. p. 63. *Fabric.* Entomol. System. 2. p. 24.

16. GONGYLUS.

G. *pennatus*: antennis pectinatis; femoribus anticis spina terminatis. *

Mantis flabellicornis et pectinicornis. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 16. et 18.

Antennae pectinatae utrinque, basi filiformes, apice setaceae, longitudine dimidia thoracis.

Thorax cinereus, pollicaris, crenatus.

Hemelytra viridia, apice nigro-striata, abdomine longiora.

Pedes cinerei.

G. *gongulodes*: viridis antennis simplicibus; femoribus anticis spina terminatis. *

Mantis gongylodes. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 17.

G. *marginatus*: cinereus hemelytris viridibus: linea marginali saturatiori. *

Antennae setaceae, cornu capitis breviores.

Thorax crenatus et pedes flavescenti-cinerei.

Hemelytra dilute viridia; linea intra marginem externum saturate viridis.

G. *guttulus*: flavescens hemelytris macula alba. *

Totus flavescens elytris saturatioribus et alis hyalinis, quadripollicaris.

Hemelytra ante medium intra marginem externum gutta oblonga pallida ornata, utrinque cincta macula fusca.

Thorax linearis, crenatus.

G. *lobatus:* fronte bifida viridis; hemelytris macula alba subocellata. *

Mantis lobata. *Thunb.* Nov. Spec. Insect. P. 3. pag. 62. fig. 73. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 23.

G. *nasutus:* fronte bifida; thorace spinoso ciliatoque. †

Mantis nasuta. Nov. Spec. Insector. P. 3. p. 62. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 23.

G. *mendicus:* fronte cornuta; thorace marginato, dentato. †

Mantis mendica. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 17.

G. *pauperatus:* fusco-cinereus, apterus. *

Mantis pauperata. Nov. Ins. Spec. 3. p. 61. *Fabric.* Ent. Syst. 2. p. 17.

Tota cinerea, sordida, immaculata.

Antennae lanceolato-setaceae, breves.

17. PHASMA.

P. *grandis:* cinerea, tota laevis. *

Duplo minor P. *giganti*, tota laevis, cinerea, glabra.

Hemelytra vix pollicaria, convexa, medio costata.

Alae plus duplo longiores, abdomine fere duplo breviores.
Abdomen magis latum, quam in P. *giganti.*

P. *gigas:* thorace tereti, scabro; alis fusco-fasciatis. *
Mantis gigas. *Fabric.* Ent. Syst. 2. p. 14.
Maxima omnium in hoc genere et ordine, tota cinerea; corpore subtereti, spithameo, crassitie digiti.
Caput laeve, obsolete striatum.
Thorax teres, papilloso-scaber, pollicaris, crassitie digiti.
Abdomen laeve, cylindricum.
Hemelytra alis triplo breviora, pollicaria.
Alae margine cinereo, crassiori, immaculato; ceterum latissimae, plicatae, cinereae: fasciis latioribus, fuscis; abdomine breviores.

P. *necydaloides:* thorace tereti, scabro; alis hyalinis: maculis quadratis fuscis fasciatis. *
Mantis necydaloides. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 14.
Similis P. *giganti*, sed multo minor et alia.
Caput laeve, obsolete striatum.
Corpus teres, fuscum, palmare, crassitie vix calami.
Thorax teres, scaber, subpollicaris.
Abdomen laeve, alis longius.
Hemelytra cinerea, alis octies breviora, unguicularia.
Alae margine cinereae, immaculatae, opacae; ceterum pli-

catae, latissimae, hyalinae, fasciatae fasciis plurimis e maculis fuscis, subquadratis, concatenatis.

P. *lugens:* thorace tereti scabro; alis nigris: maculis fenestratis; basi rufa. *

Corpus teres, fuscum, palmare, crassitie calami dimidia.

Thorax teres, rarioribus papillis scaber, pollicaris.

Abdomen laeve, alis paulo longius.

Hemelytra brevissima, alis octies breviora.

Alae fuscae margine opaco, basi rufa; ceterum totae fuscae maculis sparsis fenestratis albis.

P. *costata:* thorace scabro, alis fuscis nigro irroratis, hemelytris costato-angulatis. *

Corpus teres, subpalmare, totum fuscum.

Thorax teres, scaber, unguicularis.

Hemelytra alis octies breviora, subrugosa, singularia ob costam elevatam flexuosam exstantem et planitiem supra formantem.

Alae convolutae, fuscae, punctis nigris sparsis irroratae.

P. *atrophica:* thorace bis quadrispinoso margineque crenato. *

Mantis atrophica. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 14.

Ego non nisi larvam vidi

Caput quadratum, convexum, laeve.

Thorax subtrigono-convexus lobo antico brevissimo, supra quadrispinoso; lobo postico dilatato-triangulari, supra antice quadrispinoso; lateribus crenatis; vix pollicaris.

Abdomen attenuatum, convexum, laeve lateribus acutis integris, excepto segmento primo, duplo longiore, lateribus utrinque crenato.

P. *bidentata:* thorace laevi, trigona, viridis; femoribus bidentatis; alis fuscis, albo-maculatis. *

Corpus subtrigonum, laeve, flavescens, palmare, crassitie calami.

Thorax laevis, pollicaris.

Hemelytra lineam longa, fusca maculis plurimis albis.

Femora basi bidentata.

P. *oculata:* aptera, cinerea, convexa; capite cornuto. *

Mantis oculata. *Fabric.* Entomol. Syst. 2. p. 19.

Tota pallida, laevis, glabra, convexa, bipollicaris, vel paulo ultra.

Caput bifidum in cornua duo porrecta acuta, sub quibus oculi.

Thorax, convexus, laevis.

P. *bicornis:* aptera, trigona, cinerea; vertice bispinoso. *

Corpus totum subdepressum, trigono-angulatum, cinereum, scabridum, bipollicare.

Caput scabrum cornubus antice duobus prominulis.

Thorax antice sulcatus, cornubus duobus minutis armatus, lateribus integer.

Pedes inermes.

P. *coronata:* aptera thorace spinoso; capite spinis duabus serratis. *

Totum corpus teres, fuscum, digitale, crassitie calamii scriptorii.

Caput postice bispinosum: spinis compressis, erectis, serratis.

Thorax spinulosus et scaber.

Abdomen antice asperum, postice laevius.

P. *elongata:* aptera thorace laevi; corpore cinereo. *

Corpus teres, laeve, fuscum, palmare, fili crassioris crassitie, immaculatum.

P. *filiformis:* aptera, filiformis, viridis; pedibus inermibus. *

Mantis filiformis. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 12.

Corpus filiforme, laeve, fusco-viride, fili crassioris amplitudine, palmare.

Thorax integer.

Pedes inermes, unguiculati.

P. *labiata:* aptera, teres, viridis; thoracis lateribus flavis.*

Corpus teres, laeve, viride, bipollicare.

Labium argenteum.

Palpi rufi.

Antennae filiformi-setaceae, semipollicares.

Caput planiusculum, postice flavo-bilineatum.

Thorax convexus, lateribus flavus.

Abdomen basi testaceum, apice viride.

Pedes inermes.

P. *inermis:* aptera, laevis, viridis; pedibus inermibus. *

Similis valde P. *labiatae*, sed paulo crassior, tota viridis, nec lateribus capitis et thoracis flava.

Antennae filiformes, attenuatae, unguiculares.

Thorax convexus, laevis.

Pedes inermes.

P. *trigona:* aptera, trigona, viridis; thorace scabro. *

Corpus apterum, viride, trigonum, glabrum, laeve angulis integris, tripollicare.

Pedes omnes virides.

P. *Rossia:* aptera, filiformis, viridis; thorace laevi. *

Mantis Rossia? *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 13.

Habitat in Italia.

Corpus totum filiforme, laeve etiam thorax, glabrum, viride, pollicare, fili crassitie, adeoque e minimis in hoc genere.

18. BLATTA.

descripta invenitur in Act. Stockh. 1810. p. 185. seqq.

B. *ferrugina*, *bicolor* et *tuberculata* ibid. pag. 187. T. 5. fig. A.

B. *guttata*, *scabra* ibid. p. 188.

B. *hirta* et *ciliata* ibid. p. 189. T. 5. fig. B.

praeter numerosas species, quae tam a *Linnaeo* in Systemate Animalium, quam a *Fabricio* in Entomologia Systematica enumerantur et describuntur.

Explicatio Figurarum. Tab. III.

Phyllophora nov. a latere visa.
— — — — dorso inspecta.
Truxalis nebulosus. *α*.
— — — — *γ*.
— — bicolor.
— — annulatus.
— — crenulatus.
Omnes magnitudine naturali.

DE *FETUS CANINI* VELAMENTIS, INPRIMIS DE IPSIUS MEMBRANA *ALLANTOIDE*, OBSERVATIO ANATOMICA, ICONIBUS ILLUSTRATA.

AUCTORE

L. BOJANUS.

Conventui exhibuit die 23 Jun. 1813.

Multum sane operae studiique anatomici omnium temporum viri consumpsere investigandis in rebus, quae ad fetus animalis faciunt structuram atque perpetuam evolutionem. Nec in embryonibus variae aetatis diversissimorumque animalium explorandis assidua unquam defuit diligentia, neque minus ab ulteriore indagine potuit deterrere abstrusior rei natura vel opinionum ad hunc usque diem frequens inter scrutatores dissensio.

Mirum igitur, in tam multiplici observationum serie, canini fetus non tantam ubique habitam esse rationem, quantam et mox ab origine sua longe apertissima, et ad extremum maturitatis terminum usque satis perspicua partium suarum conditio admittere, quin exposcere videbatur.

Etenim quae apud *Eustachium*, *Fabricium* ab *Aquapendente*, *Hallerum*, *Monroum*, *Daubentonium* aliosque occurrunt de canino fetu observata vix tantorum virorum nomine digna. Quodsi vel unicus *Needhamus* rem accuratius quondam fuerit rimatus, plurima tamen et hunc latuere strenuum observatorem, quae ab *Okenio* nostro (cf. *Beiträge zur vergleich. Zoologie, Anat. u. Physiol. herausg. v. Dr. Oken u. Kieser, Bamb. u. Würzb.* 1806. 7.) non ita pridem vel aperte demonstrata, vel ex universis physiologiae principiis collecta gaudemus et quae novis jam observationibus fulciemda, illustranda et amplificanda vel, si forte et huic locus esset, corrigenda demum atque veritati erunt vindicanda.

Tribuunt vero anatomici fetui canino quatuor velamenta: *Amnion*, *chorion*, *allantoidem* et *tunicam erythroidem.*

Amnion intimum agnoscunt et fetui proximum involucrum, liquoris exiguam copiam includens, vasis rubris destitutum, testante *Okenio*, contra quam *Needhamus* opinabatur.

Chorion exteriorem ovi tunicam memorant, vasculosam admodum mediaque regione cingulo quodam circumdatam crassiore, flocculoso, *Daubentonio* sat accurate depicto — *Zonam* nominant et placentae vices ei adscribunt. Quae vero chorii membrana, utrum inclusas partes usquequaque

amiciat, an extremis sit perforata et nudam hoc loco relinquat suppositam sibi allantoidem, *Okenio* recens, neque unquam prius, ventilata est quaestio; non qui ipse ambiguum habeat, chorion ad extrema usque allantoidis continuatum, quod necessarium dicit, sed oculis rem inspexisse negat. Negat etiam se visu percepisse, qua via chorion ab allantoide ad amnion vergat, scilicet ut, similitudinis lege, et hoc obducat.

De *Allantoide* jam in diversa tendunt auctores, plena obscuritatis atque errorum. *Girardus* (cf. *Anat. des anim. domestiques, à Paris* 1807. *T.* 1. *mém. sur le fetus*) allantoidem esse canino fetui plane pernegans, liquorem extra amnion circumfusum chorio adscribit. *Daubentonio* eadem de liquore sententia, diversa de ipsa membrana. Allantoidem enim credit, quae tunica erythroides aliis rectius habetur. *Needhamus*, *Monrous* aliique allantoidem infra chorion inveniri et amnion omni e parte in orbem ambire existimant, ita quidem ut, interstitio inter utrumque involucrum (amnion nimirum et allantoïdem) facto, quod liquore allantoïdes scateat, huic quasi innatet fetus amnio suo velatus. Et hanc membranarum rationem non canino solum, sed equino etiam fetui esse communem. Quod vero assertum *Okenius* fortiter oppugnat, utpote absonum omnique analogiae contrarium, quae vult, allantoidem me-

diam chorion inter et amnion in saccum extendi, apertum solummodo versus urachum, cujusque cavo nulla prorsus cum amnii tunica sit communio. Quodsi nemini hucusque contigerit allantoidis arctiores hos limites animadvertere, urachumque decurrentem intueri, nihilo tamen secius physiologica lege talem fabricam indicari.

Tunicam demum *erythroidem* plurimi describunt vesiculam sub initio liquorem copiosum, serius vero parcissimum continentem, teste *Needhamo,* ceterum vasculosam, e funiculo umbilicali oriundam et extra amnion in duo decurrentem cornua, qualis et *Daubentonio* bene delineatur, sed, neglecta penitus *Needhami* aliorumque opinione, allantoidis sub nomine venit, etiamsi nexum cum uracho et vesica urinaria plane nullum ei esse ingenue confiteatur. *Okenio* haec tunica rectius *vesicula umbilicalis* audit, quam vero, non eodem jure, allantoidis plica, huic scopo peculiari quadam ratione aptata, excipi atque extremis suis eidem membranae filamentorum ope necti dicit, neque tamen cartilaginosa compage, quam *Needhamus* indicaverat.

Haec fere praecipua quae de canini fetus velamentis hucusque innotuere.

In quam opinionum varietatem accuratius quodammodo inquirendum atque inprimis quam maxime intentis ocu-

lis percontandum esse putavi, quae allantoidis sit ratio, quam cavo suo dicunt fetum, amnio inclusum, fovere. Quae si talem omnino se exhiberet partium dispositio, universam evolutionis fetus theoriam funditus everteret. Institutis igitur, omni qua par est industria, numerosis observationibus, quae auctorum hanc litem componant atque paradoxa solvant, quid experientia docuerit, in describendo jam fetu ejusdem circiter aetatis ac *Daubentonio* depingitur (cf. *Histoire naturelle générale et particul. avec la Déscript. du Cabinet du Rói à Paris, T. V. p.* 50.) nude exponam; indicata simul secandi nostra methodo et adjectis iconibus ad rem illustrandam idoneis.

Fetus caninus ex utero matris depromtus cylindrico fere membranarum includitur involucro, sat nitide apud *Daubentonium* depicto.

Tab. IV. Fig. 1. lit. d e f g h. Extrinsecus *Chorion* in conspectum venit, vasis sanguiferis numerosis exstructum, a media regione obortis et utramque finem membranarum circumeuntibus; e quo ipso vasorum decursu abunde jam liquet, chorion quaquaversum internas partes includere.

lit. a b c. Medium chorion transversim amplectitur *zona* sive *placenta*, quartam circiter partem longitudinis velamentorum lata, prominula, vasorum quam densissimo contextu

stipata, floccosa, pressi coloris, fimbriata utrinque, margine viridescente.

Integris etiamnunc omnibus velamentis aliquomodo jam conspicitur *fetus*, in longitudinem porrectus, dimidium circiter spatii tenens, quod intra membranas concessum. Deteguntur circa fetum et alia, neque vero adeo sunt manifesta, ut absque praevia dissectione certi aliquid de singulis statuere possis. Apertissimum tamen est, fluidum copiosum, membranis inclusum, circa embryonem circumagi posse, atque *plicas* quasdam internorum velamentorum, a media zona ad utrumque ovi extremum decurrentes, agitari hac liquoris fluctuatione. Quae inter motum semel observatae membranarum plicae mox etiam quiescentibus distinguuntur partibus. Atque ipsum locum tenent quo, chorion inter et allantoidem, *tunica* extenditur *erythroides*, cujus adeo vestigia ad utrumque finem usque, extremo chorio adhaerentem aliquantulum jam comparent.

Fig. 1. lit. t u.

lit. n o p.

lit. i k.

lit. l m.

Hac igitur plicarum regione, qua distat a zona dimidium circiter pallicem, chorio pauxillum inciso (quin tamen alia laedatur pars) et aëre, per tubulum hiatui immissum, inflato, chorii externa lamina simul cum zona facile attollitur atque ab internis partibus, quibus adhaerebat, secedit, ita ut incisione per longitudinem exterioris hujus membranae, juxta decursum plicarum, facta et per

lit. i k.

transversam zonam continuata, chorion ad extrema usque sua aperiri atque ad latera deinde pelli possit, quo scilicet nudae partes internae conspiciantur, quibus, scissa constringente zona, nullae jam inveniuntur plicae, ut quae explanatae, vinculo quod strangulabat soluto.

Animadvertendum est inter omnem hanc, quam modo descripsi, membranarum explorationem nihil omnino fluidorum, quibus circumdatur fetus, emanare; e quo patet *Daubentonium*, de liquore intra chorion abundante dicentem, profundius vulnerasse membranas, atque quidem, sicuti videbimus, ipsam adeo allantoidem. Ceterum quo minus haec eveniant, et ut rite dispicere possis plicarum rationem atque tunicae erythroidis situm, necessarium est aperiri loco accurate indicato extimam solummodo chorii membranam; quodsi aliter feceris cum hoc velamine facile simul alia lacerabis et, de plicarum natura dubius haerens, tunicam erythroidem allantoide includi male forsitam credes, prouti aliis usu venit observatoribus.

Fig. 2. num. 1. lit. i k. Externa igitur chorii membrana atque zona caute et idoneo, quem dixi, loco apertis, occurrit jam *erythroides tunica* sive *vesicula umbilicalis*, rubida, vasculosa, dimidium circiter pollicem lata. Oritur vero simplici et sat tenui radice e conspicuo nunc funiculo umbilicali, mox volumine crescens inter vasorum, ab ipso funiculo ad zo-

nam decurrentium truncos emergit atque duplici ramo, sat libero et propinquis partibus non nisi per singula, quae transmittuntur, vasa adhaerente, velamentorum extrema adit; quo demum loco filamentis, rarioribus vel frequentioribus, chorio defigitur, neutiquam vero allantoidi, quod cum *Needhamo* docebat *Okenius*. Inflata farciminis instar intumescit, hinc sane *Daubentonio* male allantoides (sive, quod minus ambiguum esset, urinaria) tunica audit. Ceterum fluido fere vacua hoc graviditatis tempore; radix ipsius e parte jam intermortua intra limites umbilicalis funiculi et solutus jam pridem nexus, qui sibi intercedebat cum tubo intestinali fetus; ut quam dissolutionem, valde maturam, serie observationum zootomicarum egregie demonstravit idem *Okenius*.

Examine nostro, ea qua memoravi ratione, in fetu ejusque velamentis instituto, praeter vesiculam umbilicalem jam et *funiculum umbilicalem* conspici posse, intellexi- Fig 2.
mus. Qui vero funiculus, noduli albescentis speciem re- num. 7.
ferens, sat brevi decursu ex abdomine fetus absoluto, *vasa* lit. r r s s.
emittit placentam adeuntia, atque excipit vesiculae umbilicalis radicem et *urachum*; illam apertissimam, hunc dif- num. 1. 6.
ficilius quodammodo exquirendum, neque penitus perspicuum, nisi praevia diligentiore ipsius allantoidis exploratione ea, de qua post paullo dicemus.

Ut autem de illis loquar quae, chorii externa lamina remota, circa vesiculam umbilicalem deteguntur: manifestae
Fig. 2. sunt in omni regionis apertae ambitu *vasorum ramificatio-*
lit. n o p q. *nes;* illico igitur quam maxime dubitandum, sectionem ad allantoidem usque jam penetrasse, utpote omnium observatorum consensu tenuissimam ubique membranam et minime vasculosam. Intelligitur etiam accuratiore indagine, vasa per alteram hanc membranam sparsa *internae* cuidam *chorii* laminae pertinere, quae, contigua externae, amplectitur intimas partes atque, quod ex ulteriore hac descriptione patebit, proxime apponitur allantoidi et amnii particulae. De qua re quo minus dubites, chorii secundum hoc stratum perforari potest, quin fluida, allantoide et amnio contenta, ullum capiant detrimentum. Multa tamen opus est cautione in hac re perpetranda; neque enim summa allantoidis tenuitas levissimam facile fert injuriam, et ipsa chorii haec tunica sequitur anfractus internarum membranarum, quibus agglutinatur. Nihilo tamen minus sedulo inquirenti liquet, secundum hoc velamentum intimas ovi partes quaquaversum ambire; ubi vero ad radicem vesiculae umbilicalis accedit, difficilius intelligitur, utrum hic loci sit perforatum, ut transmittat scilicet ipsam vesiculam, inter utramque chorii laminam excipiendam, an vaginae instar et eam obducat, ita ut duplici chorii in-

volucro gaudeat vesicula, altero proxime per omnes ambages eunte, altero vero laxius per ambitum totius ovi ducto — illo interno chorii strato, hoc externo. Quae donec ulteriore investigatione penitus explorata fuerint atque perspecta, magis arridet ultima opinio.

Memoratis quae de duplici chorii tunica, de vesicula et funiculo umbilicali dicenda videbantur, jam ad exquirendam allantoidem et amnii membranam deflectimus, sub interno chorii strato absque dubio latentem.

Remotis vero externis velamentis, quoniam omnia quae interna tenent magis jam pellucent, ipsum fetum arctissime cinctum conspicies *membranula*, cujus limites, vix Fig. 2.
ultra ambitum corporis embryonis projecti, apertissimi red- num. 8. 9.
duntur, fetu huc et illuc moto. Neque ullam dubitationem habere potes, *membranam* hanc *amnii* esse. Circumfunditur vero amnion copioso liquore, incluso in alia insuper tunica majoris longe circuitus, interno chorii strato contigua, ceterum tenuissima atque ne minima vasorum ramificatione insigni, *allantoide* videlicet.

Hanc igitur allantoidem membranam primo intuitu commune involucrum crederes fetus et amnii. Cui cogitationi, praeter auctoritatem spectatissimorum in re anatomica virorum, accedit et hoc firmamentum, quod positu ovi diversimode mutato, liquor allantoidis omnem fere am-

nii circumfluit orbem atque, pro arbitrio explorantis, nunc in regione capitis fetus, nunc circa posteriores ejus extremitates, vel retro tergum, facile colligi potest. Omni tamen, in instituendo hoc experimento, adhibita oculorum
Fig 2. attentione, observabis circa umbilicalem funiculum spatium
lit. x x. duos circiter pollices longum dimidiumque latum, quod fluctuante liquore allantoidis nunquam alluitur et linea, qua includitur, ellyptica allantoidis membranae limites cir-
num. 2. 3. 4. 5. cumscribit. Neque hic allantoidis terminus, inter liquoris
lit. y z. motum primum observatus, oculos jam fugit, absente etiam omni agitatione. Apertissimus vero fit allantoidis circuitus, si, omni hujus membranae fluido per vulnusculum educto, tunicae cavum aëre inflato expletur. Quo facto intumescens in omni suo ambitu allantoides tunica attollitur circa ellypticam illam regionem, depressiorem utique, quoniam aër inhalatus nequit eam adire. E quibus omnibus colligitur demum, allantoidem canini fetus non prouti in ruminantibus in duo cornua, sed in orbem potius excurrere atque fetum ipsiusque proximum involucrum, amnii membranam nimirum ita complecti, ut exigua solummodo hujus pars nuda evadat, sive, quod idem sonat: allantoidem constituere vesicam majoris ambitus juxta amnii longe minorem sacculum collocatam, in quam vero extrinsecus amnion ita demersum atque absconditum, ut

undique supra illud coëat allantoides exiguo solumodo; et ellyptico quidem, spatio libero ab hoc amplexu, quod circa vesiculam umbilicalem emergentem occurrit. Et hac ipsa libera amnii regione internum chorii stratum ab allantoide ad obducendum amnion deflectit. Quodsi igitur investiges amnion in regione, nemini adhuc tentata, quam media circiter vesicula umbilicalis tenet, remota duplici chorii lamina illico ad ipsum penetrabis; omni vero alio loco primum chorii utrumque stratum, deinde allantoidem invenies, quibus dissectis cavum allantoidis adibis, cujus in adversa parte recurrit sinuata eadem membrana allantoides. Iterum igitur et haec esset perforanda, ut compareat demum amnion. Hoc vero omnes ad unum latuit observatores, de amnio in cavo allantoidis incluso dictitantes, qui cum, communi omnium more, velamenta perforarent, ex eo tantum latere, quo allantoide tegitur amnion, ubi primum in aperta allantoidis cavitate conspiciebant fetum, proximo suo involucro tectum, propter miram allantoidis tenuitatem de reflexa hac membrana et super amnion continuata jam non cogitantes, nudum hoc amnion prae oculis se habere, perperam opinabantur. Fig. 2. lit. x x.

Quoniam autem satis abunde jam de ratione locutus sum, qua juxta amnion allantoides tunica collocata, reliquum est, ut de *uracho* dicam; canali utique ex allantoi-

dis cavo per umbilicalem funiculum ad fetus vesicam tendente. Allantoidis limites vero a funiculo umbilicali, ellyptico spatio interjecto, distare, supra allatum est; quod igitur intervallum percurrendum esse uracho, ut adeat
Fig. 2. umbilicum, nullam sane dubitationem habere potest. In-
num. 6. vestigatus etiam hoc ipso loco coerulescente colore et opacitate aliqua innotescit. Quodsi minus appareat, liquore vel, quod praestat, aëre (allantoidis cavo prius inflato) ex ambitu velamentorum levi pressu versus funiculum umbilicalem, pulso, intumescere solet, dummodo congrua assiduitate utaris. Canaliculum autem se exhibit infundibuliformen, dimidium circiter pollicis longum, latitudine vix duodecimam pollicis partem excedentem, altero extremo versus allantoidis cavum apertum, altero per umbilicalem funiculum ad vesicam urinariam fetus pervium. Ceterum non ab ipso limine allantoidis, ellypticam lineam describente, principium petit suum, sed paullo ultra e tunicae pariete oriundus valvulam imitatur, quae aditum fluido, e cavitate versus urachum compulso, atque ideo omnem hujus partis investigationem, difficiliorem quodammodo reddit.

Amnii demum quod attinet tunicam, plurima quidem jam perstrinximus quae ad rem nostram pertinere videban-
lit. x x. tur. Memoravimus enim ellypticam regionem circa umbi-

licalem funiculum, ab allantoide liberam; amnio teneri; quod obductum hoc loco chorii strato interno; reliquum vero amnion allantoidi adhaerere, atque ab hac ita comprehendi, ut in ea inclusum esse videatur, cum extrinsecus solummodo sit demersum. Quod restat, ut de omni circuitu amnii certior fias, facile hoc impetrabis corpore fetus inclusi diverse moto, vel, quod magis expedit, amnii tunica leviter incisa et, derivato fluido suo parum copioso, inflata. Quo periculo facto patebit, amnion prope ventrem circa funiculum umbilicalem esse defixum atque proximo intervallo fetum ambire, qui, aperto per majorem plagam ultimo hoc involucro, nudus demum et omni velamento exutus comparet.

Et haec fere sunt, quae de velamentis fetus canini docuit observatio, ab omni mera hypothesi procul habita. Quibur nonnulla insuper jungenda videntur

Corollaria:

1. Quadruplici velamentorum specie instructus est fetus caninus: *Amnio, Allantoide* et *Erythroide* tunica atque *Chorio.*
2. *Amnion* nequaquam in allantoidis cavite latet, sed juxta hanc membranam positum, qua tamen compre-

henditur per majorem ambitus sui partem, exiguo tantum ellyptico spatio nudo restante.

Nota: *Fetum equinum* in velamentorum ratione, male etiam nunc explicata, analogi aliquid habere, credibile est.

3. *Allantoidi* suus est *Urachus,* ad vesicam urinariam patulus; servata penitus aliorum animantium analogia.

4. *Allantoides tunica* canini fetus a ruminantium illa specie quidem multum differre videtur, reapse parum distat; segmento transverso eandem circiter figuram referens, qualem per longitudinem allantoidis ruminantium habes (cf. fig. 3 et 4.)

5. *Vesicula umbilicalis* (s. *tunica erythroides*) neque in allantoidis cavo, neque in peculiari, hunc adeo in finem composito, sita est loculamento. Excipitur potius membranarum internarum plicis, a mera compressione, quam zona exercet, originem trahentibus et quae, cingulo hoc coarctante scisso, explanantur atque vesiculam liberam exhibent.

6. *Vesicula umbilicalis* non allantoidi defixa, sed radice funiculo umbilicali, utroque vero extremo nectitur chorio.

7. *Chorion* extimum et commune omnium partium involucrum duplici strato componitur; altero crassiore quod placenta, cinguli instar, redimitum atque interno uteri parieti respondet; altero, subtus latente, allantoidem obducente et amnion, quatenus liberum hoc ab amplexu allantoidis.

Explicatio Figurarum. Tab. IV.

Fig. 1. *Fetus caninus velamentis inclusus.*

a b c. Zona s. placenta, margine fimbriato.

d e f g h. Chorii ambitus.

Quae e chorii pellucent indicantur his litteris:

i k. Tunica erythroides s. vesicula umbilicalis.

Nota. Indicant litterae *i k.* simul locum quo perforandum chorion ad internas partes explorandas.

l m. Nexus tunicae erythroideae cum chorio.

n o p q. Allantoidis plicae, ad tunicae erythroidis latera et supra eam quodammodo coëuntes.

r s. Vasa majora placentam adeuntia.

t u. Fetus.

x. Amnii pars ab allantoide non tecta, chorio vestita.

y z. Lineae ellypticae, allantoidis limites indicantis, vestigia.

Fig. 2. *Fetus caninus cum velamentis; chorii externo strato aperto, incisione in longitudinem facta; reliquis integris.*

a b c. Zona scissa.

d e f g h. Chorii externa lamina in longitudinem diffissa.

i k. n°. 1. Tunica erythroides. 1. radix e funiculo umbilicali oriunda; *i k*. extrema.

l m. Nexus tunicae erythroidis cum chorio.

n o p q. Plicarum allantoidis explanatarum locus, chorii secundo strato etiamnunc obductus.

n°. 2. 3. 4. 5. *y z*. Allantoidis limites, linea ellyptica circumscripti.

6. Urachus ad funiculum umbilicalem vergens, primum sub allantoide, mox sub chorii secundo strato conspicuus.

7. Funiculus umbilicalis, vasa emittens, vesiculam umbilicalem et urachum.

r r s s. Vasorum ad placentam decurrentium trunci.

t u. Fetus.

8. 9. Amnii fetum proxime includentis vestigia.

x x. Amnii pars ab allantoide nuda, chorii secundo strato obducta, quae omnis pars circumscribitur linea ellyptica, allantoidis fines constituente. (2. 3. 4. 5. *y z*.)

Fig. 3. *Segmentum fetus ipsiusque tunicarum, incisione per mediam zonam transversim facta.*

a. Corpus fetus transverse dissectum.

b. Funiculus umbilicalis, urachum et vesiculam umbilicalem exhibens; vasis in delineatione nostra neglectis, reliqua ut apertiora reddantur.

c c. Amnii cavum.

d e f g. Amnii decursus. *d e*. pars amnii quae allantoidi jungitur; *f g*. pars quae chorii interno strato obducta.

h. Urachus.

i k l. Allantoidis cavitas.

m. Tunica erythroides s. vesicula umbilicalis — a vicinis partibus, ut manifesta sint omnia, paulo remotior depicta, quam re ipsa esse solet.

Fig. 4. *Allantoides tunica ruminantium qualis in longum extenditur.*

Ad instituendam comparationem cum allantoidis canini fetus cavo, in latitudinem decurrente, litterae respondent fig. 3iae.

h. Urachus.

i k l. Allantoidis cavum.

CHEIROSTEMON PLATANOIDES HUMBOLDI

OB MIRABILEM INTERIORIS COROLLAE STRUCTURAM DENUO PICTUM AC DESCRIPTUM

A

TILESIO.

(Cum Tabula IX.)

Conventui exhibitum die 1 Septembris 1813.

Comites illustrissimi et Novae Hispaniae Nobiles tres scientiarum et imprimis historiae naturalis studio egregie exculti, d'*Alparcado*, *Fagoaga* *) et *Roccafuerte*, ex antiquissimis et generosissimis patriae paradisiacae familiis, oriundi per Europae regiones, provincias, agriculturam artificum opera ac scientiarum progressus perlustrandi causa iter facientes ac jam peragratis et indagatis Europae Australioribus et Angliae Hiberniaeque Insulis

*) Alex. v. *Humbold* über den politischen Zustand des Königreichs Neuspanien, 2ten Buchs 7tes Capitel, Beschreibung der Stadt Mexico pag. 177: „Die durch ihre Wohlthätigkeit, ihre Einsichten und ihren Eifer fürs allgemeine Beste bekannte Familie *Fagoaga* besizt den grösten Reichthum, den je ein Bergwerk seinem Besitzer verschaffte und ein einziger Erzgang den sie im Distrikt von Sombrerete hat, warf in Zeit von 5 bis 6 Monathen nach Abzug aller Unkosten einen reinen Gewinn von 20 Millionen Livres ab.

etiam Petropoli sub aestatem anni 1813 advenerunt et ramum cum foliis capsulis et floribus pentadactyliferis allatum arboris, in ipsa patria rarioris, infuso spiritu vini camphorato optime conservatum, benevole mecum communicarunt. Arbor ex qua ramum descindi curarunt, a Mexicanis *Maxpalxochiquauhitl* aequali significatione ab Hispanis Arbol de Manitas (arbor manifera) appellatur. Ex quavis enim corolla manus exsurgit vel potius ungula avis cujusdam ex accipitrina familia. Manus haec nil aliud est quam organa generationis, quae sub forma tubi supra aperti in quo pistillum exsurgit, vel orificio ad exitum stigmatis instructi ad marginem corollae ascendunt et, tubo ad orificium applanato et palmato, volam manus penta-dactyliferam formant. Digiti quinque sunt vaginae totidem antherarum. Antherae versus corollae cavum spectant, ac, donec digiti incurvantur, stigmati appropinquantur.

Digiti quidem staminum loco adsunt, filamenta autem vera non formant, sed vaginae potius sunt antherarum in dorso fissae. Hisce fissuris antherae bilamellatae digitis paulo breviores per totam longitudinem insertae sunt et ad alterum tantum latus in conspectum veniunt.

Quae quidem vaginae dactyloideae antherarum quas stamina appellare licet non immediate ex tubo oriuntur;

sed ex vola manus, quae per tubum jam applanatum formatur, prodeunt.

Cum vero manus in digitos quinque qui antherarum quodammodo involucra sunt fissa ex ipso tubo oriatur, (digiti vel stamina sic dicta etiam ex tubo orta sunt) ipsa stamina ergo confraternitate gaudent et ad mentem *Linnaei*, eam ob rem arbor ad Monadelphia pentandria refertur.

Plurimis Monadelphistis filamenta vera sunt, sed eorum etiam varia modificationis discrimina; igitur propono, quo stamina, filamenta eorumque consociationes et nexus melius inter se conferri possint, etiam antherarum cum staminibus nexum, paulo curatius in analysi exoticorum respiciendi tentamen et cum stirpis nostrae antheris earumque vaginis ac tubo delineandis institui, ut confraternitatis modus singularis elucescat et cum alio quovis hujus familiae civium observando comparari possit.

Praeterea vero et in accuratius hisce partibus disquirendis antherae binae exteriores reliquis tribus longiores observantur. Descendunt nimirum antherae exteriores binae ad volam manus adeoque usque ad orificium fere tubi, Didynamadelphon quasi vel fratrum longitudine inaequalium ordinem efficientes cum e contrario reli-

quae tres mediae antherae vix ad digitorum trifurcationem descendant nec aequalis et parallelae digitorum fissurae lineam superent. Etsi quidem clavis systematis sexualis *Linnaei* hancce staminum subordinationem in confraternitate non respiciat, tamen in singulari hoc organismo vegetabili annotanda est.

Arbor omnium fere rarissima ac florum singulari structura distincta omnino quidem digna videtur quae non solum ex historica relatione ac definitione systematica peregrinatorum cognita sit sed ab omni qua fieri potest parte cognoscatur, quam ob rem peculiarem corollae interioris ac antherarum descriptionem haud superfluam duxi. Arbor ex eadem hac partium structura mirabili jam a pristinis Mexicani regni incolis distincta et religiose admirata fuit antequam terra in qua arbor ipsa increvit, Europaeis cognita erat.

Conf. Historiam plantarum novae Hispaniae auctore Don Francisco *Hernandez* ac supplementa ejusdem historiae plantarum N. H. edita Romae a Nardo Antonio *Recho*, ubi icon arboris et florae licet incompleta ac manca simul cum descriptione adjecta est. Paulo post Augustinus de *Vetancourt* et Don Francisco Xavier *Clavigero* in scriptis suis de eadem stirpe verba faciunt, nihilominus tamen stirpis ipsius apud Botanicos Germaniae notio ac cognitio tam

dubia remansit, adeo ut *Jaquinus* (Plant. Americ.) eandem cum Helicteri Carthaginensi et *Gärtnerus* junior (Carpolog Fasc. 1. P. I. p. 39.) cum Sardodactyli helicterioide confunderent.

Don Josephus Dionysius *Larreatequi* Botanicorum Novae Hispaniae primus fuit, qui arboris Mexicanae *Cheirantho-dendron* *) dictae descriptionem et iconem juris publici fecit, quae paulo post Parisiis anno 1805 curante *Lescalliero* in linguam gallicam versa cum tabulis binis coloribus ad vivum pictis et paginis 28 in quarto majori denuo prodierunt.

De hujus libelli contentis celeberrimus *Schrader*, Botanicus horti Goettingensis in ephemeridum botanicarum Volumine secundo fascic. 1. pag. 104 — 109. certiores nos fecit, ac generis characterem communicavit sequentibus verbis. „*Calyx* nullus. *Corolla* persistens. *Stamina* in tubum connata ad medium superiore parte palmatim in lacinias quinque *inaequales* et incurvatas divisa. *Capsula* lignosa quinquelocularis quinquevalvis, loculis polyspermis. Unica haec usque adhuc detecta species nomen triaviale

---

*) *Cheir-antho-dendron* ex triplici voce graeca Χεὶρ manus, ἄνθος flos seu corolla et δένδρον arbor compositum ab insequentibus botanicis peregrinatoribus *Humboldo* et *Bonpland* abbreviatum et *Cheirostemon* propter staminum figuram mani similem vel digitatam postea dictum.

pentadactylon accepit, generibus *Bombax* et Ochromae *Swarzii* celeb. proxime affinis, ad Classem XVI. systematis *Linnaei* relata. "

Usque ad millesimum octingentesimum annum p. C. n. unica tantum arboris hujus miraculosae dactyliferae et superstitiosam plebem obstupefacientis, stirps cognita fuit, quae prope urbem *Toluca* circiter sedecim milliarium franco-gallicarum spatio ab Imperii Mexicani metropoli remotam, detecta et a plebe mensibus Novembris, Decembris et Januarii, quo tempore arbor floribus ornari solet, religiose colitur ac peregrinationibus sacris et curiosorum frequentia celebratur; cum vero haecce arbor per eosdem advenas, quotannis omnium florum, quibus Amoletis sacris uti solebant, copia spoliaretur et propagatio inde stirpis unicae impediretur, verendum erat, unicam hancce speciem emori; ad quod impediendum vel praecavendum, stolones plures stirpis Tolucanae ad hortum Mexicanum expeditionis botanicae *) Professores transportari curarunt ibique transplantarunt. Ex omnibus hisce stolonibus unica tantum stirps ad triginta pedum altitudinem enata est,

*) Historiam hujus expeditionis vel peregrinationis Botanicorum Hispaniae ad sylvas et agros Mexicanos et Peruvianos institutae nec non duarum sequentium peregrinationum Botanices gratia jussu regis institutarum in Actis Rossicis hoc eodem anno impressis, in quibus haec ipsa descriptio in linguam Rossicam versa est, fusius exposui duce *Humboldo*.

quae ad hodiernum usque diem in horto Mexicano prospere viget et floret.

Jam duodecim annorum spatium praeterlapsum est ex quo sylva harum arborum detecta sit, quae a celeberrimo Botanices Nóvae Hispaniae Professore *Cervantez* prope urbem Quatimala peregrinante reperta est. Peregrinatores *Humbold* et *Bonpland* hac de re ab Inventore ipso certiores facti sunt.

Iidem denique peregrinatores, quibus occasio fuit, arborem Tolucanam et stirpem horti Mexicani ipsam oculis investigandi et nonsolum corollas sed totum arboris habitum perscrutandi, post reditum ex itinere ultimam ac novissimam hujus stirpis descriptionem icone elegantissime aeri incisa illustratam Lutetiae Parisiorum impressam puplici juris fecerunt sub titulo: Voyage de Mrs. Alexandre de *Humbold* et Aimé de *Bonpland*. Sixieme partie, Botanique Plantes aequinoxiales quatrieme Livraison, pag. 85. Fol. maj. Paris 1806.

CHEIROSTEMON *platanoides.*

Monadelphia pentandria Lin. ordo naturalis Malvaceae Jussieux.

Descriptio:

Character genericus.

Habitus Platani et Ochromae, arbor excelsa, *truncus* corporis humani crassitie aequalis.

Rami alterni horizontales infra tortuosi, supra pulverulento-tomentosi ob vestigia petiolorum et pedunculorum deciduorum nodoso cicatricosi (Tab. IX. fig. 1. II) erecti.

Folia in ramulorum apice alterna, sexuncialia subcordato-septemlobata, subtus tantum pulverulento tomentosa (fig. 1. C.) fulva; juniora utrinque fulva et tomentosa (D).

Petioli longitudine foliorum teretes tomentosi (G G).

Stipulae duae ad basin singuli petioli, oppositae, lanceolatae, reflexae (H H), caducae.

Flores foliis suboppositi solitarii tri-unciales, campanulati colorati extrinsecus tomentosi, bracteati, bracteis constanter tribus (*f f f*) lanceolatis reflexis persistentibus.

Pedunculi (*e*) petiolis triplo breviores crassioresque, subdepressi.

Capsula tripollicaris externa fulva tomentosa (L et fig. 5.).

Efflorescentia.

Corolla (*) fig. 1. A) campanulata incrassata quinque-

---

*) Corolla omnino adest, (etsi cel *Bonpland* adesse negaverit vel eandem calicem coloratum tribracteatum dixerit) et bracteae tres loco calycis reflexi adsunt.

fida intus purpurea (fig. 2.) bulloso-glandulosa; laciniis quinque basi testaceo foveolatis et nectarifluis in stellam quasi quinquefidam confluentibus, extus fornicato gibbosis bracteis tribus reflexis loco calycis suffulta.

Ovarium seu germen in centro baseos corollae, *pistillum* (fig. 4.) pentagonum, *stylus* unicus tubo inclusus *) paulo longior tubo et ex tubi orificio (fig. 1. *d*) cum stigmate subulato prominens. Tubus orificio (*c*) terminatur, deinde applanatur et in volam manus vertitur pentadactyloideam seu digitis **) quinque unguiculatis expansis in dorso antheriferis falcatim inflexis distinctam.

---

*) Tubus generationis organa omnia complectens, pistilli vel styli vagina est, orificio terminatur, quod stigmati exitum permittit et supra orificium in planum inclinatum convertitur, quod vola manus est et in digitos quinque vel totidem antheras longitudinales plicatas dividitur, quarum duae exteriores reliquas tres et ipsos digitos exteriores, quibus immersae sunt, longitudine superant et ad orificium ipsum usque fere descendunt. Tubus stylum includens ovario seu germini impositus ad basin corollae descendit, in stellam quinquefidam et intervallis seu fossulis testaceo-nectariferis quinque interceptam expansus centrum in fundo corollae occupat (vid fig. 2.). Stylus in tubo. Tubi orificium ad volae radicem, stigma ex orificio tubi subulatum prominet et in nuptiis vel actu generationis ab Antheris reflexis tangitur. Antherae nimirum digitorum dorso immersae incurvatis digitis ad volam manus advertuntur ad stigma approximantur.

**) Digiti quidem staminum loco et functione adsunt, sed a filamentorum idea propter formam omnino alienam plane abhorrent sunt enim vaginae antherarum, minime autem pedicelli filamentosi nec portatores antherarum, ergo filamenta non adsunt, sed antherae staminibus dactyloidibus seu vaginis immersae sunt et nemo autopta in digitis filamenta videbit. Digiti ad eorum extremitatem apicibus nigris incurvatis ungui-

Antherae longissimae inaequales lineares dorso digitorum (fig. 3.) vaginato insertae, bilamellares, albo-flavescentes marginibus undulato-inflexis, exteriores duae tribus reliquis (fig. 2 et 3) longiores *).

Pericarpium capsula lignosa (fig. 1. L et fig. 5) quinque angulata quinque locularis, polysperma ad angulos elevatos semiquinque valvis, valvae intus medio septiferae septo incrassato, villoso ad marginem utrinque seminifero.

Semina numerosa nitida atra hinc apice carunculata (fig. 6. 7.) basi versus hilum receptaculo adnata ope funiculi.

Integumentum duplex, exterius (8. et 9.) crustaceum atrum, interius tenue ferrugineum (fig. 10.).

Perispermum semini conforme, album (fig. 10.).

Embryo dicotyledoneus, perispermo paulo minor.

Cotyledones ovatae, foliaceae, *radicula* brevis ovata (fig. 11.).

---

culati formam potius falculae avis cujusdam ex Accipitrino genere quam manus humanae induunt.

*) Non solum itaque ex affinitate maritorum sed etiam ex eorum subordinatione antherae disquirendae sunt. Vid. Clavem syssematis sexualis in Linnaei Syst. Natur. Edit. Gmelini XIII. Tom. II. pag. X,

DE CANCRIS CAMTSCHATICIS, ONISCIS, ENTOMOSTRACIS ET CANCELLIS MARINIS MICROSCOPICIS NOCTILUCENTIBUS.

CUM TABULIS IV. AENEIS ET APPENDICE ADNEXO DE ACARIS ET RICINIS CAMTSCHATICIS.

AUCTORE

TILESIO.

(*Tab. V. VI. VII. VIII.*)

Conventui exhibuit die 3 Februarii 1813.

Ex eodem, quo in exploranda Zoologia generali ductus consilio *), classes nimirum, cum omnia non omnes possimus, eas tantum eligendi, quas scrutatores et peregrinatores neglexerint, etiam peculiares zoologiae partes, Entomologiae v. g. ordines minus cognitas et excultas observandi, Intectorum aptera tantummodo respexi et plura, quae mihi nova vel minus cognita videbantur ad vivum pinxi et in triplici, quem felicissimum gubernante *Krusensternio* navigium Rossorum circum terram voluit, ad littora Camtschatica regressu descripsi. Pauca quidem sunt hujus generis animalia, quae sub frigido hoc asperrimoque

---

*) *Tilesius* Jahrbuch der Naturgeschichte. Lips. 1802. in Praefatione pag. X.

coelo progrediantur successu prospero, attamen digna, quae scrutatoribus insectorum apterorum Rossiae cognita sint, Cancrorum nempe Oniscorum, Monoculorum, Ricinorum, Acarorum et Pulicum species.

Cancros Camtschaticos nemo antecessorum meorum descripsit nec delineavit, primus videor, cui tres hujus generis species ad littora Camtschatica observandi et delineandi contigit occasio. Prima ex Majarum familia species gigantea erat, secunda etiam Oxyrhynchus *), Brachiurus **) et quidem hirsutus vel setosus, tertia Astaci Boreas varietas fuit. Species tribus hisce affines quidem sub coelo aeque frigido, a Phipsio nempe vel Mulgravio ***) versus polum arcticum tendente, a *Fabricio* Faunae Groen-

---

*) *Dumerillius* in Zoologia ejusdem analytica Brachyurorum vel Cancrorum species rostratas ut Majas et Majarum affines Oxyrhynchos (Spitznasen) appellat.

**) *Brachyurus* (Krabbe, Spinnenkrebs, Taschenkrebs) i. e. Cancer cauda brevi distinctus oppositus est *Macrouro*, qui cauda longa instructus est v. g. Homarus, Astacus fluviatilis, a quo omnes longicaudati Astacoidei dicuntur. Astacus Boreas, Gammari et Squillae Astacoidei vel Macrouri sunt, sed Maja et Kaurin Itaelmenorum Cancris vel Brachiuris adnumeranda. Nomina Germanica: Taschenkrebse, Seespinnen a similitudine et forma corporis aranoidea orta sunt, Taschenkrebse cancros dicunt, quorum cauda perae vel fundae vel crumenae instar complicata et subtus abdomine applicata reclinatur (wie eine Tasche eingeklappt), Vox Krabbe a graeco Καραβος aeque ac Anglorum the Krabb, Gallorum Crabe, Belgicorum et Suecorum Krabbe, Italorum Gambaro derivanda videtur.

***) *Phipps* Voyage au pole boreale pag. 194, 195. Pl. XI. fig. 1. Cancer boreas.

landicae, a *Linnaeo* Faunae Suecicae et a Faunae Norvegicae scrutatoribus observatae sunt, sed Camtschaticae ab illis sat distinctae, nondum delineatae nec descriptae sunt. Fiat ergo quod nondum factum est et quod ad augendam Rossiae Zoographiam necessario fieri oportet.

I.

Cancrorum difinitio, locus in systemate Naturae, eorumque affinitates et Ordines naturales.

Cancri sunt animalia aquatilia crustacea a *Linnaeo* quondam ad insecta aptera relata ac re vera corpus (vel cauda), eorum insectum alisque destitutum est, sed non omnes crustacei Monoculorum naturam habent, ut metamorphosin subeant. Crustucea animalia ossibus destituta, quae loco sceleti interni crustam calcaream vario modo articulatam extus habent. Affines vero Cancri sunt tam insectis, quam testaceis, quod de omnibus etiam reliquis crustaceis dicendum est: ad Insecta nempe per Monoculos et Oniscos, ad Testacea per Lepadum et Balanorum Tritonem transeunt.

Cum in aquis respirent, *branchiis* instructa sunt, sanguis serosus per cor et vasa circumagitur, Insectis vero, quae corde carent, stigmata vel spiracula sunt aërem absorbentia et tracheis aëriferis internis communicantia. Cru-

staceis praeterea systema nervorum est nodis distributum seu gangliis concentratum et generatio singularis, foemellae nempe fasciculum ovulorum sub cauda annexum secum gerunt. Caput thorace conflatum, antennis quator instructum. Os maxillis pluribus motu horizontali agitantibus sibi invicem impositis armatum, quaevis maxillarum antennam gerit.

Crustaceorum tres sunt ordines 1°) *Entomostraca*, plerumque minima quorum plura noctilucentia marina et quorum corpus vel tendinosum vel testis subcrustaceis vel corneis obtectum est ac partim metamorphosi subjectum *), 2°) *Astacoidea*, quorum corpus et cauda elongata et crusta calcarea obtectum est **), 3°) *Carcinoidea* seu Brachiuri, corpore suborbiculato, cauda brevi implicata, crusta calcarea obtecta ***).

*) Monoculus, Calygus Mülleri, Daphnis, Cypris, Cythera, Lyncaus, Argulus, Cyclops et Zoë Boscii. (Nauplius nil aliud est, quam Metamorphosis Monoculi vel Caligi, aeque ac Amymome).

**) Palinurus, Astacus, Hippa, Squilla, Gammarus Palaemon Crago Penaeus et plura penera ad formandam familiam Astacoideorum microscopicorum vel Arthrocephalorum Dumerillii ad maximam partem noctilucentium marinorum subjungenda. v. g. Caprella Lamarkii, Mysis Latreillii ejusque Phronime vel Cancer sedentarius Forskălii, Thalitrus Latreillii, Amblyrrhynchotus vel obtusirostris, Erythrocephalus, Acanthocephalus, Anarthrus, Symphysopus et alii, quorum sermo erit in Sectione VIII. de Entomoctracis inscripta.

***) Majae, Oxyrrhynchi, Leucosiae Dorippe, Orythia, Calappa Dromia Matuta (Portunus Fabr. pelagicus L.) Ocypoda, Porcellana, Grapsus, Pinnotheres.

Sub nomine Cancrorum Brachiuri (Krabben) ad vocem antiquiorum intelliguntur, sub nomine Astracorum Macrouri, etsi *Linnaeus* utramque Crustaceorum cohortem sub Cancrorum genere comprehendat, quod ambiguitatis ansam praebet. Omnino melius et faciliusque intellectu foret, si tam Brachiuri, quam Macrouri, qui a *Linnaeo* male sub nomine generico nimis speciali ac significatione ambigua Cancrorum conjuncti sunt, sub peculiaribus generibus militarentur. Macrouris Astacorum genus tribui posset et Brachiuris Cancrorum nomen. Sic etiam pristina significatio vocis Cancri apud Romanos branchiurum (eine Krabbe) indicantis, non laederetur nec ad generaliora cogeretur. Praeterea plura intermedia genera naturalia inter Astacos et Cancros interponenda sunt v. g. Ranina, Albunea, Scyllarus, Galatea, Eremitae et Paguri *) *Fabr.* quae nec Brachiuri veri nec Macrouri sunt sed modo his modo illis magis affines.

II.

Brachiuri vel Cancri proprie sic dicti Camtschatici.

MAJA.

Majarum genus admodum naturale est et facillime

*) Paguri sunt Astecoidei cauda denudata molli, quam in Muricum et Buccinorum testis immittere interdum et Trochos induere et secum portare solent. v. g. Bernardus, miles, Diogenes.

dignoscendum, ad Cancros proprie sic dictos vel Brachyuros oxyrhynchos pertinet. Respondent Majarum species generibus *Fabricianis* Inacho et Parthenope. Spinosae sunt Majae thorace ovato vel cordato - triangulari mucronato, pedibus tantum tribus utrinque majoribus vel quatuor, sed pari interdum abdominali et binis subcandalibus in foemellis, manubus minoribus ventricosis spinosis, digitis penicillato hirsutis.

III.

MAJA CAMTSCHATICA, *maxima*. Tab. V. et VI.

Maja omnium maxima aculeis ubique horrida, *thorace* cordato (A) spinoso, antice in rostrum mucronato (*e*), postice cum basi caudae (B) latissima aculeata per synnevrosin et syssarcosin connexo (*n*) *pedibus* tantum tribus (*k, l m*) utrinque spinosis teretiusculis longioribus unguiculatis, pediolis binis abdominalibus laevibus, (vid. Tab. VI. 2 *hh*) in dorso non conspicuis et quatuor subcaudalibus oviferis in foemellis (vid. Tab. VI. *bb*), manubus minoribus ventricosis (*h*) spinosis, digitis penicillato hirsutis (*i*), palpis utrinque tribus, majori nempe cum binis minoribus articulo secundo majoris insertis, antennis tantum binis setaceis ad basin unguiculo armatis (vid. Tab. V. fig. 2.).

Clar. *Herbst.* in citandis iconibus Sebae (Mus. III. tab. 18. fig. 10 et tab. XXII. fig. 1.) quarum plures diversas ad Majam maximam retulit, dubius videtur; sed non dubium est, figuram I. tabulae 22 Majam frigidioris coeli esse, etsi non omnino cum tabula nostra conveniat, quae ad vivum delineata est, cum e contrario Sebae tabula ad specimen exsiccatum ex Museo delineatum sit. Sebae tabulae 18 figura 10 toto coelo diversum Surinamense refert specimen. *Herbst Krabben* I. p. 219. tab. XV. fig. 87. Inachus *Fabricii, Steller* Beschreibung von Kamtschatca pag. 176.

Hippocarcinus figura cordis multis spinis horridus, *Steller* Mscrpt. Cancri Camtschat. n°. 2. Hippocarcinus Aldrovandi tab. IV. fig. 6. *Stellerus* annotavit: „Cancer pedibus posterieribus sub cauda brevissimis, nec hujus jam descriptionem a mutilis subjectis mutuatam suppeditabo, licet multa habeam monenda circa auctorum dissensus.“

Linnaei fauna Suecica 24031. Iter Scand 327.

Pontoppidan. Norveg. T. II. p. 333. *Gronov.* Zoophyl. 976.

Fabricii Syst. Entom. 409. Ej. Spec. Insect. 505. 51.

Olivier n°. 105. *Lamark* Syst. des animaux sans vertebres, pag. 154. Eriocheles. *Bosc.* hist. nat. d. Crustacées I. pag. 251.

Maja vulgaire ou Parthenope Maja *Fabric.* etc.

Errant in Charactere generico sequenti: „Antennae quatuor interiores palpiformes, exteriores setaceae? — Corpus ovato conicum posterius dilatatum, anterius mucronato rostratum. Pedes decem? — unguiculati."

Majam orientalem jam Seba Tab. XXII. fig. 1. depinxit quidem, sed a nostra admodum diversa est etsi ejusdem habitus familiae ac patriae sit, distinguitur nempe pedibus quidem utrinque tribus sed longioribus, thorace non cordato sed ovato-mucronato, mucrone bifurcato, Maja vero Camtschatica thorace gaudet vere cordato posterius dilatato non rotundato et basis praeterea caudae latissima sub thorace protruditur (vid. Tab. V. B) Palpi Majae Sebanae forcipati sunt et antennae non conspiciuntur. Palpi Majae Camtschaticae non forcipati sunt et ex articulo pediolorum maxillarium orti sed supino situ non conspicui (Conf. Tab. V. fig. 1.) Antennae Majae Camtschaticae breves sunt et setaceae articulo tertio aculeo armatae (vid. Tab. V. fig. 2.). Ex hac comparatione aeque ac ex collatis iconibus patet, Camtschaticam a Sebana orientali diversam esse etsi tres utrinque habeant pedes majores et ad eandem pertineant familiam Majarum. An mares Majae Camtschaticae a foeminis ita abhorreant? — nescio. Foeminam vero hancce propter pediolorum subcaudalium func-

tionem et ovulorum excretionem in Tab. VI. demonstratam non superfluam esse — scio.

Palpi etiam ex Sebana icone nondum explicati sunt, nisi forsan Francogallorum explicationem characteris Majarum generici *), in quo errarunt, pro vera habeas.

Descriptio

Majae Camtschaticae. Tab. V. et VI.

Maja Camtschatica omnium Majarum profecto maxima est, thorace ad basin quadri- et quinque-pollicari, longitudine sexpollicari, pedibus plerumque pedalibus, unguibus saltem pollicaribus, miniaceis apice nigris, in dorso hepatico rubicunda ubique aculeis horrida, versus latera miniacea, subtus pallida. Aculei rostri omnium longissimi antrorsum spectant, medius mucronem rostri vel thoracis formans laterales longitudine superat, ad latera ejusdem oculi ascendunt. Thorax caeterum quinis vel senis collibus, qui per totidem sulcos separantur, subfornicatus est, ad margines aculeis armatus ad basin cum caudae basi robustissima latiori aculeis obtusioribus aspera conjungitur.

Maja haec Novegicam magnitudine superans in sinu

*) Antennae quatuor pedes decem? unguiculati *Bosc.* hist. nat. des Crustacées I. pag. 251.

Awatschae ad rariores Cancrorum species refertur et specimen hoc naturali magnitudine depictum Tab. V. ab Itaelmenis nequidem inter majores numeratur. Primo tantum in divi Petri et Pauli portum adventu d. 18 Julii 1804. hanc speciem vivam accepi, postea nec secundo nec tertio ad eundem regressu nec in excursionibus ad maris littora a me ipso institutis neque a nautis nostris rete piscantibus revisa nec reperta est. Nequidem antecessori meo, indefesso dicam *Stellero*, qui totidem annos quot hebdomades ego, ibi commoratus est, Majas plures illaesas et vivas reperiri licuisse, ut ipse ait in schedis suis de crustaceis Camtschaticis, sed cum illaesas ac integras Majas non invenerit se ex mutilatis speciminibus mutilatam descriptionem suppeditore noluisse. Maja nostra Cancer est saxatilis, inter scopulos enim habitat, motu abstinens; saxis abscondita periculis se subducit, Sepiam octopodiam, aliosque inimicos inter saxa obruit, Asteriis et Molluscis testaceis vescitur et insidiatur. Miratu dignissima est, dum aculeorum ope, quibus thoracis margines in omni ambitu horrent ac tubercnlorum crassiusculorum breviorum, quibus A. Tab. V. area dorsi tamquam monticulis exasperatur nec non pedum spinosissimorum et unguiculatorum auxilo scopulis elavatis seu divisis et ab undis ecavatis intrudere solet, ita, ut nisi frangere testam velis, eam protrudere

nullo modo possis, eamque firmius quam Echinum mammillarem inter scopulos incarceratam et inclusam invenias.

Rostrum (*e* Tab. V.) Majae Oceani orientalis non tam bifurcatum ac ramosum est, ac in Maja Surinamensi et Norvegica cernitur, quae in Sebae et Herbstii Museis depictae sunt, sed aculei rostri sunt simplices (*ff*) medius thoracis mucronem formans (*e*) longissimus.

Oculi (*g*) utrinque juxta acutos illos processus (*ff*) siti, horumque a latere bini prodeunt pedes minuti laeves palpiformes (Tab. V. fig. 2.) et articulati ex quorum articulo secundo (*b*) duo minores (*cc*) utrinque nascuntur, quorum ope forcipum quasi instar esca ori ingeritur. Pedes utrinque majores tres teretiusculi (Tab. V. *k l m*) aeque et manuum vel forcipum (*h*) brachia aculeata in longum protensa quorum quisque articulis gaudet quinis nigroque robustissimoque ungue.

Testa supra hepatico - rubicunda (A) collibus quinque vel sex elevata (*a b c d*) et gibbosa et sulcis totidem exarata. Color ad latera ex rufo flavescens pigmento aurantio vel miniaceo variegatur. Cauda in maribus angustior, in foeminis vero, qualem depinxi, latior, ex pluribus testis componitur, quarum maxima basis (B Tab. V.) est flavescens tuberculis vel aculeis obtusioribus (β β) ar-

mata, tres majores ab una (fig. 2. Tab. VI. 1. 2. 3.) sex et plures minores ab altera parte (4. 5. 6. 7. 8.) caudam constituunt, posteriores vero ubique membrana obductae et quaelibet priorum pediolo geniculato compresso ad extremitatem setis hirsuto obsita est (Tab. VI. fig. 1. *b b b b*). Foemina ovulis innumeris atrovirescentibus miliaribus ad pediolos subcaudales annexis gravida (Tab. VI. fig. 2. *aaabb*) miram per membranae uteri et ovariorum cum epidermide subcaudali (*c c* fig. 1.) connexum ovulorum exclusionem oculis offerebat. Membrana, per quam cauda cum thorace connectitur, subtus tantum dilatata cernitur et sub cauda affixa, saccum laxum quasi format et ad marginem foraminis abdominalis inseritur ubi tempore graviditatis rumpitur. Membrana supra dicta tandem disrupta, ovula nimirum ligamento vel membranae vasculosae affixa ex cavo abdominis per foramen magnum abdominale, ad pediolos sensim subcaudales quatuor hirtos descendunt, quibus deinde affiguntur et adhaerent (vid. fig. 2. Tab. VI.).

Pedioli subcaudales tunc fere ubique horum ovulorum fasciculis cohaerentibus obducti sunt, ita, ut nullum nisi baseos eorum vestigium in conspectum veniat.

Multis igitur ovulorum nigerrimorum ex viridi resplendentium millibus sub cauda affixis Majam hancce gravidam in portu divi Petri et Pauli Camtschatico accepi,

ejusque pediolos quatuor subcaudales oviferos, compressos, hirsutos, a nemine usque adhuc depictos, exemptis ovulis paulo accuratius perscrutavi, aeque ac pediolos binos unguiculatos abdominales, subtus tantum conspicuos, quos, ut Cancrologis demonstrarem, Majam supinam (in fig. 1. Tab. VI.) abdomine aperto ac membrana abdominali disrupta delineavi. Ex prona parte (Tab. V.) in qua omnium harum partium nil nisi caudae basis lata (B) in conspectum venit et quae plerumque a peregrinatoribus et scrutatoribus Museorum in iconibus selecta est, qua de re organa haec in descensu ovulorum memoranda, sed in speciminibus exsiccatis semper deleta, huc usque in Maja nondum observata sunt.

Exemtis omnibus intestinis et demtis humoribus testam Majae sapone intus arsenicali obductam exsiccavi ac in receptaculis navis nostrae reposui, ut Musaei nostri praeparata zoologica eadem augerem, sed proh dolor! post reditum, exportatis ex nave collectis naturae corporibus, Maja nostra (inter exportata) non reperiebatur. Praeterlapso anno et quot excurrit Petropoli, Majam admodum laesam et fractam fere in Museo *Tschitschakovii* Thalassiarchi et rei maritimae Rossicae praepositi tunc temporis ad Francogalliam abeuntis, quod sub hasta publica in atrio ejusdem cum Bibliotheca et aliis supellectilibus vendebatur, revidere

mihi contigit. Specimen memoriae dignum fuit, quod ab altera parte pedes tantum duos habuit, tertium vero, quem forsan in pugna cum Sepia octopodia vel altera Maja amiserat, regenerari incepit. Pes pusillus (M Tab. V.) amisso substitutus nuperrimeque primum reproductus, sed omnibus jam articulis instructus reproductionis vim ac nisum formativum luculentissimo exemplo ad oculos demonstravit (vid. fig. 1. g Tab. VI.).

Ex hoc specimine memorabili, quod per iconem meam conservare volui, etiam antennas et palpos quos in charactere Majarum stabiliendo *Latreille*, *Bosc* et *Lamark* male explicarunt, accuratius delineavi (fig. 2. Tab. VI) et quidem naturali magnitudine Palpi geminati ex articulo secundo pediolorum exoriuntur, in antennis articulus tertius aculeo armatur. Haec de Maja maxima Camtschatica sufficiant. Restat alter brachiurus Majae affinis sed minor et thoracis testa non aculeata in superficie, sed punctis adspersa purpureis et setosa; brachiurus est, ut Maja, oxyrhynchus sed manubus pentagonis dentato serratis distinctus, quam ob rem, cum nec in Herbstii nec aliorum Museis inveniatur nec ullibi delineatus nec descriptus sit, (in Tab. VII. fig. 1.) ejusdem et iconem suppeditabo et Cheiragonum *) eundem appellabo.

---

*) a χείρ manus et αγωνος angulata. Manus vel chela angulata, Ekscheere.

IV.

CHEIRAGONUS *(Eckscheere).* Tab. VII. fig. 1.

Cancer Cheiragonus, Brachiurus oxyrrhynchus *) *thorace* setoso (*a*) subtriangulari rostrato (*n*) margine dentato (*m m*) et aculeo utrinque laterali armato, *manubus* (C C) pentagonis, in angulis serrato dentatis (*e e*) *digitis* sulcato serratis (*f f*) atropurpureis apice nigris, *pedibus* octo applanatis femoribus crenulatis transversim striato hirsutis (*h*) unguibus longitudinaliter sulcatis apice nigris.

Cancer adsperso setosus vel Hippocarcinoides *Stelleri* Mscrpt. n°. III. alio loco *Stellerò* Cancer pilosus et Cancer auritus dictus (1741. Awatschae).

Descriptio:

Thorax testa plana triangularis, non, ut in Maja, aculeis vel monticulis horrida, sed transversim striata, punctis purpureis adspersa et pilorum vel setarum fasciculis sparsis (vid. fig. P. penicillum singulum lente auctum) in superficie dorsali obsita, ad marginem solùm crenata.

Color testae flavicans, striae transversales rubescentes. Margo anterior testae utrinque crenato dentatus, in rostrum productus, ad latus utrinque aculeo longo, more Pelagicorum (Portunorum *Fabr.*) dilatatus, quam ob rem *Stellerus* eundem auritum appellavit. Dentes marginis crenulati.

*) Significat Acutirostris; ab ὀξυς et ῥυγχος composit.

Pedes utrinque quatuor cursorii non, ut in Maja, cylindracei et aculeati, sed planiusculi, glabriusculi, articulis prioribus transversaliter serrulati, vel suturis quasi exasperati et interiora versus setis pinnati, articulo ultimo vero longitudinaliter sulcati, unguiculati.

Manus cum carpis praelongis, et crassiusculis per longitudinem angulatae, plerumque pentagonae, angulis serrato dentatis, *digitis* longitudine sulcatis, purpurascentibus, apice nigris. Magnitudo naturalis ex icone ipsa cognoscitur. Haecce Cancrorum species, nondum cognita, copiose capitur ad Awatscham in sinu sic dicto Cancrorum (Rossice Ракебухтъ) et a nautis nostris quaesita et in diliciis habita fuit. *Stellerum* hanc speciem quidem vidisse, ex verbis ejusdem elucet; sed nec descriptionem neque iconem reliquit, est enim species ejusdem tertia, Hippocarcinoides auritus *Stellero* dicta: „Figura corporis Hippocarcino fere similis sed e minorum seu mediorum genere, ad caudae articulationem vero non in cordis formam emarginatus, sed segmentum circuli potius circumscriptione corporis posterioris refert: praeterea a duobus post oculos processibus auritus mihi dictus, sed nec hujus mutilatum sceleton (testa) descriptioni concinnandae sufficit: hoc tantum dicam: Cancer pilosus marinus Itaelmenis *Kaurin*

dictus, crusta tenui flavescente maculis purpureis conspersa tectus, ubivis habetur circa saxa et scopulos maris. Coctus colorem parum mutat, extrema tantum forceps nigra evadit." (Haec jam ante coctionem nigra est.)

Haec sunt sola *Stelleri*, de Cancro nostro conscripta verba, neque mihi, praeter observationem, Cancros hosce admodum variare per colorem et setarum scabritiem, quidquam dicendi superest: Cheiragonus, Camtschadalis *Kaurin* dictus, pilis interdum undique hispidulus ac fere setosus capitur, quod animalculis ac Zoophytis parasiticis, ut scabriusculam superficiem obducant vel occupent eique quam firmissime adhaereant, ansam praebet. Testae ejusdem superficies hirsuta Sertulariis, Fucis, Flustris, Balanoïdibus et Serpulis interdum ita obducitur, ut vix illum, qui subtus latet, crustaceorum civem agnoscas. Sic etiam noster Fuco saccato, (*g*) olim a cl. *Lepechin* delineato, et Balanoidibus (*h*) Thoracis testae agglutinatis exornatus incedit et manus ejusdem Serpulis (*dd*) obsitae sunt. In iconibus Cancrorum ab auctoribus editis nullibi Cancri nostri effigies reperitur, nec alibi eundem unquam descriptum inveniri memini.

44 *

V.

ASTACOIDEI vel MACROURI.

Ex Astacoideorum ordine seu familia etiam plures species per ternum ad Awatscham adpulsum delineatae sunt, quarum una tantum restat, Astacus scilicet boreas, ceterae v. g. Paguri Bernardi hirsuti ex Trochi testa, Gammari pulicis, linearis etc. icones in procellis vehementissimis in Archipelago Japonico propre fretum van *Diemen* perpessis periere. Aliae Arthrocephalorum species et microscopicae noctilucentes sub numero Cancellorum notilucentium recensentur. Entomostraca et Onisci postea sub ipsorum titulo peculiari enumerandi sunt. Nunc vero imprimis fragmenta homari praegrandis ad littora ejecta enumerabo, quibus zoographiae Rossicae cultores commoti, Palinurum quadricornem crustaceorum Camtschaticorum civem pronunciarunt eique fragmenta testae ejectae tribuerunt. *Stellerus* de prima Cancrorum Camtschaticorum specie refert: „Cancrorum quos alit Oceanus Orientalis quatuor collegi species diversas, quorum primus est Cancer marinus Aldrovandi Rondeletii et Bellonii nec non *Gessneri*, cujus iconem exhibet Aldrovand. Tab. IV. n°. 1. Descriptiones hujus secundum varias aetates et differentiae formas diversae, quae ab auctoribus consignatae sunt com-

modò tempore suppeditandae et comparandae sunt ob dissensum. Species haec a nobis et Camtschadalis, tam hic locorum quam Ochoti comeditur." Deinde et *Stellerus* in libro ejusdem germanico, qui inscribitur *Beschreibung von Kamtschatka* pag. 176. refert, circa promontorium Elutora pedes et fragmenta Cancrorum insolitae magnitudinis ad littora ejecta inveniri, pedes imprimis ita grandes et carnosi ut unicus viri esurientis famem saturire possit reperti sunt, ejusmodi pedes eodem jure ex Maja quam ex Homaro derivandi sunt, attamen *Georgi* (*Naturhist. Beschreibung des Russ. Reichs, 3 Theils 7 Band p.* 2173. Homaro illa fragmenta adscripsit.

VI.

Paguri (Weichschwänze).

Paguri vel Astacoidei cauda molli nuda peculiarem familiam Astacoideorum occupantes testas conchyliorum evacuatas quaerunt v. g. Buccina Murices et Trochos ut caudam nudam mollem in iis recondant ac integumento duro defendant. *Bernardi* praegrandes manubus inaequalibus monstrosis, setis rufis ubique hirsuti, Trochis plerumque turriti indecunt ad littora maris Camtschatiti.

VII.

Astacus boreas (Der Umiktak). Tab. VII. fig. 2. 3. 4. 5.

Macrourus thorace caudaque carinato-aculeatis, manubus laevibus, didactylis, digito altero transverso plicatili, pedibus secundi tertiique ordinis filiformibus.

Phipps Reisen nach dem Nordpole p. 190. Tab. 12. fig. 1. Cancer boreas. Macrourus thorace carinato aculeato manibus laevibus pollice subulato incurvo.

Otho *Fabric.* fauna Groenland. 241. 218. Cancer homaroides, Macrourus thorace antrorsum aculeato subprismatico, rostro planiusculo apice triangulari subtus hamato, manibus subadactylis. Cancer boreas Herbst-Krebse II. p. 74. Tab. 29. fig. 2. *Astacus boreas Fabricii* spec. Ins. 511. 12. Mantiss. 1. 332. 14.

Vox *boreas* patriam hujus speciei optime indicat, omnibus enim frigidioris coeli regionibus civis est et diversimode variare videtur. Varietas enim Camtschatica ab illa Groenlandica et Islandica nonsolum aculeorum et pilorum scabritie sed etiam colorum varietate distinguitur et hoc in causa fuit cur Astacum á *Phippsio* jam optime delineatum iterum delinearem. Foemellam praeterea ovulis gravidam observavi et complura specimina d. 17 et 18 Sep-

tembris 1805. in sinu Cancrorum et prope rivuli Погараная рѣчка dicti ostium ad Awatscham legi, quae certiorem me fecerunt, varietatem Camtschaticam aculeis lateralibus caudae distinctam esse.

Descriptio:
(vid. Tab. VII. fig. 2. 3. 4. 5.)

Astaci fluviatilis minoris et medii magnitudinem attingit. *Thorax* tricarinatus superius aculeis tribus antrorsum versis armatus, latera bispinosa sunt, rostrum latiusculum sulco utrinque margini parallalelo sulcatum. Superficies thoracis et caudae articulorum granulosa, transversaliter emarginata.

Antennae interiores bisetae ex articulis tribus crassiusculis oriuntur, exteriores pari modo articulos tres pro basi habent, sed simplices, crossiusculae, annulosae ac thorace fere longiores (fig. 4.).

Maxillae setis copiosissimis ciliatae simul articulo majori antennarum annexae sunt.

Palpi manubus longiores articulis quatuor compositi, articulo extremo complanato latiusculo rotundato setis fimbriato et quasi pinnato.

Brachia breviuscula prismatica (fig. 5. A. Tab. VII.) subtus plana, carpis rotundiusculis (B).

Manus subcylindricae, applanatae, glaberrimae, interiora versus spina terminatae robusta, exteriora versus ungue incurvata cultelli plicatilis ad instar articulante ac forcipem falciformem formante instructae.

Pedum anteriorum bina paria filiformia, sequentia duo paria pedum crassiora, pedes omnes unguiculati, planiusculi, setis ciliati.

Abdomen segmentis articulisque sex in dorso carinatis scabriusculis emarginatis compositum, articulis prioribus binis in dorsi carina aculeatis, aculeis antrorsum versis, articulo ultimo caudali sulcato utrinque trispinoso, articuli omnes abdominales, ad latera etiam spinis utrinque binis, retrorsum curvatis aculeati sunt.

Cauda quinis lamellis composita vel pinnis ad marginem setosis, pinna media crassiuscula, longissima, in dorso sulcata et scabriuscula, reliquae quatuor membranosae, rotundatae, longitudinaliter striatae.

Astacus ab incolis divi Petri et Pauli portus et a nautis advenientibus comeditur, caro ejusdem elixa sapida.

Tab. VII. fig. 2. Astacus boreas ex dorso vel prona parte visus fig. 3. ex abdominali vel supina parte, ut ovula laete viridia tentaculis subcaudalibus oviferis annexa et inter utramque pinnarum subcaudalium ordinem locata in conspectum veniant, fig. 4. antennae et palpi fig. 5.

Manus (*c*) cum brachio (A). Carpus (B) rotundiusculus digitus (*e*) vel unguis transversim articulans plicatilis, pollex (*d*) immobilis. Transeamus nunc ad reliquas crustaceorum familias, Entomostra nempe et Oniscos.

VIII.

ENTOMOSTRACA, *Caligus.*

Tab. VIII. fig. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Character generis. Antennae 2? setaceae, pedes 8 vel decem, (?) oculi 2 marginales, testa univalvis. O. F. *Müller* Entomostr. p. 129.

Insecta hujus generis testacea ichthyophila parasitica ad Entomostraca branchiopoda pertinent, per testam clypeatam Limulis affinia sunt, ovariis vero in binos tubulos productis (*pp*) ad Lerneas accedunt. Oculi et nares marginales remoti (*ll* fig. 1 et 3 *a*) non nisi microscopio conspicui ad basin antennarum vel cirrhorum brevissimorum lateralium annexi. Ex calligine oculorum genus Caligus denominatum est a *Müllero*, a *Linnaeo* Monoculus. Caput nullum nisi clypeum, qui tamen ob pedes subnexos rectius pectus dicitur. Pectus dehinc abdomine latius suborbiculare. Abdomen, caudaque in diversis diversa. Pis-

cibus extus inter squamas adhaerent, et cum Oceanus orientalis Salmonibus ac Truttaceis abundet, copiosi. Calidioribus et frigidioribus climatibus species sunt diversae, aliam in Salmonibus Camtschaticis aliam in Coryphaenis et Squalis Brasiliensibus vidi. Salmonibus ita arcte affiguntur, ut difficulter et vix acie cultri a superficie piscis separari et removeri possint, tacti enim celeri gressu locum in superficie squamosa mutant. Motus enim cursorius eorum celer est et interruptus in piscibus aeque ac ipsa aqua, sursum quoque festinanter provehuntur at mox deorsum relabuntur. Testa clypeata squamis piscium affixa papillis suctoriis spatium vacuum formans propterea et crenis marginalibus instructa, quibus superficiebus minus planis adnectitur.

Caligus curtus Tab. VIII. fig. 1. 2.

C. corpore breviori cauda bifida monophylla *O. F. Müller* Entomost. t. XXI.

Monoculus foliaceus *Linn.* Faun. Suec. 2044.

— — piscinus — — — 2045.

Binoculus piscinus Zool. Danic. prodr. 2408.

— — — *O. Fabr.* Faun. Groenland. 239.

Pediculus Pleuronectis et Aselli Baster. Opusc. subsec. 2. pag. 137. Tab. 8. fig. 9 — 10.

Flinderlaus Schriften der Berlin. Nat. Forsch. 3. p. 44. Tab. 1. fig. 4. 5. 6.

Corpus planiusculum membranaceum supra (fig. 1.) aliquantulum convexum subtus (fig. 2.) concavum.

Testa seu clypeus orbicularis antice emarginatus (*a* A) postice lunatus margine inflexo crenulisque cincto.

Abdomen (*b*) breviusculum articulis binis inaequalibus componitur quorum anticus latior utrinque emarginatus posticus longior truncatus (*b*) et in caudam productus.

Cauda (*d d*) abdominis trunco (*b*) appensa basi angustiore quasi pedicellata medio dilatatur et apice in crura bina finditur quorum singulum setis tribus terminatur (fig. 2. *d d*).

Partem inferiorem (fig. 2.) medio secundum longitudinem percurrit canalis alimentarius (*n*) superne ore sub forma papillae sugentis incipiens (*n*) quinque paria pedum ad latera affixa sunt, quorum par quartum et quintum (*c c*) longissimum, unguibus piscium squamis infigendis aptissimis et setis pectiniformibus, quales in pedibus Tritonum cernuntur, instructum.

Ex abdomine vel ex intermedio articulo recta extenduntur filamenta (*e e*) bina aequalia (a *Linnaeo, Bastero* et *Fabricio* Kilonensi Antennae falso dicta) corpore longiora (*ee*) quae ovaria esse videntur, in quibusdam alterum tan-

tum, in aliis utrumque deest; tremulando et concutiendo moventur, caudam in motu semper elevat et motus ipse ex propria mea observatione respiratorius est.

Varietas datur Brasiliensis antennis pectinatis distincta, mihi ex Coryphaena Hippuro ad promontorium Frio copiose, d. 12 et 14 Dec. 1803 lecta, alteram varietatem antennis brevissimis simpliciusculis distinctam Camtschaticam quam ex Salmonibus praeprimis copiose diebus 13 — 23 August legi. *O. F. Müller* Gado Merlango inhaerentes vidit vitae tenacissimos in aqua non renovata per viginti quatuor horas adhuc superstites. *O. Fabricius* in Pleuronecte eundem invenit, in paucis quidem figurae discrepant, adeo tamen affines sunt, ut non nisi ex autopsia species accurate extricari possint.

Plures hujus insecti parasitici species existere minime dubito etsi non otium ipse habuerim easdem microscopio observandi et distinguendi, sed Caligum productum *Mülleri* non peculiarem speciem sed foemellam curti esse, ex observata generationis copula concludo; per plures enim dies curti et producti cohoerentes vidi, ita quidem, ut thorax producti ad caudam curti affixa esset (fig. 6.) attamen foemellam, quam *O. F. Müller* productum vocat, sub nomine ejusdem specifio reddam:

Caligus productus (praecedentis foemina mihi visus.) fig. 3 et 4.

Caligus corpore elongato cauda imbricata tetraphylla *O. F. Müller* Entomostr. p. 132. Tab. XXI. f. 3. 4.

Binoculus salmoneus *O. Fabr.* Faun. Groenl. p. 264.

Hemorlaus Schriften der Berlin. Nat. Freunde I. p. 56. t. 3. fig. 17.

Statura major ac longior antecedente flavescens fig. 3 et 4.

Clypeus seu testa arbiculari-oblonga supra (fig. 3) convexa, subtus (fig. 4.) concava, ut in praecedente, et emarginata. Margo ciliis minutis crenulatus, anticis subtruncatus utrinque cirrho minuto seu antennula setacea brevi ac subjacente tuberculo lenticulari instructus. Cavitas clypei varia continet organa, tendinibusque binis transversis (*b b*) in tres dividitur areas, antica complectitur varias glandulas, pedes duos unguiculatos ac rostellum intermedium reflexum (*d*), quale in cimicibus. In media area pedes bini majores, quorum uterque unguiculis duabus uncinatus et glaudulae duae seu cotyledones (fig. 4.) majores. Medium posticae areae occupat lamina ciliata (*h*) basi gemino tuberculo affixa (*i i*) in processu dilatata et extra marginem clypei exporrecta, haec tegitur pedibus quatuor natatoriis seu branchialibus. Abdomen pectore angustius duploque longius dorso, basi tegitur lamina subquadrata

ab apice ad medium usque divisa (*ef*), infra hanc porriguntur binae laminae plica longitudinali corrugatae (*bf*) apice introrsum erosae medio dorsi distantes; hae (*bf*) alas, illa (*cd*) elytras mentiuntur, iisque coleopteris uti rostello hemipteris insectum hoc classi apterorum adscriptum accedit. Infra longiores (*bf*) fig. 3. prodeunt lamellae binae oblongae hisque lobus obtusus prominulus subjacet. Utrinque prospiciuntur foliola caudae bina, superiora fixa integra (*n*) inferiora pendula denticulata (*o*) utrinque filamenta (*ll*) seu ovaria corpore triplo longiora (*ll*) ac infra lobum orientia incumbunt. Pars inferior abdominis (fig. 4.) basi instruitur lamellis quatuor parvis serie transversa dispositis (*ii*) harum intermediae (*k*) rotundatae, planae, laterales distantes, plicatae seu foveatae. Infra has series alia ex quatuor laminis oblongis (*ll*) aequalibus; pars intermedia ventris nuda cava (*b*) medio carinata. Juxta carinam utrinque glandula prominet (*mm*) ac intra infraque glandulas cauda ex binis foliorum paribus composita (*nnoo*) affixa est: par superius (*nn*) oblongum sessile, inferius (*oo*) flabelliforme apice ciliatum basi juxta carinam pedicello suffultum instruitur. Foliola et lamellae mobilia sunt.

Animalculum hocce parasiticum primum ex squali cute lectum, ubi celeb. *Herbst* observavit, unde nomen *Femorlaus*, postea vero etiam in Salmone repertum est. Fila-

menta caudalia (*ll* fig. 3. et *pp* fig. 4.) corpore ipso triplo longiora ovariorum munere fungi, vix credo, equidem nescio, *tubuli* sint filis caudalibus Lernearum similes; sunt enim setae tenuissimae diametro aequales apice obtuso et structura ut videtur fibroso-musculari, at ne quidem lentis ope ullum ovulorum vestigium in tubis sic dictis vidi, sola annulorum rudimenta insunt. Historia ac cognitio horum animalculorum mihi nondum exhausta videtur, imo vix incepta est, quod, ut probem, varias in Brasiliae Coryphaenis et Squalis collectorum Monoculorum formas in figura 5 et 6 ad vivum pictas addere liceat. Innumerabiles imprimis Monoculi Coryphaenae hippuridis operculo et radiis membranae branchiostegae affixi, partim generationis coitu copulati (fig. 6.) partim singuli et minores, forsan juniores, tam diversas et proteas induunt formas et tanta colorum, partium et formae et magnitudinis varietate ludunt, ut more Cyclopum ex Naupliis *) transformantium vel transmutatorum, metamorphoses quasdam subire videantur. — Certa ac plura dies doceat!

---

*) *Nauplius* a *Müllero* primum tamquam species distincta delineatus ac descriptus, a *Jurino* Genevensi iterum iterumque revisus et postea a *Ramdohrio* (Beiträge zur Naturgeschichte der Monoculus-Arten, Halle in 4. 1805 pag. 5.) per omnes metamorphoses observatus nil aliud est, quam Cyclops in metamorphosi. Nauplii non sunt species sed personae in Cyclope transformando. v. *Fabric.* supplem. entomologiae Systematicae 1798. pag. 306.

Singularem interea Monoculi vel Caligi speciem vel varietatem, quam et in Camtschaticis piscibus legi in figura 5. propterea delineavi, quoniam cauda uncinulata et antennae duplicatae ac ciliatae sint, et quidem continuo, ita, ut easdem partes semper ita constructas in omnibus perspexerim.

Copiosissime insectum hoc (fig. 5.) crustaceum ex Squalis brasiliensibus jam antea lectum sed statura paulo majori visum fuit (diebus 12 ad 14 mensis Decembris anno 1803) eandem exacte speciem fuisse, decernere nolo, quoniam eodem tempore objectis naturalibus gravioribus ac mihi imprimis multo carioribus disquirendis ac perscrutandis (v. gr. cum Cancro brachiuro globoso coccineo, Oceanum in Archipelago Brasiliensi promontorium frigidum alluentem rubram tingente et superficie quasi sanguinea interdum obducente, pisi sativi magnitudine, et cum Beroë nova sanguineo venosa) occupatum me haberem ac impeditum, quo minus Entomostraca pusilla observationibus microscopicis persequerer. Hoc saltem ex observationibus meis elucet, quod, cum Monculi in diversis piscibus et maxima copia collecti coloris magnitudinis et figurae varietate ludant et partium adeo structura varient, vel species distinctae ac re vera diversae sint, vel metamorphoses tantum plures subire soleant, deinde et species Caligi

curti et producti apud *Müllerum* ipsa natura in unicam speciem confluere, ex observatione Camtschatica, in qua curti et producti copulati reperti sunt, comprobatur.

Complura denique Entomostraca pusilla et microscopica profecto nova noctilula describenda essent, quae vero, cum speciebus multo grandioribus ex *Herbstii* celeb. aliorumque iconibus jam cognitis similitudine ac forma fere congruerent, et eandem ob causam non delinearentur, silentio praeterire oportet. Hoc tamen de illis dicam, naturalem eorum magnitudinem aciculae capitulum minime superare, eorumque formam nudo oculo inspectam vix lineolam, quam comma vocant, referre.

Nihilominus tamen cancelli illi microscopici vix lineolares, nudo oculo vix conspicui sed incredibili copia in Oceano dispersi, ab undis agitati, scintillas noctilucentes triplo ipsis majores et fere lenticulares propullulant, et interdum ipsi ex Oceani aestuantis fluctibus propulsi minoribus scintillis similes asperguntur. Centies aquae marinae diversissimo modo noctilucentis scintillas enucleavi et oculo armato indagavi et semper cancellos ipsis scintillis minores cognovi, quam ob rem et cancellos, (minime vero Medusas, quas nuperrime *Macartneyus* * An-

---

* *Macartney's* observations upon the luminous animals in Vol. II. Actor. anglic anni 1810. (Philosophical Transact. of the royal society of Lon-

glus pro vulgatissimis aquae marinae luminibus habuit) et si Medusarum lumina aliorumque quae Beroë vocant animalium ovato gelatinosorum costis octo ciliatis remigantium vel trementium et Salparum effectum probe norim, nec varia in variis regionibus et maribus visa lucis phaenomena ex una eademque causa semper deducam *), vulgaria tamen et in borealibus adeo maribus communia undarum lumina efficere censeo, cancellorum enim lumina ab aliis facillime distinguuntur, scintillas semper referunt et quasi in undis scintillant, quia ex celerrima animalculorum agitatorum reactione et caudae imprimis motu convulsivo oriuntur crustaceis peculiari, seu potius per creberrimam et a motu hocce musculari irritatam respirationem perficiuntur. Cancelli isti nimirum fluidum aëreum hydrogenio - phosphoratum exspirare videntur, quod aëris atmosphaerici tactu lucis speciem efficit.

Cancelli isti noctilucentes quorum plures in tab. 21 et 22. collectionis iconum historiam itineris *Krusensternii* circum terram illustrantium delineati sunt, semper Macrouri fuere,

---

don for the Year 1810 part II. pag. 284. pag. 260) „appeared to be precisely the same sort of points that illuminated the whole of the sea at the time. They were there fore in alt probability the minute Kind of Medusa, wgich i shall have occasion to describe hereafter" et aliis locis.

*) Vid. explicationem Tabulae XXI. et XXII. in Volumine IVto itineris *Krusensternii* et tractatum de animalibus marinis noctilucentibus.

hoc est ad ordinem Astacoideorum tantum pertinent, Brachiuri *(Krabben)* vel Carcinoidei quotquot inventi sunt, numquam noctilucentes.

Plurima vero omnium noctilucentium Cancellorum genera inventa Arthrocephala podophthalmo-macrophthalma malacostraca polypoda et branchiogastra fuere vel cute molli vix crustacea saepius gelatinosa cancelli plerique noctilucentes obducti segmentorum vix vestigiis notati oculis praegrandibus vel pedicellatis distincti et pedum ex communi basi enascentium paribus numerosissimis setis ubique hirsutis plerumque penicillatis instructi, quorum modo anteriores, modo posteriores longiores et in posterioribus plerumque branchiarum apertarum functio cernitur; generibus caeterum Penaei, Palaemonis, Cragonis, Squillae, Mysis, Phronimes, Thalitri, Zoës affines, nec non Entemostraca Cyplopi ejusque Naupliis similia lucem splendidissimam exspirarunt, dum lintei ope haec animalcula, ab aqua marina Oceani orientalis, in qua noctilucentia innatarunt, separarem iterumque in vasculum vitreum, aqua marina recens hausta repletum rejicerem. Ex Naupliorum vel Cyclopum numero speciem unguibus reversis armatam coerulescentem maris Camtschatici in figuris septima et octava naturali magnitudine et microscopio auctam delineavi et in figura nona inermem minorem roseam adjeci.

Cyclops armatus. Tab. VIII. fig. 7 et 8.

C. coerulescens, antennis quinque articulatis recurvis, corpore subarticulato, manubus unguibus recurvis armatis, cauda bifida utrinque setosa.

Cyclops marinus chelifero *Mülleri* (Zoolog. Danicae prodr. 2413) ex aquis dulcibus affinis sed minor, oculo enim nudo lineolae, quam comma vocant magnitudinem (fig. 7.) vix attingens oculo armato inspiciendus (fig. 8.) et delineandus fuit. Corpus elongatum acuminatum segmentis vix distinctis farciminis facie. Caput subtruncatum antice in rostellum productum. Oculus punctum nigrum. Antennae articulis quinque setosis compositae cornuum caprineorum vel Cerambicum instar recurvatae extremo setis quinque terminatae. Palpi biarticulati setosi. Thorax, crassiuscula pars corporis subtus primo pediolorum brevissimorum pari setoso et manubus longissimis subclavatis pendulis obsitus. Manus binae pendulae crassiusculae articulis tribus brachiatae, digitoque unguiculato antrorsum verso armatae. Duo paria pedum quadriarticulatorum deflexa manubus proxima, duo paria pedum longiorum aeque reflexa, posticum longissimum, omnia caeterum ex communi simplici basi enata. Infra hos congeries pedum capillarium minus distinctorum setis confusorum. Cauda fissa bipinnata, pin-

na utrinque quadriseta. E scintilla noctiluca reliquis splendidiore inter cancellos noctilucos saepius ex linteo aqua marina transfusa collecta animalculum hocce prodiit.

Cyclops inermis. Tab. VIII. fig. 9. *a b.*

C. roseus, antennis triarticulatis, reflexis, setosis, corpore subarticulato breviusculo subtus setoso, cauda bifida setosa-penicillata.

C. atomon oblongum (vid. fig. 9. *a.*) praecedente multo minor, marinus, animalculis aquarum dulcium v. c. quadricorni et minuticorni *Mülleri* (Entomost. 14. et 15. pag. 117.) quodammodo affinis, sed noctilucus. Corpus roseum crassiusculum versus caudam attenuatum, medium percurrit intestinum rubrum. Thorax integer. Antennae breviusculae setis hirtae. Cauda segmentis septem decrescentibus subarticulata ad extremitatem fissa vel bipinnata, pinna utraque biseta. Pedes antici vix ulli postici indistincti, in pinnam setosam sub cauda confluentes. Animalculum hocce oculo nudo vix conspicuum in tenebris nocturnis scintillulam ipso majorem Oceano reagens et agitatum exhalat, et microscopio visum figuram 9. *b* exhibet.

Plures et varias quidem formas, quas cancelli noctilucentes marini microscopici magnitudine naturali praece-

dentis induere solent, si lectores ope microscopii magnitudine auctas videre cupiant, in Cancrorum et Astacoideorum iconibus celeberrimi *Herbstii* Cancrologi Tom. II. tab. XXXVI. In Gammaris et Gammarellis. tab. XLIII. fig. 5. (Garnel-Assel) Gammarello pedunculato oculis maximis pedibus triginti quatuor conspiciant. Astacoidea haec *Herbstiana* minime quidem species eaedem microscopicae et noctilucentes sunt, sed e contrario ob luculentam magnitudinis et substantiae crustaceae discrepantiam omnino diversae; attamen Astacoidea a clar. *Herbstio* naturali magnitudine delineata, non noctiluca, grandiora haec pusillorum illorum noctilucentium, si microscopii ope aucta magnitudine inspiciantur, formam exacte referunt, ita, ut characteres adeo omnes microscopicorum noctilucentium e. g. oculi praegrandes, pedicellati, pedum hirsutissimorum setis penicillatorum congeries structuram et copiam, pedum denique ex communi articulo radicali enascentium paria ac insertio eorum singularis nec non distributio, thorax plerumque articulatus, vel, ut, in Arthrocephalis cum dorso et capite confluens, gelatinosus, diaphanus, corporis ipsius et caudae interdum penicillatae habitus et forma quaedam paradoxa etc. in iis concurrant. Videtur itaque, naturam voluisse specierum quarundam majorum Astacoideorum formam in microscopicis noctilucentibus imitari. Sed suffi-

ciant haec de animalculis noctilucentibus dicta, alio loco et tempore plura de iis dicam.

IX.

ONISCI.

Cancris vel potius Astacoidibus proximum est Oniscorum genus et quidem per Gammoros et Squillas, intercedentes et transitum perficientes omnium maxime affine. Sed differunt Onisci numero pedum, quorum septem habent paria eorundemque proportione, carent deinde thorace integro et capite indiscreto nec non oculis pedicellatis, quae in Astacoidibus et Squillis reperiuntur. Oniscis est corpus in septem loricas sectum, caput distinctum et oculis infixis sessilibusque ut in plerisque Insectis instructum. Antennarum autem numero, oris structura et (speciebus quibusdam) adeo cauda et habitu corporis plurimae Oniscorum species Cancros macrouros vel Astacos imitantur. Dissensus vero inter *Linnaeum* et *Pallassium* exstat de majori vel minori Sqillarum quarundam affinitate earundemque ad Oniscorum genus propensione, qui ex manca generis, ut videtur definitione vel charactere dubio prodire, nec prius quam dubiae istae Squillarum species denuo examinatae et characteres Cancrorum et Oniscorum firmiores et plures

stabiliti sint, dirimitur vel resolvetur. *Pallas* non sine veritatis specie ait „Maxima praesertim cum Squillis est similitudo *Oniscorum compressorum cauda inflexa*, quos ideo Oniscos *squillaeformes* vocare amo et methodici recentiores, ob analogiam habitus, ad Cancros plane retulerunt. Ita sane squillas corporis atque natatu aemulantur, ut nisi *pedum numerus* et *segmenta corporis* *) praesertim obstarent, lubens istorum vestigia sequerer. Sed cum Oniscis potius omnium **) partium numero, proportione situ et structura ***) conveniunt haec animalia, imo per intermedias quoque istorum species cohaerent, ut genere distingui omnino non possint, mirumque sit, *Linnaeum* hanc affinitatem neglexisse." Squillae igitur plures apud *Linnaeum* Cancrorum generi adscriptae a *Pallassio* ad Oniscos relatae sunt e. g. pulex marinus (a *Frischio* Insect. part. VII. tab. 19. et

---

*) Si pedum numerus auctus et corporis segmenta indubiae generis Oniscorum sint conditiones. Cancelli isti noctilucentes marini l. c. depicti prorsus non Cancelli sed Onisculi definiendi sunt et Gammari et Gammarelli, Squillae et tota Cancri linearis et Atomos familia Onisci.

**) Ergo in reiterando examine omnes partes perlustrandae comparandae et distinguendae erunt.

***) Oniscis aquaticis branchiarum singularis est structura et a fabrica branchiarum in Cancris robustiore et aperta omnino aliena et maxime diversa, ex quo intelligitur, sententiam *Pallassii*, licet illa ob habitum Squillarum Oniscis simillimum, veritatis speciem habeat, tamen nondum comprobatam esse. Structura branchiarum utriusque generis differt et hanc ob causam quaestio nunc, an Squillae Cancri, an Onisci sint, sub judice lis est.

Roeselio Insect. Vol. IV. tab. 62. egregie depictus) Locusta, Gammarellus, Cancellus Sibiricus vel Phryganeum fluvii Angarae *Stelleri*, volutator vel Astacus crassipes *Gronovii*, grossipes *Linn.* et tota Cancri atomos, filiformis et linearis *Linnaei* vel Caprellarum *Lamarkii* familia (squillam quadrilobatam et Gammarum pedatum *O. F. Mülleri* complectens v. Miscellan. Zoolog. tab. 14. Spicilegia Zoolog. fasc. IX. pag. 50 — 80. Tab. IV.)

Paucas tantummodo in itinere occurrentes Oniscorum species et quidem marinas disquirendi et investigandi occasio mihi fuit, attamen iisdem in statu vitae observatis, silentio hic praeterire non possum, me assumptis testibus *Loewensternio curioso et Hornero* branchias subcaudales lamellares earumque motum respiratorium in binis Oniscorum speciebus, altera nempe majori, *Entomon* dicta et egregie a *Pallasio* descripta, altera minori vulgari, *Cymothoa Fabricii* obvium conspexisse, a Cancrorum respiratione et branchiarum structura omnino diversum, quae si in omnibus Oniscorum vel saltem aquaticorum structura et motu eaedem et constantes permanerent, optimum et luculentissimum Characterem praeberent. Organa enim respirationis horum Oniscorum a branchiis Cancrorum maxime diversa, subcaudalia membranulae arachnoideae sunt foliolis oblongis mobilibus vasculosis expansae ad utrumquae

caudae inferioris latus imbricatim dispositae, sensim longiores cavo subcaudali scaphoideo pyramidato valvulis utrinque longitudinalibus clausilibus instructo inclusae. Valvulae binae longitudinales, utrinque clausiles testaceae subcaudales valvarum portatellae instar in diastole aperiuntur, in systole recluduntur, ascendunt in diastole foliola articulo mobilia sensim ex receptaculo subcaudali, explicantur aquae adpulsae, iterum in systole reponuntur et valvulis obteguntur. Ex hac organorum respirationis membranosarum ac tenerrimarum structura et motus descriptione intelligitur, organa non ut in Cancris aperta et robusta sed potius teneriora et clausa esse. Omnino quidem partium harum structura icone ad vivum picta illustranda esset, sed cum locus et ambitus dissertationis hujus, iconibus jam pluribus auctae, hoc non permittat, alio loco de charactere Oniscorum generico dicam et de branchiarum structura et motu observationes iconibus quibusdam ad vivum pictis, quarum explicationem ad aliud tempus mihi reservo, illustratas communicabo.

Hic igitur loci nil aliud mihi restat, quam quod Oniscorum Camtschaticorum species breviter indicem, cum plurimae jam ex aliis regionibus et a *Pallassio* egregie descriptae ac delineatae sint.

1) *Oniscus Entomon.*

Germanice *Schachtwurm. Klein* Dubia circa *Linn.* Class. p. 28. fig. 1. 2. 3. *Pallas* spicil. Zool. fasc. 9. t. 14. pag. 64. 65. 66.

Maxima et indubia Oniscorum species in mari baltico et Oceani orientali ubi major obvia, et ab indefesso *Stellero* jam prope Awatscham 1741 observata ac descripta sub titulo „ Squillae magnae testudinatae magna caudae vagina conico - acuminata, integra. "

Descriptio Camtschatici.

Corpus tripollicare oblongum, ad caudam acuminatum, durum, Capitis galea lunata antice cava, extremitatibus lateralibus incisura profunda bilobis. Oculi obsoletissimi convexi centro atri, ad incisuras galeae utrinque positi. Antennae quatuor, mediae parvulae. Scutum corporis septemloricatum; loricarum utrinque portio lateralis sulco vel sutura discreta, nec tamen mobilis, in primo segmento subquadrata: reliquis triangularis acutissima, unde margines scuti serrati. Abdomen glabrum vix scuto mollius. Cauda quadriloricata, loricis tribus prioribus utrinque angulo productis imbricatis, quarta mutica angustissima, scaphae subcoalita. Organa subcaudalia jam descripta. Pedes antici sex cheliferi, chelae depressae margine utroque villosae, falcula

subulata, apice nigra prehendentes. Postici quatuor parium reflexi, retrorsum sensim majores depressi, tarsis triarticulatis planis subimbricatis, interiore margine villoso fimbriatis, extus serratis spinulis setaceis in extimo cheliformi insignioribus. Falculae omnium ut in primoribus. Color sordide flavescens in dorso cinerascens, singulae loricae fusco areolatae utrinque alboguttatae: piscatorum fila rodit et pisces varios, cum Harengis praeprimis capitur. Uberiorem descriptionem in posterum icone illustratam dabo.

2) *Oniscus scolopendroides.*

Pallas spicil. Zool. fasc. IX. tab. 4. fig. 15. *Martens* Spitzb. t. P. f. 1. *a. b. c.*

Longitudo digiti transversi, rarissime pollicaris. Corpus filiforme varicosum, septem articulorum, e quibus posteriores sensim minores. Antennae majores dimidia corporis longitudine, intermediae sub majoribus dimidio breviores, exiliores. Palpi ad os exiles et prope os brachiola duo minuta chelifera, qui primum par efficiunt pedum. Ad finem articuli secundi praelongi brachia duo insignia chelis magnis ventricosis instructa. In tertio et quarto articulo utrinque vesicula ovata loco pedum, et in faemellis ovariorum receptacula foliacea. Articuli posteriores pedibus ambulatoriis instructi in postremo articulo longioribus

parva chela terminatis. Haec oniscorum species a Cancro lineari atomos et filiformi *Linnaei* vix differt, jam a *Stellero* nostro 1741 in portu divi Petri et Pauli Camtschatico observata et a me in fruticosis Sertulariae longissimae et spinosae fasciculis per ancorae dentes avulsis, et cum ancora sublatis visa. Cymothoam praeterea littoralem et pelagicam Oceano orientali propriam vidi sed aliorum objectorum mole impeditus et accumulatus non potui quin omnia haec una absolverem.

X.

APPENDIX DE ACARIS et RICINIS CAMTSCHATICIS.

Acarorum multae et Ricinorum, Pulicum et Pediculorum omnes species parasiticae, hominibus et animalibus calidioribus odiosae, adversariae et ingratae, eandemque ob causam minus cognitae. Etsi Insecta lepidoptera et coleoptera imprimis propter colorum splendidissimorum varietatem oculis jucundissima sint, eorumque cognitio inter omnes fere animalium classes maxime exculta sit; tamen de apteris hoc non valet, quippe quae, cum non eodem principatu condecorata sint, sed tetri potius, foedi et suspecti quidquam habeant et per formam paradoxam, turpem ac horridam plures teterreant, fugitivo tantum et interdum timido oculo a scrutatoribus Entomologiae inspecta

et quodam modo injuste *) neglecta sunt, quam ob rem ad haec ipsa injuste neglecta, ut pari in cognoscendo passu cum prioribus prorsus progrediantur et cura eadem et studio perscrutentur, animum advertendum putavi.

Araneas et Phalangia ad divi Petri et Pauli portum Camtschaticum non vidi, sed Acari nonnulli, quorum alii in aquis viventes, alii parasitici ad perscrutandum oblati, objecta memoriae satis digna suppeditarunt.

Acari, quoad formam, colorem, magnitudinem tam diversi occurrunt, ut vix pro unius ejusdemque generis speciebus primo obtutu habeas. Sunt aliquae araneiformes, minimae, non omnino parasiticae, aliae majores, ovato folli-

---

*) Celeberr. *Pallas* sequentibus verbis ex animo mihi scriptis sententiam meam confirmare et comprobare videtur „Multa in his (apteris) restant posteris celebranda! et optandum ut aliquis *Clerkii* in Araneis Europaeis laborem secutus Acarorum invisibilem paene gentem iconibus illustraret, simulque *Redii* in pediculis laborem nitidiore Iconographia retractaret et augeret. Ludimus in Papilionibus, quorum venusta turba parum ad nos pertinet et aptera Insecta, quae cognitione eo magis digna sunt, quo magis nobis et animalibus damnifica, negligimus“ vid. Spicil. Zoolog. fasc. IX. pag. 30. De eadem persuasum me habui opinione, cum Insecta Brasiliensia et insulae australis cujus littora adgressi sumus, nec non Sinica ac Japonica perlustranda mihi erant, Araneas igitur complures Brasiliae majores et minus vel nondum cognitas ad vivum pinxi et per analysin exposui, quas in posterum cum Sinicis et Japonicis novis in fasciculum conjunctas communicabo, idem hoc faciam de Cancris, Oniscis, Tritonibus et reliqui animalibus marinis nondum cognitis, quorum icones in itinere nautico trienni circum terram jussu *Imperatoris ALEXANDRI I. REDEMTORIS EUROPAE* et gubernante *Krusensternio* feliciter peracto ad vivum delineavi.

culosae, turgidulae omnino parasiticae, quae hoc genus, cum insequenti Ricinorum et Pediculorum genere per thoracem subdiscretum consociare videntur.

„Vix tria" celeberrimus *Pallas* inquit „Insectorum genera inveniuntur, quae per omnia membra tanta varietate et admiranda structura ludunt, quam Acari, Araneae et Phalangia. Acari octopedati, thorace et oculis destituti capiteque vix minimo rostrato palpis adminiculato pollentes primum Naturae ab Insectorum hexapodum turba ad multipeda transeuntis gradum constituunt, dum istorum infimo generi Pediculis puta apteris saepe chelato pede aut indiscreto thorace anomalis *) aliqua structura praesertim oris similitudine, natura et vitae genere se adsociant.

Ab Acaris ad Araneas, quam pronus sit transitus, nemo non videt. Diversissima nihilosecius est Araneae compositio. Nonsolum enim thorace discreto gaudent Araneae et oculato, sed acephalo, verum etiam praeter octo pedes Acarorum brachiola habent duo ori adminiculantia, ipsumque os palporum loco (qui tamen Acaris etiam nonnullis

---

*) Pediculus acaroïdes a *Pallassio* in Didelphide Brachyura observatus est, quem nemo non Acarum diceret, nisi senarius pedum numerus vetaret. Haec species igitur ejusmodi Anomaliam refert.

uncinulati sunt) chelis instructum, falcula veneniflua corripientibus.

Quod Acari perpauci callent, e papilla abdominali fila ducere, id Araneis fere omnibus solimne est, idem vero artificium in proximo Phalangiorum genere, Aranearum maxime affine perit.

Phalangiis sunr oculi bini, quaterni ad summum seni, brachia longissima et multiformia, chelae oris majores et saepe, ut sunt in scorpione, didactylae.

Opiliones seu Araneae longipedes, quarum species nostras (Phalangium Opilio *Linn.*) a *Linnaeo* inter Phalangia relata et quarum nonnullas ad Awatscham fugitivo oculo vidi et cel. *Pallas* speciem belgicam descripsit, neque thoracem habent distinctum neque pedes motorios distinctos, neque brachia majuscula, qua de re Opilionum genus peculiare stabiliendum esset.

Majori jure Acarus Cancroides ob insignem brachiorum cheliferorum apparatum ad Phalangia referretur, si thoracem distinctum et pedes motatorios haberet, ob oris quidem bipalpis structuram prorsus Acarus est. Acari Cancroidis praeterea etiam hanc ob causam mentionem feci, quoniam hocce Insectum copiose in pane bis cocto nautico nidularetur simul cum Curculione quodam pusillo farinario affini, qui ante prandium ex diffractis placentis

malleoli ope protrudebantur et quorum plura specimina ex itinere ad Haffniam redux, amico Lipsiensi, *Schwaegrichenio*, Entomologo et Botanico celeb. misi. Setae singulae, quibus chelae hujus Acari obsitae erant, mobiles fuere, quod in Europaeis nondum vidi.

Nunc ex observatione microscopica Acarorum meorum Camtschaticorum ea proferam, quae ad confirmandum characterem genericum *Linnaei* inserviunt. Omnes octopedati fuere. In haustello *Linnaei* nil aliud cognovi, quam rostrum tubulosum. Vaginam bivalvem non vidi. Haustellum non cylindricum est, sed conicum, ab utroque latere palpis aeque longis inclusum. Palpi enim duo aequales haustelli longitudine in omnibus adsunt, ut hoc ex figuris meis Acarorum aucta magnitudine delineatis cernitur. Nunc ad species singulas Acarorum Camtschaticorum transeamus.

Unica tantum species Acarorum minutissimorum non omnino parasiticorum ad Awatscham occurrit, quae ad priorem hujus generis familiam numeranda est, reliquae omnes parasiticae sunt et per corpus oblongum thorace modo subdiscreto, modo subindiscreto diversum ad Ricinos et Pediculos transire videntur. Ricinus quidem vox ambigua est et, quatenus genus vel speciem indicat, variae significationis est. *Acarus* Ricinus *Linn.* est animalculum grandiusculum octopedatum parasiticum ovato globosum

oculis destitutum magnitudine lenticulari vel fabae minoris, bobus, canibus, ovibus et avibus adhaerens pedibus et rostro cute infixis, ita, ut potius verrucam quam insectum refert.

Ricinorum vero genus apud *Fabricium* et Francogallos animalcula continet pusilla pediculis humanis similia *sexpedata oculis* instructa sed in variis animalibus multivaria, Pediculos avium compectens, quae a *Dumerillio Ornithomyza* a verbo ὄρνις, avis et μύζω sugo composito, dicuntur. *Cuvier* et *Lamark* (Sysétme des Animaux sans vertebres p. 183.) Pediculos avium ètiam separarunt et Ricinos dixerunt sub hoc charactere" Antennes plus courtes, que la tête. Deux yeux, un suçoir très court, accompagné de deux crochets. Corps applati; corcelet distinct de la tête et de l'abdomen. Six pattes. *Tous les Ricins sont parasites dés oiseaux.*" Observatum quidem est, pediculos avium plures capite bimucronato thorace distincto et subdiscreto, abdomine utrinquè serrato, setoso, segmentis subdistincto, subtus acuminato, bifurcato, setoso vel angulato, ab aliis animalium pediculis differre; ac omnino necessarium videtur, discrimina haec colligendi et pluribus scrutiniis et exemplis augendi, ut ad firmiorem et certiorem novi generis Ricinorum stabiliendi basin inservire possint. Ejusmodi vero conamina non in compendiis et binis

tantum verbis in bonam fidem scriptis, sed per completiorem Iconographiam specierum omnium novo stabiliendo generi subjungendarum et per analysin partium ad confirmandum characterem genericum selectarum exhibenda, nisi praematurae originis et dubii ambiguitatisque vestigia ferre velint. Redeamus ergo ad pia vota *Pallassii* jam citata et certiores nos faciamus persuasione *Frischii*, cujus verba jam 1733 conscripta „vocem latinam Ricinorum adhuc ambiguam esse," hodie adhuc vera sunt et valent. Ricinum unicum in pediculo Pelecani in divi Petri et Pauli portu Camtschatico ad vivum delineavi, ex quo Character generis Ricini recentiorum quodammodo cognoscitur.

1. *Acarus respirans.*

Acarus globosus, araneolaeformis, miliaris, coccineus, marinus, littoralis, motu respiratorio in dorso conspicuo distinctus.

Habitus araneolae coccineae holosericeae aciculae capitulum magnitudine vix superantis, Araneolae aquaticae *Frischii* (Insect. Part. VIII. tab. 3. pag. 5.) similis sed minor, scopulos littorales Camtschaticos ad divi Petri et Pauli portum investiens et submarinos adeo irreptans. *Corpus* globosum holosericeum cinnabarino-coccineum, pedibus subtus octo ex communi basi oriundis, anteriora versus

insertis instructum. *Pedes* articulis radicalibus in aream quasi orbicularem consociati more opilionum inseruntur et motu libero ut totidem capitula globosa in acetabulis articulantur, posteriores quinque articulati. Articuli quatuor superiores setis utrinque tribus pinnati. *Os* armato tantum oculo conspicuum in tubo conico cernitur, cujus amplior pars inter binos pediolorum anteriorum paulo breviorum articulos radicales exoriri videtur et vix anteriore globosi corporis subrostrata parte prominet. Papillae binae in media et inferiore corporis globosi parte conspicuae circa pedum posteriorum insertionem immersae, *organa generationis* mihi visae.

Corpus in dorso vel ad haemisphaeram superiorem motu alterno turgescente iterumque remittente follis instar inflari ac relictis in systole fossulis quaternis iterumque relabi videbatur. *Fossulae quatuor dorsales* momentaneae oculo armato conspicuae et motu alterno in diastole iterum remotae resolvuntur reciproce in dorsum convexum. Primo intuitu corpusculi coccinei motu alterno formam variantis dubius haesitavi, an motus respiratorius, an arteriosus sit; sed cum in regressis et reimmersis animalculis sub aqua inundatis motum sublatum animadverterem nec in corporis superficie holosericea continuo inflata et fornicata, donec aquis submersa esset, fossulas conspicerem; respiratorium

putavi et quodammodo quidem voluntarium, quoniam ille in iis ex aqua egressis contactu aëris atmosphaerici iterum excitaretur. Respirationem enim horum animalculorum in solo aëre, minime vero in aquis fieri posse, ex pluribus observationibus compertum est.

Phaenomenon igitur hocce singulare, quod per actionem vitalem satis manifestam in animalculo non nisi statu vitae observando perficitur, nominis ansam praebuit, quippe quod mihi satis distinctum videbatur, quo species colore coccineo, superficie holosericea, habitu araneiformi et magnitudine miliari cum pluribus aliis conveniens, vitae genere tantum diverso distincta, distingueretur.

Color coccineus non in intestinis sed in solis integumentis locum habet et oleosae vel resinosae naturae vel substantiae esse videtur, quod ex separatione humorum albicantium nempe et purpureorum, si acarus obtritu vel conculcatu dilaceretur, comprobatur. Succus corii ruber cum illo albicante ex disruptis intestinis effluente minime miscetur sed in filamentosis quasi rivulis ad corium dilaceratum holosericeum redit et in oeconomia animali Acari submarini eodem usui, ac pennarum in Mergis, Alcis, Laris, aliisque avibus marinis inunctio pinguedinosa et piscium oleosa natura inservire videtur.

Oculos et glandulas textorias nec lentis ope neque microscopio composito conspicere potui, quam ob rem species haec, quae formam araneolae induit, a natura Acarus est.

Ex Ulvarum et Confervarum gelatinosis humoribus forsan et animalculis ibi tegentibus nutriri videtur, numerosiorem enim horum Acarorum copiam semper in scopulis Ulvis et Confervis obductis vidi. Ab aliis Acaris rubris v. g. Aphidioide, Batatas, Phalangii, Longicorni, ovato littorali, Appendiculato, Vitis, Pigro et rubente Muscorum, Praegnante, Coccineo pedibus sex, Sambuci, Tinctorio, Aquatico et Holosericeo submarinus vel Acarus respirans Camtschaticus satis distinctus. Iconem Acari hujus pusilli in Iconographia Aranearum exoticarum communicabo.

Acari sequentes ex familia eorum qui a luxuriantibus aliorum animalium humoribus nutriuntur vel parasitici dicuntur, magnitudine habitu et familia etiam differunt, sunt enim vel majores folliculosi, vel minores thorace subdiscreto distincti ad Ricinos vel Pediculos transeuntes. Folliculosi corpore gaudent thorace indiscreto dilatabili, ita, ut maximam pro ratione animalculi humorum copiam absorbendo suscipere et corporis volumen folliculi instar dilatabilis replendo augere possint, hujus generis v. g. sunt

Acarus Ricinus *L.* Acarus grossus *Pallassii*, *Reduvius* de *Geerii* et plures alii, quorum numerum cum binis Camtschaticis statim delineandis augebo. *Reduvius* vero per thoracem subdiscretum jam ad Acaros ricinoideos inclinare videtur et Acarum Lari quem in Tabulae VIII. fig. 11. 12. 13. delineavi, aemulatur.

2. *Acarus (Canis) bi-unguiculatus.*
Tab. VIII. fig. 14. 15. 16. 17.

Orsodacna *Stelleri* Mnscrpt. клещи Ross.

Acarus parasiticus ovatus turgidulus, clypeo rostello pedibusque nigris biunguiculatis antennis clavatis.

Ad Acaros parasiticos folliculosos thorace indiscreto distinctos, qui a *Linnaeo* Ricinus, vel Ricinoides in specie dicuntur, adnumerandus. Nonsolum in canibus, sed etiam in sylvis et stabulis ligneis, in bobus, ovibus feris, cervis Alce et Tarando, in avibus *) et pluribus animalibus hospitatur. A corvis et graculis ovium et boum greges concomitantibus vescitur et ex horum animalium imprimis ovium pellibus enucleatur. Acarus etiam sylvaticus di-

*) Hujus formae speciem *Frischius* (Insect. Part. V. Tab. XIX. pag. 24.) in hirundine et cane, ego in Laris et canibus, in urso et Tarando nec non in Ove fera vel Argalide Camtschatico vidi, Houttuynius in Colubre hydro indico eandem vidit aliique eandem in testudinibus marinis repererunt, an eadem species fuerit *marina*? valde dubito.

citur, quoniam in sylvis et arboribus eorumque ramis radicalibus pedibus tantum posterioribus binis affixus anterioribus vero uncinatis porrectis transeuntes homines, animalia et imprimis canes venaticos insectatur et pedibus posteriori bus solutis, anterioribus autem forcipantibus inhaerescit. In hoc situ et motu insidiatrice transeuntes expectans figuram hirci exsultantis aemulatur et hanc ob rem hircus lignorum (Germanis vulgo *Holzbok* dicitur), Rostellum clypeatum nigrum cum antennis clavatis et pedibus circa rostellum congestis animalium corporibus sensim intrudit, ita, ut vix hoc sentiant, priusquam sanguinem jam exsugit et anchoris jam ex omni parte infixis sese confirmavit; nec remittit Acarus nimis esuriens et sanguinol(e)ntus priusquam sanguine satis absorpto ingluviem et folliculum corporis dilatabilem, quantum vix fieri potuit, impleverit, neque avelli potest sine magno dolore absque vi, nisi ex negotio se ipsum extrahat. Colorem vertit cinereum in coeruleo - violaceum per sanguinem sub cute diaphana perlucentem, macidus et vacuus folliculus corporis cano-albicans contractus et fere rugosus, sanguine repletus autem, turgidulus, dilatatus amplitudine et coeruleo tinctus est subglobosus simul ita ut pedes rostellum et antennae ad alteram extremitatem remotae pusillae vix in conspectum veniant. Species mea, quam in figuris 14-15, 16, 17.

naturali magnitudine et microscopio auctam delineavi, ab iis quae ex animalibus Europaeis ante me descriptae et delineatae sunt, pedibus biunguiculatis (vid. fig. 17.) differt. Nonsolum in canibus Camtschaticis (qui non latrant sed ejulant et noctu praedatum ire solent, ut Lupi, et in penuriam ex proviso volucria necant et qui mihi ex habitu et instinctu Lupi mansuefacti videntur) et Laris sed etiam in Canibus segaliensibus binis junioribus, quos Galawatschofius amanuensis nauticus a Centurione ad pagum incolarum, se ipsos Aïnos nominantium, explorandum missus secum inter alia memorabilia attulit, eandem speciem biunguiculatam reperii, species caeterum non admodum variare et ab Europaea deflectere solet, *Frischius* in Acaro Ricinoide (Canis) pedes non bi-unguiculatos sed ungue simplici armatos delineavit, quod et reliqui Iconographi fecerunt, qua de re differentiam specificam in hac duplice pedum falcula vidi (fig. 17. Tab. VIII.).

Descriptio
Acari bi-unguiculati Ricinoidei.

Corpus ovatum lenticulare, subrugosum, impressionibus hinc inde notatum; sanguine absorpto vero repletum ad fabae minoris amplitudinem accrescens, turgidum, animalium pellibus et cuti adhaerens, sarcoma globosum vel verru-

cam clavatam refert. Corpus eorum, qui sanguinem absorbent, motu lento alterno movetur, inflando nempe ac relabendo et in remissione quatuor fossulae (*a. b. c. d.* fig. 15. Tab. VIII.) ut in Acaro respirante conspiciuntur, corpus vacuum cano cinereum, sanguine repletum vero coeruleum, solis pedibus cum antennis clavatis et rostro clypeato nigris, in adhaerente Acaro non conspicuis sed corio vel cute animalium infixis.

Orificia vel poruli corporis quatuor, oculo tantum armato conspicua, bini inferiores et bini laterales, inferiorum alter sub rostello (fig. 16. Tab. VIII. *a.*) alter ad anum (fig. 16. *b.*) binae laterales rubescentes (*c. d.*), quae forsan spiraculorum funguntur munere. Porulus sub rostello (*a.*) conspicuus mucifluus ad ova adglutinanda inserviens.

Pedes octo ad alteram corporis extremitatem nigrorostellatam congesti, minuti, quinque- vel sex-articulati, articulo sexto bipartito, bi-unguiculato (vid. pedem biunguiculatum, Microscopio auctum fig. 17. Tab. VIII.).

Antennae vel Palpi *clavati*, tri-articulati, ad rostri basin utrinque affixi, rostello longitudine aequales. *Rostellum* minimum nigrum, conico subulatum, acutissimum ad basin vero in clypeum nigrum dilatatum.

In proemio de hac specie disserente unius tantum nominis germanici mentionem feci sed vocantur species hujus

formae etiam *Zacken* vel *Taeken* (in Saxonia inferiori) a verbo obsoleto *taken* adhaerere vel aggredi, ex quo Francogalli verba *attacher*, *attaquer* formarunt, Graecis Κροτων dictus. *Stellerus* in perscrutanda animalium Camtschaticorum natura indefessus observationem de Epigenesi Orsodacnae secundae *Moufeti* schedis suis Camtschaticis adjecit, quae mihi memorabilis admodum et digna satis videtur, quae publici juris fiat.

„*Orsodacna* alba, lineis in dorso inque medio interruptis spadiceis varia, secunda *Moufeti*, Rossis audit *Kleschtsci (Kneipzangen)* in sylvis montosis, pinetis praecipue, etiam in Sibiria - ad lacum Baicalensem ad finem Majii mensis, furiosi veluti in sylvis oberrantes, ingrediuntur praecipue collum et cervicem. Ejusdem cum Pediculis inguinalibus indolis sunt, loca pilosa amant, non tantum homines sed et canes aliaque animalia petunt. Intra tres aut quatuor horas ita profunde cuti se insinuant et ventre pinguescunt ut veluti pustulae turgidae seu verrucae ipsa appareant nec sine magna vi et maximo dolore avellentur.

Contritae stear seu adipem veluti fundunt nec nisi maxima vi adhibita conquassantur. Russi illis nomen dedere a forcipe, quod avulsae similem dolorem excitent, ac si quis forcipe vulneretur, vel quod forcipis instar cutem stringant.

Venenati quidquam istis inesse, vix quidem dixerim. Inflammatio enim et exulceratio subsequens a vehementi suctione et congestione sanguinis ad haec loca oritur.

Magnitudine raro duas lineas superat, dum macilenta et plana est; saturata autem venter figurae ovalis, caput una cum thorace, dum sugit, nullibi apparent, imo saepe a corpore avelluntur et in cute remanent, donec per satis dolorosam exulcerationem eliminentur.

Videor mihi rem aliquam invenisse in Orsodacna, quae omnes auctores hucusque suspensos tenuit, generationem scilicet Ricinorum in Musculis et sub cute Canum, Boum, Alcis, Rangiferi Junio et Julio *inventorum* tantamque stragem morte et contabescentia animalium edentium. *Orsodacna* e Nympha egressa plana ad Cimicem accedit duplicemque metamorphosin, vel, si mavis, Ἐπιγένεσιν patiuntur. Quae in arboribus manent et quibus non licet animalis vel avis cujusdam corpus intrare, post alarum explicationem ad generationem et deinceps ad moriendum cito se accingunt, neque ullibi amplius sub finem Junii comparent. Qui vero (velut hexapodes Pythagoraei) animalium corpora *ingrediuntur*, dum suctu viam panderunt, ipsam autem subeant ac intimius in musculos penetrant ibique ob mutatam et pinguem diaetam ita pinguescunt ventreque solummodo augentur, ut caput exile velut punc-

tum solum in conspectum veniat, totusque vermis in sua pinguedine, veluti Nympha lateat, absoluta sua periodo putrescit et sub puris forma e vulnere manat, *nec raro duriora capitis et cutis vestigia solummodo in ulceribus inveni residua,* ob id, quod in putredinem non tam cito resolvantur ac interranea, objicis annulos Ricini? videbis autem sub microscopio eosdem jam in Orsodacna adesse, ita, ut Ricini *) alii albi alii spadicei sint pari modo ac Orsodacnae.

Quaeris, quorsum pedes condat? videbis autem in Ricino circa oculos puncta numero pedum respondentia, ob ampliatum corpus autem intro scilicet cedere coguntur, alae autem ob nimium humorem una cum nodulis intra quos hucdum delitescunt e sede pristina corpore praeternaturaliter aucto locantur, harum vestigia itidem circa caput in duobus majusculis residua videntur.

Orsodacnam ab extra corpus intrare, nec ab intus in musculis generari, docent sequentia:

1°) quod cutis primum perforata appareat, non postremo
2°) vulnera augeantur in dies magis magisque versus musculos
3°) apertura semper amplior in cute, quam in musculis
4°) vulnera a cute musculos versus oblique exesa

---

*) *Stelleri* tempore Ricinorum *genus* nondum stabilitum fuit, ergo Acari speciem auctor indicat, dum voce Ricini sensu specifico utitur.

5°) in musculi exesum cavum nulla via unquam patet, ex quibus omnibus elucet, insectum ab extra intrare animalium corpora.

Frischius et alii aliam omnino generationis modum absque metamorphosi observârunt.

Stellerum vero nonsolum observatorem acutissimum sed etiam strenuem veritatis cultorem fuisse et se non solum in iis laboribus et dissertationibus, quae in Commentariis Petropolitanis publici juris factae sunt, sed etiam in schedis nondum praelo mandatis talem demonstrasse, quis nescit? — Insectorum igitur apterorum naturam nondum ab omni parte exploratam eorumque cognitionem nondum exhaustam esse videtur.

3. *Acarus Lari.*

Acarus parasiticus, ovatus, lenticularis et major, thorace subdiscreto, clypeo nullo; antennis, rostello pedibusque corneis. Tab. VIII. fig. 11. 12. 13.

Acarus gryseo - fuscus, Ricinoidi vel Canino affinis, folliculosus, dilatabilis et saturatus, globoso turgidus, atrocoeruleus, sed pedibus octo majoribus, unguiculo *simplici* armatis, *antennis non clavatis*, rostello paulo *longioribus*. *Corpus* hujus Acari non omnino ita turgidum et ovatum ac in praecedente sed potius quadrato - oblongum, abdo-

mine crassiusculo, rugis longitudinalibus exaratum, versus medium ad latera paulo compressum, thorace quasi subdiscreto, ut in Acaro ovino *Frischii* (Insect. Part. V. tab. XVIII.) sed clypeo nullo ad basin rostelli. Differt itaque nonsolum a praecedente sed etiam ab Acaro ovino *Frischii* et propius ad Reduvium de *Geerii* accedit.

Haec species quoad formam et habitum corporis omnino quidem Acarus ovis ex auctoritate *Frischii* nominanda mihi fuisset, et re vera etiam in Ovibus feris seu Argalidibus Camtschaticis observata est; sed cum non raro canibus et avibus Camtschaticis adhaereat et Laros imprimis persequatur, ita, ut viginti et plures in Laro cano et Rissa et in glauco (*Buffon* ornith. edit. XII. Burgamester dicto) observarem, et eandem speciem copiossimam in Larorum palpebris coccineo - granulosis et angulis oris ad basin rostri utrinque carnosis infixam viderem, Acarum Lari nominavi. Speciem hanc ad vivum delineavi macilentam et saturatam, naturali (fig. 11. Tab. VIII.) magnitudine et microscopio auctam, pronam denique (fig. 12.) et supinam (fig. 13. Tab. VIII.). In fig. 12. corpus in medio dorso ad latera paulo compressum apparet ita, ut thorax quasi discretus sit, *a.* et *b.* spiracula sunt succinei coloris.

Compressio haec etiam in saturatis, in quibus rugae longitudinales explanatae vel deletae sunt, conspicua. In

fig. 13. poruli ad inferiorem partem in conspectum veniunt, *a b*) spiracula lateralia, *c*) papillam mucifluam ad ova vel se ipsum adglutinandum, *d*) anum denotant. In binis hisce figuris microscopio auctis ut in fig. 15. et 16. corporis folliculosi ac dilatabilis turgescentia vel intumescentia, in qua Acarorum parasiticorum insatiabilium sanguinolentorum et sanguisugorum character principalis inest, expressa. Pedes, papillae, rostellum cum antennis quasi corio turgido immersae et ex fossulis exsurgunt, quod *Stelleri* observationem confirmare et specie veritatis illustrare videtur.

De Ricinis Fabricii vel Pediculis avium Linnaei.

Ricinos quondam nil nisi Acarorum parasiticorum species varia animalia nec non aves aggredientes fuisse, ex praedictis de Acarorum parasiticorum charactere et notis Acarorum genericis cognovimus, hodie vero stabilito Ricinorum genere *Fabriciano* vox ricini aliam omnino significationem accepit et quidem cum Ornithomyzis Dumerillianis synonymam, significat enim pediculos avium, qui nondum ad dimidiam partem enumerati vel detecti, ne dicam microscopio delineati sunt, valet ergo de hoc genere *Fabriciano*, quod jam de imitatoribus Francogallis dictum est, quorum definitiones generum praematurae in compendiis

tantum vel enumerationibus systematicis conscriptae quidem sed nondum iconibus analyticis sub microscopio delineatis comprobatae sunt. *Dumerillius* mammalium et reliquorum animalium pediculos cum acaris parasiticis et non parasiticis simulque cum pulicibus ad Rhinaptera *) sua retulit, quae sine exceptione parasitica dicuntur. — Ornithomyzis uncinulae binae oris seu falculae adscribuntur quarum ope pennis avium adhaereant et antennulae breves, praeterea capite distincto maxillis destituto, corpore sexpedato et cauda non pilosa distingui dicuntur. Ex hac definitione acute satis determinata concludendum esset, omnium avium pediculos jam cognitos et in omnibus avium pediculis characteres eosdem semper insuper consignatos repertos fuisse, per quos ab omnibus reliquis calidorum et frigidorum animalium pediculis distinguerentur, — sed e contrario pediculorum varia genera jam in uno eademque ave reperta (vid. *Frisch.* Insect. Part. VIII. tab. 4. pag. 8. Pavonum pediculi) et Acaros quosdam cum mammaliis aves communes habent, forsan et pediculos —? sed tempus do-

*) Vox ex graecis ῥὶν nasus vel rostrum et ἄπτερα, alis destituta, composita ad indicanda Insecta aptera parasitica, quae loco maxillarum naso vel rostro tubuloso ad sugendum idoneo instructa sunt, male formata nec indicat nec probat, quod auctor voluit, praeterea separatis per Ornythomyza pediculis sexpedatis, animalia sexpedata reliqua cum octopedatis, mollia cum duriusculis, acari imprimis vix papilla seu rostello molli armata, cum pulicibus testa cornea loricatis et rostro corneo longo armatis in unam eandemque familiam conjuncta sunt.

docebit. —— Taceamus igitur de animalium, quos nondum vidimus nec perscrutavimus, charactere generico, nec specierum hujus generis capita, oculos, oris falculas, corpus et caudam delineemus, prius, quam species omnes ipsas conspexerimus. Post oculos ingenium! Species igitur primum inspiciendae et perscrutandae sunt.

Pediculus Diomedeae. Ricinus *Fabricio.*

Quemadmodum Diomedea Brasiliensis variegata ab illa Camtschatica atro-fuliginosa differt, sic etiam earum pediculi differre videntur. Sic enim in Syst. Nat. *Linnaei* edit. *Gmelini* spec. 51. p. 2918 pediculus Diomedeae brasiliensis albus describitur abdominis lateribus nigris at pediculus Diomedeae Camtschaticae atro fuliginosae flavescens, abdomine utrinque serrato, setoso, segmentis pluribus cincto, medio area vasculosa percurrente sanguinea, capite utrinque mucronato, pediculo Gruis *Frischii,* (Insect. Part. V. tab. IV.) affinis, sed minor fuit.

Ab intolerabili hujus avis odore, quem vita adeo superstes *) spargebat, nec non per innumerabilem pediculorum minutissimorum avem morientem multis millibus de-

*) Pisces gelatinosos Cyclopteros v. g. Mollusca foetida v. gr. Aplysias, Sepias exosses, Actinias giganteas (quas in primo volumine Actorum noviss. Mémoires de l'Acad. etc. delineavi et descripsi) aliaque ad littora Camtsch. ejecta jam putrescentia avem devorare, observatum est, ergo non mirum.

relinquentium copiam impeditus fui, quo minus animalcula haec parasitica, quae jam ad vestimenta mea centenis transiverant et indusium meum jam occupaverant, antequam animadverterem, microscopio inspicere atque delineare potuerim.

Pediculus Pelecani fig. 10. *a. b. c.* Tab. VIII.
Ricinus *Fabric.*

P. capite vel thorace subquadrato utrinque bimucronato antennulis ad latera setisque penicillato, oculis binis rufis supra, papilla subtus palpis brevissimis inclusa, abdomine longiori ovato segmentis plurimis cincto utrinque serrato setisque ciliato, ad extremitatem penicillato, pedibus senis unguiculatis sub thorace insertis.

Similis priori sed major, in dorso area sanguinea notatus, pediculi humani magnitudine, Pediculo pavonum (*Frisch* Insect. Part. VIII. tab. 4.) habitu simillima sed abdomine utrinque serrato et segmentis plurimis cincto, ut in Ciconiae Pediculo a *Frischio* delineato distinctus.

Antennulae triarticulatae setosae lateraliter erectae seu distantes. *Pedes* sex ambulatorii, posteriores longiores, sub thorace inserti, unguiculati, articulati, setosi, agiles et celerrime currentes. *Palpi* brevissimi subtus ad latera oris. *Os* papilla retractilis tubulosa.

Pelecanus carbo vel Graculus marinus stultus, stupidus, homines non reformidans, avis nigra ex viridi violaceo resplendens longicollis et tenuirostris, ad littora Camtschatica frequentissima, quae Rossis ad divi Petri et Pauli portum habitantibus *Uriüll*, a Francogallis *Cormoran noir maigre*, Antiquioribus autem *Phalacrocorax* dicitur, horum pediculorum innumerabili copia perturbatur quod semper fere, quoties occisus et ad me allatus, cum taedio et damno expertus sum. Attamen die 23 Septembris 1805 ex Pelecano iterum occiso euisque pediculorum cohortibus ex morientis cute et plumis emigrantibus allato quosdam pediculos sub microscopio perscrutavi, eosdem pronos et supinos aucta magnitudine (*b. c.* fig. 10.) et naturali (*a.* fig. 10. Tab. VIII.) depictos adjeci.

Stellerus pergrinatorum Camtschaticarum terrarum, occasione, doctrina et industria longe princeps, Ricinorum etiam complures collegit et in schedis suis nondum impressis varia de illis notatu reliquit; unicum vero die 3 Aprilis 1739 tantum delineavit et descripsit, quem Pediculum Cornicis nigrae vocat. Adjicio hanc speciem in fig. 18. tab. VIII. magnitudine aucta delineatam cum ipsissimis Auctoris verbis, quoniam nondam cognita et a Pediculo ocellato Scopolii (Entomolog. Carniol. 1038.) et Pediculo cornicis *Degerii* (Insect. 7. p. 76. n°. 3. tab. 4. fig. 11.)

admodum diversa est. Reliquarum etiam a *Stellero* 1739 collectarum specierum enumerationem, ejusdemque auctoris annotationes addere haud superfluum duco.

Pediculus cornicis nigrae. Fig. 18. Tab. VIII.

Avis haec tam pediculis quam sironibus summopere abundans praecipue eos sub alis et in capite sustentat. Pediculus, quem microscopii ope perscrutavi, ut plurimum lineam longus. *Caput* supine pellucidum, cornei coloris triangulare, angulus anterior obtusus a rostro formatur, bini posteriores oculis efficiuntur. *Oculi* vel oculorum analogum quidquam, punctum cum lineola punicea, quae figuram numeri 7 quasi refert, in quovis latere apparet, haecce linea pilis veluti palpebrarum ciliis quaquaversum horrida. *Cervix* truncati cordis figuram offert ejusdemque cum capite coloris est. Thoracis *scutum* fuscum, pentagonum, quo cervici jungitur angustis lateribus, angulo altero medium dorsum versus spectante. *Dorsum* oblongum lineolis octo transversalibus ab utroque latere fuscis, in medio dorso autem interruptis, totidem quasi annulis cingitur, ita, ut in medio dorso linea albicans longitudinalis appareat. Lineolae tres transversales supra anum sitae fusae sunt nec albo colore interruptae. *Pedibus* graditur sex, primo pari juxta verticem inserto, *forcipato*, *bifido*, brevissimo,

ambulando versus rostrum protenso, ut plurimum acquiescente. Hocce primo pari firmatur et adhaeret plumis, dum sugit; dum vero movetur, horum pedum subsidio, illi versus quamlibet plagam motui dirigendo inserviunt. Par secundum priori longius at gracilius hamulo simplici munitum, thoraci, ubi cervici jungitur, annexum, utrinque biarticulatum, versus anum exporrectum. Tertium par e regione thoracis scuti angulorum lateralium oritur, versus anum exporrigitur, reliquis longius. *Corpus* superne convexum, glabrum, infra planum et pilis horridum. Vulnus infligit triangulare, figura rostri pungentis trigona. Suctionis Mechanismus sequens est: Pedicellis anterioribus binis, bidentis adinstar, infixis cuti firmiter adhaerescit et ex puncto fixo sibi parato rostrum trigonum pungentem intrudit et sugit, sugendo annulos ab ano cervicem versus contrahit. Deglutitio, quae in aliis animalibus per Oesaphagum et musculorum quorundam internorum actione perficitur, in his fit expansione corporis versus anum horizontali et pedum posteriorum versus anum elevatorum vibratione celerrima. Totum corpus per annulorum alternam contractionem motu peristaltico quasi movetur, totum animal ingluvies et gulo apparet.

De reliquis avium pediculis *Stellerus* pauca verba facit attamen digna, quae communicentur. Sequentia sunt:

Pediculus Onocrotali corpore oblongo latoque gyris cincto, immenso numero partes subalares occupans reliquum coincidit cum priori.

Pediculus Tringae minoris (Beccasine Genevensium) (diversus et duplex una eum lente asservatus intra tabellas ex lapide speculari confectas). Duplicis sunt generis, flavicantis et brunnei coloris, foemellae aculeo ad anum instructae sunt Gryllorum more, forte ad ova deponenda. Corpusculum versus caput acini in modum coarctatum, anus subrotundus. Caput trigonum, ut in Cornicis Pediculo, corpus undique annulis gyris et spinis cinctum. Pediculi in hac ave, oculorum et aurium regiones et rostri basin occupare solent, Avis occisa fuit die 23 Augusti 1739.

Pediculus Foedoae, foemellae itidem lucidiores maribus rostro productiore et corpusculo latiore pilisque crebrioribus a priori differunt et quoad formam corporis propius ad Cornicis nigrae pediculum accedunt. Avis occisa die 21 Augusti 1739.

Praeter species supra dictas, *Stellerus* refert, plures alias collectas fuisse, quas vero a tempore destitutus ob graviorum objectorum describendorum copiam non descripserit. Minimorum horum insectorum conservandi modum, quo Auctor usus est in itinere, commendat et docet, easdem

intra tabellas lapidis specularis (vel glaciei sic dicti Mariae) seu Vitri Moscovitici comprimendos esse contendit. Species hac ratione conservatas post annos tam perspicuas claras ac pellucidas esse, ut delineari et describi possint aeque ac in statu vitae, species hoc modo optime conservatas hasce fuisse dicit:

Pediculus Ciconiae nigrae,
Pediculus Gruis,
Pediculus Colymbi cucullati *Messerschmidii*,
Pediculus Passeris et
Pediculus Milvi, quem percuriosum refert.

Deinde Auctor noster de Pediculo humano annotavit, eundem in variis gentibus varii habitus et ornatus observari et de effectu vestimentorum in peduculos apud *Ostiacos* disseruit. De canum pediculis certiores nos fecit, eosdem ad Camtschatcam more pediculi pubis infixos esse canum corporibus. Acaros Araneas et Opiliones ad viginti quatuor species in Sibiria et Camtschatca sub Araneorum titulo collegit. Species sequentes sunt, quas ipsissimis Auctoris verbis reddam:

1) Araneus rupestris, corpore nigro, ano globoso, pedibus puniceis; bilinearis, cursu velox et agilis.
2) Araneus pulex, chelis scorpii (est Acarus cancroides *Linn.*).

3) Araneus campestris cinereo fuscus thorace lenticulari, alvo ovali, pedibus cinereo fuscis pilosis, habitat sub saxis, agilis.

4) Araneus fuscus, dorso 16 punctis candidis in duabus lineis perpendicularibus dispositis, pedibus pinnatis et pilosis, sexlinearis, rupestris.

5) Araneus pulex, cinereo fuscus, thorace ovato, abdomine lenticulari postice acuminato, pedibus crassis brevioribus albidis, bilinearis, non currit araneorum more sed pulicis more tripudiat et modo huc modo illuc in altum prosilit, majo in pinetis.

6) Araneus Reduvio ovili minor, intense coccineus, hexapus Moufeti, in pratis.

7) Araneus campestris cinereus, thorace in medio acuminato lineola fusca notato, ad latera nigro, pedibus cinereo fuscis, bilinearis, subterraneus. Si Microscopio adspicis, facie exacte Cercopithecum refert, oculi globosi prominentes aterrimi.

8) Araneus rupestris e fusco cinereus, brachiolis clavatis, ter-geniculatis, gracilioribus. *Swammerdam* bibl. Nat. Aran. n°. 4.

9) Araneus rupestris, cinereo-fuscus, velut fuligine spurcatis brachiolis, scorpionum more clavatis, priori paulo minor, cujus forte mas.

10) Araneus viridis, tri-linearis, pedibus interna parte pilosis, e fronte juxta rostellum utrinque eriguntur duo cuspides clavarum loco.

11) Araneus spadiceus figura et magnitudine priori prorsus similis, alvo ⁞⁞ octopunctato.

12) Araneus rupestris bilinearis, alvo sphaerica, spadicea, fusca, longa.

13) Aranea sepiaria, quae ova sollicite secum fert in Calathiscis *Swammerdammii.*

14) Araneus palustris niger, alvo sphaerico, parte anteriori formicam aemulatur.

15) Araneus sylvestris niger, pedibus fuscis, alvo postico acuminato.

16) Araneus niger, pedibus fuscis, dorso duabus lineis albis pennam referentibus notatus.

17) Araneus sylvestris, e cinereo et nigro varius, alvo lenticulari. Araneis omnibus campestribus substantia glutinosa et vis salutaris ad glutinanda vulnera inest, non solo huic sylvestri, cui fama est.

18) Araneus sylvestris cinereus, alvo lenticulari alba, faciem humanam referente, quadrilinearis, lineam latus.

19) Araneus supra aquas currens, corpore atro-fusco, pedibus obsolete olivaceis, caput et thorax ad oras utrin-

que argentea lineola notantur, medium linea spadicea secat, alvo gaudet ovali bilineari.

20) Araneus longipes (Opilio), Aldrov. Moufeti et Goedartii, abundanter ubivis per Sibiriam et Camtschat. Mense Jul. et Augusti.

21) Araneus longipes, lineola per medium dorsum spadicea, pediolis crassioribus *Aldrovand* Tab. I. n°. 14. ad Lenam.

22) Araneus longipes, spadiceo-fuscus, pedibus gracilioribus, ad Jedomam.

23) Araneus longipes prioris foemella, qua cum simul gradiens captus est.

24) Araneus apud *Aldrovandum* Tab. 2. n°. 3 descriptus, asservatur intra glaciei Mariae tabellas.

25) Araneae pediculus asservatur intra tabellas cum observatione 1740. Tabellas *Stelleri* numquam vidi, forsan hae tabellae non conservatae sunt.

DE SKELETO MAMMONTEO SIBIRICO

AD MARIS GLACIALIS LITTORA ANNO 1807, EFFOSSO, CUI PRAEMISSAE ELEPHANTINI GENERIS SPECIERUM DISTINCTIONES,

AUCTORE

TILESIO.

SECTIO PRIMO.

(Cum Tabula X. et XI.)

Conventui exhibuit die 10 Jan. 1810.

I.

De voce Mamont vel Mammouth.

Vocem *Mammont* tataricae originis esse et a *mama* voce terram significante derivari *Pallassius* *) testatur. Sed jam ante *Pallassium Tatischtschef* in actis Upsaliensibus, *Gmelinus* in Itinerario Sibirico **), *Müllerus* ***) in monumentis egregiis ad historiam Rossicam illustrandam con-

*) In dissertatione egregia de ossibus fossilibus Rhinocerotum et Buffalorum, Nov. Comment. Acad. Imp. Petrop. sc. Tom. XIII. pag. 439: „Vocabulum Mamont, quod belluae fabulosae tribuitur et unde Russi ossa fossilia elephantina мамонтовая кость appellarunt vero similime Tataricae originis est, quorum lingua *Mama* terram significare accepi."

**) Vol. 1. pag. 257.

***) *Müllers* Sammlungen Russ. Gesch. Vol. III. pag. 561. 562: „Zu Jakutsk kostete damals das Pud Mammuth-Elfenbein 3 bis 4 Rubel." etc.

scriptis, nec non *Ysbrandus Ides* et *Strahlenbergius* de ossibus mammonteis scripserunt et docuerunt, vocabulum Mammouth vel Mammont belluae fabulosae *subterraneae* Sibiricae nostri aevi tribui, cujus ossa re vera hodie adhuc permultis in locis maxima copia inveniuntur et quae ob praestantiam eboris, quod in dentibus exsertis inest, magni aestimantur. Sed magna illa ossa, quae Rossi ab eodem hoc fabuloso *mammont* мамонтовая кость appellare solent, sunt ossa Elephantis primaevi, Sibirici vel Mammontei sed neutiquam belluae *subterraneae nostri* aevi: Sed unde fabula ejusmodi singularis de bellua subterranea nostri aevi orta est? Verosimile mihi videtur, rem aeque singularem et his tantum in terris obviam, sempiternum dico frigus ejus creandi ansam praebuisse. Corpora animalia, primaeva, paulo post mortem glacie et arena obruta, sempiterno frigore ad nostri usque aevi dies optime immo *cruda* et *cruenta* adhuc conservata *) et a Tataris, Tun-

---

*) Documenta hujus rei plura in sequentibus allata sunt et nonsolum auctoris skeleti nostri mamontei meritissimi *Adamsii* observationes sed etiam aliorum antecessorum et ipsius *Pallasii* nostri celeb. de cadavere integro Rhinocerotis piloso observationes jam satis testantur. Quanti et ipso egregio huic scrutatori novum inventum visum fuerit, quanti et ipse observationem rei mirandae hujus aestimaverit, ex ipsis ejusdem verbis elucet. „Loquor," inquit „de portento maximo de reperto in frigidissima orientalioris Sibiriae plaga *Rhinocerote integro*, per tot retro saecula in conglaciato inhospitae hujus terrae solo, *cum corio cumque tendinum et carnium insignibus reliquiis* con-

gusis et Samojedis reperta, causa hujus fabulosae opinionis fuerunt. Populi illi, primi cadaverum illorum crudo-

---

servato. Qua quidem in re mihi fidem facturos eruditos fere desperarem, nisi varias, de quibus hic erit sermo, fossiles hujus animalis partes, et integrum praesertim caput Academiae nostrae nuper pro testimonio veritatis transmisissem; ad cujus itaque illustrem consessum tamquam ad oculares testes in re fere *incredibili* provoco: Quum mense Martio hujus anni 1772 Ircutiam pervenissem, e primis, quae mihi oblata sunt, curiosis, erat caput fossile animalis cujusdam vastae molis *corio suo naturali vestitum*, imo tendinum atque ligumentorum reliquias plurimas ostendens, quod e figura vestigiisque cornuum illico pro Rhinocerotis capite agnovi, reique monstrositate perculsus et dubitans confirmatus statim sui additis ejusdem animalis pedibus postico usque ad femur integro et antici extremitate, in quibus nonsolum divisura ungularum Rhinocerotis characteristica, sed corium pariter imo carnium duratarum grossiores fibrae, velut in Mumia naturali supererant. Hasce reliquias ab excellentissimo Sibiriae gubernatore *Adam* de *Bril* mihi tunc traditas, ea ipse hyeme transmiserat e districtu Lenensi sive Jacutensi praefectus plebis Jacuticae in tractu Wiluji fluvii degentis, qui fluvius sub latitudine boreali sexaginta quatuor circiter graduum ab occidente fluens infra Jacutiam urbem in Lenam incidit. Relatio praefecti *Johannis Argunof* Russica lingua conscripta dataque Decembri mense 1771 ex hybernaculo ad Wiliiense ostium sito (*Nischnoe Wiljuiskoy Simowje*), Ircutiae vero 27. Februarii sequentis anni accepta, cujus fidum apographum Academiae obtuli, sequentia continet: „Eo ipso Decembri mense in ripa Wiluji fluvii arenosa sub praerupto quinque orgyis ab aqua remota colle quadragenis circiter stadiis Rossicis (quae quingentis orgyis complentur) supra hybernaculum Wilujense superius (*Werchnoi Wiljuiskoe Simowje*) repertum fuisse aquis elutum cadaver animalis arena semisepulti, cujus longitudo quindecim dodrantes, altitudo decem dodrantes aequasse videbatur, quodque nec a Russis ejus regionis incolis neque a gentibus interrogatis agnitum vel umquam antea in illa plaga visum fuisse, praefectus testatur. Quum itaque ineruditis etiam res mira et insolita evenisset, edictumque prius a Gubernatore emanaverat, ut omnis generis curiosa, quae in Ircutensi dictione offerentur, praefecti ad Gubernatorem deferrent, Caput reperti animalis cum duobus pedibus citissime (optimique conservata) per

rum inventores de animalibus primaevis ne suspicionem quidem habent et cum cruda ista et cruenta adhuc invenerint, terra temper congelata, subruta, non nisi nostri aevi animalia subterranea in Mammonteis viderunt. Sic, fabulam vulgi in Sibiria de bellua nostri aevi subterranea (Mamont) ortam esse, mihi persuasum habeo. Conf. *Theodorum* de *Hase* „de Mammuth seu Maman, quod animal in regionibus septentrionalibus sub terra vivere referunt," in ejusdem Dissertationum et Observationum Sacrarum Sylloge. Bremae in 8vo 1731.

Praeterea etiam relatio a scrutatore linguae Sinicae, celeberrimo *Klaproth* Academiae nostrae quondam communicata hoc loco inserenda esset, cum vero eandem quae germanice conscripta est, ipsius auctoris verbis reddere mallem, eandemque notis subjunxi *).

Olecmense munimentum Irkutiam transmissa fuerunt; reliquum vero cadaver corruptum, licet *corio naturali adhud obvolutum*, praeter unicum adhuc pedem, qui ad praefecturam Jacutensis provinciae transmittebatur, in loco relictum periit." Miror *Pallassium* reliqui cadaveris ossa effodi non curasse, quod si fecisset, nunc fortassis Rhinocerotis fossilis Sibirici skeleton componi et exstrui potuisset quam de skeleto mammonteo factum est. Ejusmodi skeleton Rhinocerotis fossilis, pone mamonteum positum, Decus Musei nostri rarissimum et historiae telluris argumentum certissimum foret.

*) Als ich mich im Jahre 1806 an der chinesischen Gränze aufhielt, befragte ich zufällig burätische und mongolische Lamen, ob das Wort Mammuth oder Mammont in ihrer Sprache eine Bedeutung habe, dies verneinten sie zwar, versicherten aber, dafs das Thier,

Ossa mammontea ergo sunt elephantina fossilia et imprimis dentes exserti, vel laniarii vel eburnei, qui per to-

von dem die Mammuths-Knochen kämen, im Tibetanischen noch so heifse, und dafs überhaupt diese Benennung Tibetanischen Ursprungs sey. In Kiachta zeigte ich einigen Chinesen verschiedene aus Mammuths-Knochen gearbeitete Dinge, und sie sagten mir, dies wären *Tien-schu-ya*, Zähne der Maus *Tien-schu.* Bey meiner Zurückkunft nach St. Petersburg war ich neugierig zu erfahren, was dies für ein Thier sey; ich fand in einen Mandschuischen Manuscript über verschiedene Gegenstände, folgende Nachricht davon: „Das Thier *Fyn-schu* findet sich nur in den kalten Gegenden am Flusse *Tai-tunn-giann* und weiter nach Norden bis zum nördlichen Meer, es gleicht einer Maus, ist aber so grofs wie ein Elephant, es scheuet das Licht, und bewohnet dunkle Höhlen im Innern der Erde. Seine Knochen sind weis wie Elfenbein, lassen sich leicht bearbeiten und haben keine Risse. Sein Fleisch ist von kalter Natur und sehr gesund.“ — Die grofse im sechszehnten Jahrhundert verfafste Naturgeschichte *Kan-zoo-gann-mu*, giebt (vol. 51. Sect. 2 pag. 26.) diese Beschreibung: „Das Thier *Tien-schu*, welches schon in dem alten Ceremonial *Ly-ki* vorkömmt, das im fünften Jahrhundert vor Christi Geburt verfasst wurde, heifst auch *Fyn-schu* oder *Yn-schu*, d. i. die sich verbergende Maus. Es hält sich beständig in den Höhlen der Erde auf, hat die Gestalt einer Maus, ist aber so grofs wie ein grofser Ochse oder Büffel. Es hat keinen Schwanz und ist von dunkler Farbe. Seine Stärke ist sehr grofs. Es gräbt sich Hohlen in die Erde, an felsigten und waldigten Orten.“ — Ein anderer hier angeführter Schriftsteller sagt: „Das *Fyn-schu* halt sich nur an unbesuchten und dunklen Orten auf, und stirbt wenn es die Strahlen der Sonne oder des Mondes sieht. Seine Füfse sind im Verhältnisse gegen seine Gröfse sehr kurz, und es geht daher mit Beschwerlichkeit. Der Schwanz ist etwa eine chinesische Elle lang, die Augen sind sehr klein und der Hals krumm. Es ist aufserordentlich dumm und träge.“ — Bey einer Ueberschwemmung in den Gegenden des Flusses *Tan-schuann-tuy*, im Jahre 1571 zeigten sich viele *Fyn-schu* in der Ebene, so wie auch die Fische, die man Kammfische nennt, sie nährten sich von den Wurzeln der Pflanze *Fu-kiü* u. s. w.“ Obgleich nun diese sehr alten Nachrichten keinen bedeutenden naturhistorischen Werth zu haben scheinen, so ist es

tam Rossiam et imprimis in orientaliori Sibiria et in Paludosis arcticis (Rossis *Tundra* dictis) maxima copia inveniuntur et lucri causa colliguntur et tornatoribus loco eboris Africani et Asiae calidioris (cui nullo modo cedit), ad opificia tornatilia conficienda venduntur.

Omnia fere, quae in Rossia conficiuntur tornatilia eburnea, ex ebore fossili Sibirico confecta sunt et adeo laniarii ad superficiem integri et illaesi interdum et extra Rossiam venduntur, cum vilioris, ac recentiores, sint pretii et fossiles huc usque abundare soleant.

Quamquam enim per longam annorum seriem multa millia dentium eburneorum et forsan innumerabilia per totam Rossiam jam lecta sint, tamen et hodie adhuc abundare dicuntur, leguntur nimirum et hodie quotannis ad omnia Imperii Rossici majora flumina, ad Tanaim, Volgam, Jaicum Dvinam Obyum, Tobolium, Tom et Irtisch et imprimis ad ulterioris Sibiriae fluvios, Jeniseam, Angaram, Chatangam, Lenam, Indigirkam, Kolymam et Anadyr, omnium locorum maxime in Insulis Laichovianis et ad mare glaciale. Occasione puteorum aut fundamentorum

doch sehr merkwürdig, wie genau sie mit den Erzählungen der Tungusen, Jakuten, und nordamerikanischen Wilden übereinstimmen, die ebenfals den Mammuth für ein noch jetzt vorhandenes Thier halten, welches sie ebenfals unter der Erde und in dunkelen Waldungen wohnen lassen.

pro aedificiis fodiendorum complura passim eruta sunt integra elephantorum skeleta, magnum in testimonium, totam hanc telluris partem innumeris elephantorum reliquiis scatere eosdemque in frigido Sibiriae solo optime conservari. Exempla horum ossium in dictis regionibus repertorum tanta, ac tanto numero jam a Rossiae peregrinatoribus consignata sunt, ut jure meritoque contendere posses, a copia elephantorum Sibiriae fossilium numerum omnium reliquorum per totam orbem dispersorum adhuc viventium valde superare.

Sed transeamus nunc ad ulteriora, ad inventum nimirum cadaver mammonteum, ex quo skeleton Elephantis primaevi Musei nostri confectum est.

II.

Accidit in puncto quod non speratur in anno.

Naturae scrutatores rem non nisi opinione ante capta obvelatam nonnunquam revelare student; scrupulose interdum secum reputant, quod per se ipsum clarum est, ac deinde casu fortuito extra omne ambiguitatis dubium ponitur; phaenomenon aliquando absque ulla explicatione perspicuum, ex solo potius facto curatius indagando explicandum, hypothesibus sagacissimis et syllogismis acutissimis explicare student, et disputant de phaenomeno donec per nova phaenomena edoceantur, causam litis omnino

non adesse. Hoc item nuperrime in skeleto mammonteo Sibirico, carne et cute pilosa obducto, ad littora maris glacialis effosso accidit.

Diu jam inter Zoologos disputatum est, quomodo fragmenta fossilia animalium calidioris coeli in Zonae frigidae terras et regiones sempiterno gelu congelatas pervenerint? Ista animalia re vera calidioris coeli in Zonam frigidam translocata esse, nemo dubitavit, licet veritas hujus opinionis neutiquam probata esset. „Nullius in mentem venit quaestio, an vera sint calidioris coeli animalium ossa, quae in borealis Asiae regionibus fossilia reperiuntur haud raro illaesa et optime conservata. Nec ullus umquam haec ossa scrupulose cum illis animalium Africes et Asiae calidioris comparavit, at cuncti antecepta opinione, Rhinocerotis et Elephantini generis species omnes calidioris coeli fuisse animalia, convicti, de modo tantum disputarunt, quo haec animalia calidioris coeli in terram frigidam Asiae borealioris ac totius Europae translocari potuerint. Alii ex immersionibus diluvialibus *) atque tempe-

*) *Buffon* hist. nat. vol. VI. ed. min. XXII. p. 209 — 227. et *Gmelinus* in itinerario Sibirico vol. 1. pag. 157. *Tatischtschew* de ossibus mammonteis in Actis Upsaliensibus an. . . . . Petersburger Anmerkungen über die Zeitungen anno 1730. n°. 90. pag. 359. E *Messerschmidio Breynius* in Act. anglicor. Vol. 40. n°. 446. deinde et *Isbrand Ides*, *Strahlenberg*, *Le Brun*, et *Pallas* ipse in dissertationibus de ossibus Sibiriae fossilibus et de Reliquiis animalium exoticorum per Asiam borealem repertis in Nov. Comm. Acad. Imp. Petrop. sc. Tom. XIII. et XVII.

statum insuriis violentissimus aliisque perturbationibus telluris repentinis seu Catastrophis explicarunt, alii ad historiam populorum *), qui bella quondam ope Elephantorum armatorum gesserunt, confugerent, ut tantum animalium calidioris, quod putabant, coeli numerum in terris frigidis sepultorum explicarent. Quod vero maxime mirum est, in eo positum esse mihi videtur, talem opinionem temere conceptam tam diu imperium exercuisse.

Jam Theophrasti tempore, in terris longe ab Elephantorum hodiernorum patria remotis, ossa Elephantina fossilia effossa sunt, et ebur fossile jam ex pristimis relationibus cognitum (conf. *Theophrast* de lapidibus pag. 218, *Plin.* lib. XXXVI. cap. 8.). Fragmenta dentium Elephantinorum molarium et falciformium, nec non alia ossa elephantina spatio duorum saeculorum inter fossilia Europae neutiquam rariora. In omnibus fere Germaniae **) provinciis fragmenta ossium Elephantini generis fossilia inventa sunt. In

---

*) *Bayer* Petersburg. Anmerkungen über die Zeitungen an. 1730. n°. 90. p. 359. et *Pallas* l. c. p. 440.

**) Prope Canstadium in Suevia reperta, de quibus egerunt *Dav. Spleissius* in Oedipo osteologico Scaphus. 1701. 4. *Joh. Chr. Harenberg* in tractatu de Lilio lapideo seu Encrino Guelpherbit. 1729. 4. cf. *J. Sam. Carl* in lapide Lydio philos. pyrotechnico ad ossium fossilium Docimasiam analytice demonstrandam adhibito. Francof. ad M. 1704. Dein famosum est skeleton in collis arenosi intemeratis stratis repertum prope Burgtonna inter Erfurtum et Longosalissam Thuringiae.

Ducatu Saxo-Gothano ad Burgtonnam effodiebantur ossa et dentes Rhinocerotis (V. *Lichtenbergs* Magazin III. Bds. 4. Stük) et totum skeleton Elephantinum *) adeo effossum est. In museo Parisiensi **) permulta dentium ossiumque Elephantinorum fragmenta turchesia in meridionalis Galliae terris reperta reservantur. In Anglia ***) etiam dentes falcati et molares effossi sunt (conf. *Morton* Natural history of Northamptonshire pag. 252. et Pennant Synopsis Anim. p. 90.). In Islandia ****) adeo molares Elephanto-

---

*) *J. G. Hoyer* in Misc. Nat. Curios. Dec. 3. an. 7. 8. p. 294. obs. 175. et *Tenzelius* in epistola ad Ant. Magliabecchium Goett. 1696. 4to. posteaque Jenae 8 germanico idiomate edita. Act. Angl. vol. 24. n. 234.

**) *Carolo* VII. imperante circa annum 1456, reliquias Elephanti in Gallia effossas asserit *Monaeus* in Act. Angl. Vol. 34. n. 403. et *Buffon* h. n. Vol. XI.

***) In Staffordiae Comitate in marga repertam maxillam eleph. *Rob. Plot* Nat. history of Staffordshire p. 78. Unaque cum istis Glocestriae et Londini repertas reliquias ejusdem belluae e proprio Museo recens. *Sloane*. In Hibernia quoque occidentali, quatuor pedibus sub terra profundifate, supra stratum e ramis et herbis reperta fuerunt ossa magna friabilia cum 4. maximis dentibus elephantinis. *Neville* et *Molineux* in Nat. hist. of Ireland, Dublin 1726. 4. p. 128.

****) Forsan et huc aliqua faciunt ab Olig. Jacobaeo recensita. In Polonia lectum ebur fossile memorat *Conrad Gessner* de fig. lapid. pag. 157. et circa Gedanum *Klein* hist. nat. piscium Miss. II. p. 29 — 32. ad Vistulam haud procul a Varsavia *Rzaczinski* hist. nat. cur. Polon. pag. 1 — 8. qui etiam varia ex aliis auctoribus collegit praesertim circa antra sic dicta draconum Liptoviensia Hungarie ossibus variis etiam elephantinis sparsa, de quibus autopta narrat et dentes ibi lectos ursi vel leonis caninos celebrat. *Brukmannus* Epist. itinerar. Centur. 1. epist. 77. pag. 12. Aliis quoque Pannoniae in locis re-

rum subterranei reperti sunt (*Bartholin* Act. Hafniens. Vol. I. p. 83.). Nullibi vero tanta copia Elephantorum ossa inveniebantur, quam in Rossia et Sibiria imprimis boreali, nec ullibi sub terra tam integra ac illaesa conservata sunt, ac sub congelata Sibirica. Notabile imprimis est in omni climate et sub omni latitudine a Zona montium Asiam dividentium usque ad conglaciatas Oceani borealis oras universam Sibiriam ubique ossibus mammonteis aeque feracam esse; optimumque reperitur ebur fossile in terris arctico circulo vicinis inque regionibus maxime orientalibus, quae sub eadem latitudine Europa multo frigidiores sunt et quarum solum aestate brevissima, tantum in superficie, et ne quotannis vix quidem frigore solvi solet.

Porro observatum est, ossa majorum minorumque animalium quibusdam in locis maxima copia congesta jacere, ut quasi gregem animalium vastissimorum ibi obrutum fuisse diceres. Raro autem hujus rei exempla innotuerunt: Celeberrima sunt, ripa Danais in vicinia oppidi *Kostynsk*, quam cel. *S. G. Gmelinus* (vid. *S. G. Gmelins* Reise durch Russland Vol. 1. p. 34. itemque p. 78 et sq.) accuratius descripsit; magisque ripae Obensis alvei prae-

---

perta varia ex Elephanto costas vertebras etc. delineat ill. Comes *Marsigli* in Danubiae Pannoniae Mysici Vol. II. part. I. pag. 73. tab. 28 — 31.

ruptae et glareosae, quas alternatim adjacentes colles arenosi variis passim stratis argillosis ferruginosisque conspicui, paulo infra vicum Kutschewatensam *(Kutschewazkoi Pogost)* huic fluvio praebent et in quibus elephantinorum ossium maxima copia, dentes, scapulae, vertebrae, costae ossa innominata, artuumque fulcra ubique sparsa et congesta jacent et ab illuvione aquarum in lucem producuntur, ita, ut ab incolis fere quotannis ebur ibi colligi soleat.

Unumquemque lectorum meorum, qui se certiorem facere cuperet de skeletorum elephantinorum aliorumque v. g. Buffalorum giganteorum et Rhinocerotum, variis in Siberiae regionibus subrutorum reliquiis, et imprimis de innumerabili ossium fossilium horum animalium copia, egregias celeberrimi nostri *Pallassii* dissertationes de hoc argumento doctissime conscriptas pellegere moneo. Sunt nimirum: „*de Ossibus Sibiriae fossilibus,*“ et „*de Reliquiis animalium exoticorum per Asiam borealem repertis*“ Dissertationes duae tanti, quoad facta descripta, momenti historici, ut celeberr. *Schreber* in egregio suo de Mammalibus conscripto libro p. 258. Vol. II. certiones nos fecerit, se in usum eorum, qui historiam naturalem in Germania colunt, novam harum duarum dissertationum gravissimarum editionem in Bibliopolio Waltheriano Erlangensi curaturum, quoniam Nova Commentaria Petropolitana, in quibus dis-

sertationes *Pallassianae* insertae sint, in bibliopoliis Germaniae raro prostent nec tanto numero, quanto merentur, provulgentur.

Post *Pallassium* celeb. *Georgi* rerum Rossicarum egregius compilator enumerationem ossium fossilium et locorum et regionum Imperii Rossici vastissimi, quibus reperta vel effossa sunt, sub titulo Zoolithorum in libri sui, quod inscriptum est: *Georgi Beschreibung des Russischen Reichs*, Volumine tertio Tomi tertii pag. 587, consignavit germanico idiomate.

Deinde et in itinerariis peregrinatorum, qui duce *Josepho Billings* in Oceano boreali per septem annorum spatium navigarunt, *Sarytschevii* *) nimirum *Sauerii* et *Merkii*

*) *Gabriel Sarytschews* Reise im nordöstlichen Siberien, auf dem Eismeere und dem nordöstlichen Ozean 1r Band pag. 106: „Der Fluss Alaseja fliesset ganz nahe am Dörfchen Alasaisk vorbey und ergiesst sich 100 Werst weiter unten ins Eismeer. Wir passirten dies Dörfchen auf der Reise von Kolymsk nach Jakutsk, die hiesigen Einwohner erzählten, dass etwa 100 Werst von hier dieser Fluss an seinen sandigen Ufer das Gerippe eines grossen Thieres bis zur Hälfte losgewaschen habe; es schiene ohngefähr von der Höhe eines Elephanten und habe eine aufrechte Stellung, sey ganz unversehrt und noch mit seiner Haut bedekt, an der sich stellenweise noch lange Haare befänden. Hr. Dr. *Merk* (Naturalist der Expedition des Cap. *Billings*) wünschte sehr das Thier näher zu untersuchen, allein da es weit zur Seite uud von unserm Wege ab, auch damals gerade tiefer Schnee gefallen war, so war es nicht möglich, seinen Wunsch zu befriedigen.“ Profecto hoc nec prima nec ultima fuit occasio, animal tantae molis tanti et momenti delineandi in situ naturali, dissecandi, et integumenta cum Elephantinis ex calioioribus regionibus allatis comparandi, ut in certam denique per-

exempla plura enumerantur, quae ossa mammontea ac animalia integra cute et carne obducta reperta fuisse memorant. Quod vero omnium horum exemplorum maxime memorabile est et quod etiam *Pallassium* quodam modo incertum reddidit, illud Rhinocerotis integri corio et carne obducti solito multo pilosioris anno 1772 in frigidissima orientalioris Sibiriae plaga reperti fuit, de quo *ipse* tamquam de portento memorabili loquitur in dissertatione sua de reliquiis animalium exoticorum per Asiam borealem repertis (vid. Nov. Comment. Petrop. Tom. XVII. p. 585.). Cum vero hocce exemplum effossi Rhinocerotis integri,

---

suasionem perveniremus, sed semper aliquid impedimenti (etsi pusillae ac ridiculae rationis), quo minus hoc non fieri potuisset, vel nemo adest cui sit momenti, vel hominem miserunt, cognitionibus et scientiis et conditionibus eum in finem necessariis destitutum. Non dubito, quin et in posterum cadavera Rhinocerotum et Elephantorum mammonteorum, forsan et Buffali illius summi momenti, Caffro et Moschato affinis, in paludosis arcticis inveniantur vel ex ripis fluminum ad mare glaciale tendentium elaventur, sed dubito, de hac re certiores nos fieri, antequam cadaver radiis solis aërisque intemperie expositum, putredine sit solutum et ab ursis et vulpibus dilaceratum. Utinam saltem, cum ejusmodi facti exoptati rumor ad Petropolin pervenerit, Academiae Imperiali scientiarum curae cordique esset, Zoologum eruditum cum pictore et Anatomico ad locum in quo cadaver subrutum jacet, ablegandi quam citissime et rem dubiam denique absolvendi. Ex sequentibus facile intelligitur, anatomiam et modum vivendi Elephantis mammontei Sibirici nec non plura alia hujus rei momenta, itinere et cura *Adamsii*, qui ossa skeleti singula ex Sibiria transvehi, defecta restaurari, et in Museo nostro exponi operam dedit laudabilem, nondum extra omnem dubitationis aleam posita esse.

cute pilosa admodum obducti illaese conservati sub congelata terra, cadaveris ejusdem fere indolis sit, ac nostrum, de quo in hac dissertatione prima sermo erit, valde miror, *Pallassium* nondum jam tum temporis rem melius et verosimilius extricasse vel *ex ungue leonem vel ex plumis avem dignosse. Pallassio* experto profecto non ignotum fuit, animalia frigidioris coeli omnia densiore et pilosiore vellere vestiri, ac illa calidioris coeli, nec, observatorem acutissimum vestimentum illud hybernale non observasse, dubium est, ipse enim ait (l. c. p. 539.): „*Tantam vero pilorum copiam, quantam in hoc pede atque in descripto capite adfuisse apparet, in Rhinocerotibus, quos in Europam advectos nostra vidit aetas, nunquam, si bene memini, observata fuit;* adeoque aliis dijucicandum relinquo, nonne Rhinocerotem Lenensem nostrum in temperatiore forte Asiae mediae climate natum fuisse sit existimandum? Rhinocerotes enim in sylvosis Indiae borealis dari relationibus innixus affirmare, eosque ab iis, quos calidissima gignit Afiica pilosiore corio differre verosimile est, uti alia quoque animalia calidioris climatis iisdem in temperata plaga natis glabriora solent esse.“ Sed ex hoc satis elucet, *Pallassium* jam tum praeconcepta animalia translocandi opinione occupatum fuisse. Si vero loco pilorum trilineariun quos in Rhinocerote suo vidit, quatuordecim pollicares pilos

Elephantis jubati Sibirici, quales Academiae Adjunctus *Adams* ex cadavere mammonteo descindi curavit et secum attulit, celeberrimus *Pallas* vidisset, eundem in eadem sententia diutius perstitisse vix credo.

Praeterea vero et ipse celeberrimus *Pallas* opinionem suam de hac re mutasse interdum videtur, ut ex variis Dissertationum suarum locis elucet, vid. pag. 444. de ossibus fossilibus Rhinocerotum et Buffalorum etc. *) ibidemque pag. 476. **) in diss. de reliquiis animalium exoticorum pag. 595. ***) hoc non impedit, quominus observatio-

---

*) ,,Et has quidem exuvias descriptione tanto magis dignas esse credidi, quo luculentius id saltem evincunt, non Elephantos modo sed alia quoque calidiorum regionum, etiam fera ac indomita, adeoque certo non humanis viribus adducta *animalia in his olim terris, ubi nunc eorum ossa supersunt vixisse et multiplicasse.*"

**) ,,Quum supra probabiliorem esse dixerim sententiam illorum, qui Elephantos olim in Sibiria multiplicasse statuunt, ne huic opinioni soli favisse dicar, pro coronoide adjiciam observationem primo Ill. *Tatischtschef*, qui maxillam elephantinam una cum Ammonitis et Belemnitis prope pagum *Woldina* repertam in Museo nostro deposuit, aliamque *Stelleri* qui reliquias elephantinas et simul ichthyodontes seu vulgo dictas glossopetras in Tura fluvio repertas memorat. Nonne autem haec iis serviunt, qui omnia diluvio tribuere ament. Sed quis non potius credat, petrefacta illa marinorum corporum in verum lapidem mutata ossibus elephantinis, quibuscum reperta sunt, quorum tamen natura alterata non est, longe antiquiora esse et jam tum *iis in locis sparsa jacuisse ubi natus forte et educatus occubuit tandem Elephas*" etc.

***) ,, Sed mitto hypothetica aliisque excolenda relinquo; hoc tantum moniturus exemplo Rhinocerotis nostri plane *subverti sententiam, quam in priore tractatione ipse verosimiliorem existimaveram, quaque animalia,*

nes et facta a viro doctissimo relata omnium sint gravissima et historiam animalium extinctorum maxime illustrantia.

Jam anno 1805 nobis, cum Argonautis Rossicis duce *Krusensternio* tertia vice ad Camtschatcam regressis, gubernator navigii Rossici victualia et commeatum ex portu Ochotensi advehentis *Patapof* narravit, se ipsum nuperrime Elephantem mammonteum cute pilosa vestitum ad oras maris glacialis effodere vidisse et facti speciem cum fasciculo pilorum tri - et quadripollicarium atrorufescentium equinis paulo crassiorum, quem ipse ex cute cadaveris desecaverat, confirmavit. Humanissimus ille *Patapof* fasciculum huncce pilorum satis memorabilium, mihi omnium maxime miranti dono dedit, eundemque hunc pilorum fasciculum ex portu divi Petri et Pauli Camtschatico amico Goettingensi celeberrimo *Blumenbachio*, quem paulo ante ossa fossilia elephantina ad Herciniam et prope Burgtonnam effossa perscrutanda occupaverant transmisi. Illo tempore *Pallassii* Commentarios de hac re doctissime conscriptos nondum perlegeram, nec res ipsa mihi cum marinis strenue occupato tanti momenti erat, ut ab hisce marinis ab-

---

quorum membra in istis terris hodie leguntur, ibidem habitasse, sed mutato utcunque terrae climate periisse asseritur.“

stinuissem et facta omnia ad animalia extincta telluris attinentia, quorum aliqua etiam ex litoribus Kamtschatcae fluvii *) afferebantur, sedulo, ut nunc facio, collegissem. De hoc cadavere mammonteo ad oras maris glacialis reperto, ex quo *Patapof* noster pilos quosdam desecaverat **), post reditum ex itinere nautico ad Petropolin nemo prorsus locutus est, nec ipse *Patapof* ab ullo societatis nostrae revisus ex Sibiria rediit. Factum memoriae dignissimum oblivioni traditum est, et forsan idem hocce cum cadavere mammonteo piloso sequenti paulo post ad oras maris glacialis versus Lenae fluvii ostium reperto accidisset, nisi rumor ad aures attentiores ipsumque animal ad Viri efficacissimi et ardoris pleni, qui nec itineris ad conglaciatas regiones molestiam nec artus giganteos dissecandi purgandi ac reservandi operam, neque eosdem denique per longam

*) Legati rossici ad Japaniam missi socius *Friderici* ex portu Divi Petri et Pauli Camtschatico cum praefecturae militaris Camtschaticae praeside *Kuschelev* tribuno militum iter faciens ad interiora peninsulae, dentium molarium fragmenta et laniarii elephantini ad litora Camschatcae fluvii lecta, et ab aquis eluta secum reportavit, quae in diario meo Camtschatico latius descripta sunt.

**) Memini me exemplum legere Cadaveris mammontei tam integri et crudi adeo sub glacie annosa conservati, ut vulnera a vulpibus et ursis maritimis ad superficiem regelatam inflicta cruoris colorem et aspectum, tamquam ex fera nostrae aetatis offerrent, et in hoc exemplo dictum erat, aspectum crudum horum animalium populis hyperboraeis, qui in hisce cadaveribus animalia nostri aevi subterranea videre putant argumento opinionis inservire. Locum ubi exemplum legi, oblitus sum.

viam transmittendi curam reformidabat, manus avidas pervenisset. Profecto hoc nec primum neque ultimum erit cadaver a Jacutis, Tungusis aliisque populis sub coelo aeque frigido habitantibus effossum et in posterum forsan plura cadavera aeque cruda et integra conservata, quorum soli dentes exserti vel eburnei lucri causa eliguntur, caetera ossa vero, carnes, cutis cum pilis prorsus non aestimantur nec ad cognitionem nostram pervenient, effossura.

Nonne operae pretium esset, Insulas Liachofianas *) ostio Janae fluvii obversas, quae ossium fossilium mammonteorum, Rhinocerotum et Buffalorum innumerabili copia abundare dicuntur cum Zoologo rossico adeundi et lacuum et fluminum ripas perlustrandi? Nonne ossa illa numerosa ad superficiem riparum dispersa indicant totidem cadavera integra cruda et illaesa sub glacie numquam soluta sepulta, ex quorum altero forsan cutis integra cum pilis deglubi posset? Profecto unicum adeoque rarissimum hoc foret specimen, si effarctum in Museo nostro pone skeleton mammonteum expositum esset — et quod cum cadavere Rhinocerotis, de quo *Pallas* ex relatione praefecti

---

*) Teste Tschwoinofio insulae Liachofianae ex arena glacie et ossibus mammonteis, craniis Rhinocerotum et Buffalorum consistere dicuntur. Vid. *Sauer* Beschreibung der Billingschen Entdeckungsreise zur Untersuchung des Kowymaflusses p. 130 — 134. et *Pallas* nordische Beyträge 7r Band, Seite 128 — 142.

Joannis Argunof anno 1771 ex hybernaculo ad Wiluiense ostium fito data refert, et cum cadavere mammonteo de quo *Sarytschef* et *Adams* et *Patapof* retulerunt, factum est, forsan et cum cadavere Buffali, cujus cranium cornubus descendentibus ad frontem latissimis distinctum bovis moschati cranio persimile est, fieri potest, etsi integrum hujus animalis skeleton nondum, quantum scio, repertum sit.

Cadavera illa in paludosis arcticis sub glacie reperta, etsi vix determinandae antiquitatis sint dicenda et monumentis historicis et scriptis humanis forte omnibus anteriora, tamen corruptioni tanto temporis spatio, temperatioribus in locis inevitabili, nullo modo exposita fuerunt, glacies sempiterna regiones illas continuo adstringens, neque per aestatem in terrae, non dicam profundis, ac ne vix quidem in superficialibus resolvenda animalia haec in hisce terris sepulta, ubique obtecta et contra aëris intemperiem defensa, contra edacis aevi dentem quasi loricat et firmat, quod, si scrutatorum exterorum cuidam incredibile appareat, facile ex phaenomeno aeque mirabili saltem singulari ac parallelo demonstratur. Animalium occisorum et ferinarum et volucrium carnes per totam hyemem gelu continuo conservari et ex remotioribus magnae et vastissimae Rossiae provinciis ad Petropolin venalia advehi, omnibus qui Petropoli vivunt vel rerum rossicarum

scripta *) legunt, notissimum est. Rutheni in longissimae hiemis perpetuo gelu conservationis ciborum et imprimis carnium auxilium et remedium antisepticum commune habent. Sic etiam in piscibus conservandis nonsolum Rutheni sed omnes fere Rossiae et Sibiriae frigidioris populi auxilio naturae hyemalis vel frigore utuntur, pisces capti ex retibus statim in nivem vel in glaciem rejiciuntur **), ibique frigore mox torpent et gelu continuo congelati vel conservati ad

*) Conf. *Georgi* Versuch einer Beschreibung von St. Petersburg II. Vol. pag. 349. §. 653. „Schlacht-Ochsen kommen aus der Ukraine und aus der kalmükkischen Horde zwischen dem untern Don und der Wolga, und grofse breitschwänzige Schaafe aus der kalmükkischen und kirgisischen Horde, aus der leztern über Orenburg. Das Schlacht-Vieh macht also zum gröfsern Theil einen Weg von mehr als 2000 Wersten. Kälber kommen aus der Gegend der obern und mittleren Wolga und die besten wegen ihrer Gröfse berühmten aus Archangel. Schweine, Rinder und Schaafe werden meistens in beträchtlicher Menge des Winters gefroren aus mehrern Provinzen zugeführt. Die Zufuhr der gefrornen Lebensmittel betrift aufser geschlachtetem Vieh vorzüglich zahmes und wildes Federvieh, Enten, Gänse und Hühner, Auer- Birk- Schnee- und Haselhühner, Rebhühner, Hasen und anderes Wildprett“ et alio loco idem *Georgi* refert: p. 350. „Während des Winters ist auch die Zufuhr an gefrornen Fischen sehr stark, manche Verkäufer halten sie in Haufen auf dem blofsen Schnee feil.“

**) *Sauer* in historia itineris nautici *Billingsiani* refert de Jacutis ad Cowymam accolis: „Die Nezze wurden wol zweimal des Tages untersucht und immer mit Nelma (Salmo Nelma), Muksun, Omul (Salmo autumnalis) und Selma angefüllt gefunden. Die einzige Art diese Fische zum Gebrauch aufzubewahren, war die, sie auf's Eis zu legen und frieren zu lassen.“ Vid. Geographisch-Astronomische Reise nach den nördlichen Gegenden Rufslands zur Untersuchung des Kowyma-Flusses, geführt von *Jos. Billings* beschrieben von *Sauer* von den Jahren 1785 bis 1794.

loca remota transferuntur. Peregrinatoribus Rossicis *Gmelino, Stellero, Pallassio* aliisque testis *) ad oras maris glacialis et in aliis Sibiriae frigidioris regionibus terra per totum annum glacie liberari non solet, quae cum ita sint, certum est corpora in eadem hac terra sepulta et gelu durata numquam laxari sed sempiterna quasi glacie conservari, ita, ut carnem per hyemem solam conservatam ab illa per mille annorum spatium conservata vix distinguere possis, quod etiam Tataros et Jacutos, qui cadavera mammontea frigore conservata et quasi adhuc cruenta et cruda reperierunt, ad fabulosam et superstitiosam opinionem, illa animalia nostri esse aevi subterranea, ac talpas quasi giganteas, impulit et quasi seduxit.

In eodem hoc frigidissimo climate et in eadem hac terra per totum annum conglaciata maximum rei momen-

---

*) *Georgi* Beschr. des Russ. Reichs, 3ten Theils 1. B. pag. 20. „Beständiges oder bleibendes Eis halten die Seen und Moräste am Jumakon des Aldan, am Wege von Jakutsk nach Ochotsk. Um diese Seen, die wenig über 60° Breite liegen, herrscht immer eine weit gröſsere Kälte, als unter weit nördlichern Graden dieser Länge. Die Kälte wird also immer Ursachen, vielleicht Salz und Gypsmischungen haben. 2, in den Morästen am Baikal unter dem Moose fast überall. 3, in den arctischen Sümpfen unter dem Moose und im Torfe, ohne diesen Eisgrund würden die Menschen und Rennthiere des Sommers versinken. G. P. Beständig gefrorne Erde hat man in Daurien am Argun und Witim, um Jakutsk, am Wilui, der Lena und im ganzen arctischen, auch theils schon im kalten Landstriche. Sie bewahret die Gerippe der Elephanten und anderer Thiere vor der Zerstöhrung.“

tum et ratio mihi inesse videtur, sperandi, solis Rossiae peregrinatoribus et naturae scrutatoribus et in posterum frequentiores occasiones super fore, animalium exstinctorum pelles et integra skeleta examinandi. Si enim terra, prope Burgtonnam, in qua annis octodecim et quod excurrit praeterlapsis, skeleton profecto ejusdem elephantis Sibirici effodiebatur, aeque conglaciata ac Sibirica fuisset, forsan loco skeleti excesi aevi et caloris edacis dente, cadaver crudum et integrum *Blumenbachius* noster ad describendum accepisset.

Nemo peregrinatorum superficialia terrae strata effodiendo curatius investigavit eorumque caloris gradum et quo usque gelu soluta essent, examinavit *Gmelino* (in ejusdem Florae Sibiricae praefatione pag. XLVII.). Idem refert: „Jacutiae die decimo octavo Junii in campo elato terram fodere jussi, quo usque non esset glaciata. Humus porrigebatur ad undecim pollices atque sub illa arena extendebatur, quae ad duos pedes et dimidium mollis adhuc erat, hinc durior et post effossum adhuc dimidium pedem durissima et conto vix cedens, adeoque terra vix ad quatuor pedes regelata erat. In humiliori loco non procul hinc distante ejusdem rei experimentum fieri jussi. Humus extendebatur ad decem uncias, arena mollis ad duos pedes et quatuor uncias; hinc vero omnia frigore indurata

erant. Adde Jacutiae baccas varias quas incolae cupediis accensent, integros annos in cellis conservari posse in eodem statu, scilicet numquam ibi regelatas, cum tamen cellae vix orgyiam profundae sint. In ipso Argunensi munimento quod parum supra quinquaginta gradus latitudinis situm est, incolae referunt, multis in locis ejus regionis terram supra sesquiulnam gelu non solvi, hocque internum terrae frigus efficere, ne putei facile effodi possint, cujus rei in testimonium exemplum adducunt tentaminis, haud ita pridem ante meum in Argunense munimentum adventum facti; prope enim domum aliquam, quae Arguno fluvio non admodum vicina est, puteum effodere studebant, quem in finem terram paullatim frigore solvebant, atque per aliquot orgyias effoderunt, fossionem ad sesqui-orgyiam infra libellam aquarum Arguni fluvii prosequentes, nulla vero aqua in puteo collecta est.

Unde temere negandum non est, praeter magnam terrae in his regionibus elevationem, subesse aliam quandam causam in terra forte latentem, qua frigus solito majus efficitur, id quod ex veteri cuniculo in Argunensem argenti fodinam, quae a trinitate nomen habet, acto non difficulter elucere potest. Eo venis metallicis exhausto incolae aestivo tempore utuntur cellae cibariae, quae adeo frigida est, ut etiam fervidissima aestate carnes putredine

non corrumpantur; idem quoque thermometrum *de L'Islianum* demonstrabat, a frigore isto mercurium ad centesimum quadragesimum sextum et septimum gradum depressum tenens. Cum ex Nertschia Argunenses argenti officinas versus ann. MDCCXXXV. iter susciperem, ad Orkiiam sive Solonischnajum amnem primo Julii deveni, a qua iter in villam Serentuensem sub vesperam prosecutus sum, quae ab Orkiia amne viginti septem leucis distat.

In hoc terrae tractu ego et omnes, qui mecum erant passim per orgyias plus centum magnum frigus persensimus, quod nonnumquam per aliquot leucas cum tepido aëre commutabatur, ultra euntibus rursus occurrebat et vicissitudinibus perpetuis obnoxium erat. Adeoque generalis illa observatio, quod orientales regiones sub eadem latitudine sitae frigidiores sint occidentalibus, multum confirmatur." etc.

Demonstrandis jam demonstratis, frigorem ipsum in hisce terris optimum conservandi antiquissima cadavera praesidium esse, transeamus ad historiam *Adamsiani* itineris ad mare glaciale et loci in quo cadaver mammonteum cujus nunc skeleton in Museo nostro cernitur, arena et glacie subrutum erat. Auctor eandem in ephemeridibus gallico idiomate conscriptis sub titulo: Journal du Nord

1807. Petropoli impressis communicavit *) et paulo post in Ephemeridibus geographicis Vinariensibus 1808. mens. Mart. p. 258 — 276 eadem in linguam germanicam transversa prodiit, ab erroribus denique paulum repurgata et annotationibus criticis aucta eadem in Ephemeridum Berolinensium ex bibliopolio *Haude - Speneriano* prodeuntium N°. 130. mensis Octobris 1807 etiam reimpressa est **). Cum vero omnes hae pagellae jam rariores factae sint et quia, haec legentibus idiotypon, si tantum citare vellem, ad manus esse non credendum, inventoris verba ipsa adducam.

„Je me reprocherois de retarder plus longtemps la publication d'une découverte de Zoologie, d'autant plus intéressante à connoître dans tous ses détails, qu'elle reproduit devant nous une espèce animale, dont l'existence étoit un sujet de disputes parmi les plus savans naturalistes.

Je fus informé à Jakutsk par le négociant *Popoff*, chef du corps des marchands de cette ville, que l'on

*) Auctor singula tantum exemplaria pauca amicis ac fautoribus suis communicavit, reliqua periere. Inscripta fuere: Relation abrégé d'un voyage à la mer glaciale et decouverte des restes d'un Mammouth."

**) sub titulo: „Eine für die Naturgeschichte wichtige Entdeckung im Eismeere. Berlinische Nachrichten von Staats - und gelehrten Sachen im Verlage der Haude - und Spenerschen Buchhandlung. №. 130. d. 29. October 1807.

avoit découvert sur les bords de la mer glaciale près de l'embouchure de la riviere Lena un animal d'une grandeur extraordinaire: la chair, la peau et *les crins* s'etoient conservés et l'on supposait, que cette production fossile, connue sous le nom de *cornes de Mammouth* *) devoit avoir appartenu à quelque animal de cette espèce. Mr. *Popoff* eut en même temps la complaisance de me communiquer le dessin avec la description de cet animal; j'ai cru devoir envoyer l'un et l'autre a Son Excellence Mr. le Président de l'Académie **). La nouvelle de cette découverte intéressante me détermina à presser le voyage, que je m'étois proposé de faire, pour visiter les bords de la Léna jusqu'à la mer glaciale: je voulus me hâter de sauver ces restes précieux, qui peut-être pouvoient se perdre. Mon séjour à Jakutsk ne dura par conséquent, que peu de jours; je partis le 7 Juin, muni de quelques lettres indispensables, dont une partie étoit pour les employés du gouvernement, et les marchands, dont j'espérois

---

*) Haec ab *Adamsio* nostro sic dicta *cornua* nil aliud sunt quam dentes exserti vel laniarii Elephantis Sibirici, non ex fronte sed ex alveolis maxillae superioris prodeunt.

**) Munusculum levidense fuit utrumque, pictura enim ab exiguis artis initiis profecta figuram monstrosam Suis (non elephantis) refert setis cinnabarinis in dorso exornatae et penicilli rudis et omnium maxime imperiti opusculum est, descriptio picturae aequalis et digna. Utrumque et hodie adhuc in tabellario Academiae nostrae conservatur.

de l'utilité dans mes récherches. Le 16 Juin j'arrivai dans la petite ville de Schigansk; et vers la fin du même mois je me trouvai à Kumak-Surka; je fis de-là une excursion particulière, dont le mammouth étoit l'objet et je vais rapporter ce que contient à cet égard mon journal de voyage" *).

„Les vents contraires qui n'avoient cessé pendant tout l'été, retardérent mon départ de Kirmak: cet endroit étoit alors habité par 40 à 50 familles Tunguses, qui s'occupaient ordinairement avec la pèche etc."

„Le cours des vents ayant enfin changé, je pensai à poursuivre mon voyage et je fis passer mes rennes de l'autre côté de la rivière. Le lendemain au levé du soleil je partis accompagné du chef Tunguse, *Ossip Schumachof*, du marchand de Kuma-Surka, *Bellkoff*, de mon chasseur, de trois Cosaques et dix Tunguses. Le chef Tunguse étoit celui, qui le premier avoit découvert le mammouth **) et qui étoit propriétaire du territoire, par

*) Cum in enarranda itineris sui historia auctor nimis copiosus mihi videretur, vix dubitavi, quin plura aliena ad Tungusorum ichthyophagorum laboriosum vitae genus, oblectationes et gaudia campestria populi placabilis, aspectum regionis jucundum spectantia, aliaque, quae non ad cadaveris mammontei glacie et arena subruti situm pertinerent, omittenda sint.

**) Idem Tungusorum princeps *Ossip S.* praeterito anno Petropolin profectus *Adamsium* accusavit istum sibi tribuisse, quae ad eum ipsum pertinerent

où nous menoit notre route. Le marchand de Kumasurka avoit passé presque toute sa vie aux bords de la mer glaciale, son zéle et les conseils qu'il m'a donnés ont les plus justes titres à ma reconnoissance: je lui dois même la conservation de ma vie dans un moment de danger éminent." etc.

„Nous traversames dans notre chemin de hautes montagnes escarpées, des vallons qui suivoient le cours de petits ruisseaux, et les plaines arides et sauvages, où l'on ne voyoit pas un arbrisseau. Après une course de deux journées, nous parvinmes enfin aux bords de la mer glaciale. Les Tunguses l'appelloient Angardam ou la terre ferme. Pour arriver au Mammouth, il falloit encore traverser un isthme, appellé Byschofskoy-Mys ou Tamut. Cet isthme, qui s'avance dans un golfe spacieux, est sur la droite de l'embouchure de la Léna, et s'étend, à ce qu'on me disoit, du Sud-Est au Nord-Ouest dans une longueur de 80 werstes. Son nom est probablement dérivé de deux pointes en forme de cornes, qui sont à l'extrémité septentrionale de ce promontoire. La pointe sur

---

' et quae suo nomine *Imperatori Suo* donum Tungusicum dari voluisset, ergo jussu suo contraria egisse, cum principis donatoris et vocis *Doni Tungusici* in sua relatione nequidem mentionem fecerit — et quasi ipse donator et inventor octo millium Rublonum praemium ab *Imperatore* acceperit. — Invidia rejecta verbis dignissimo A. innocuis lusit!

la gauche, que les Russes appellent de préférence Byschofskoy-Mys à cause de sa plus grande étendue, forme trois vastes golfes, où l'on trouve quelques établissemens Jakuts: la pointe opposée, appellée Manstai à cause de la grande quantité de bois flottant, que l'on trouve sur son rivage, est de moitié moins grande, sa côte est plus basse, et ce canton est entièrement inhabité. La distance d'une pointe à l'autre est évaluée à quatre lieues Jakuts (Kos) ou à 45 werstes. Des collines forment la partie elevée de la presqu'ile de Tamut. Le reste est occupé par des lacs, et tous les terreins bas sont marécageux." etc.

„L'isthme dont nous venons de parler, est si étroit dans quelques-unes de ses parties, que l'on voit la mer de deux côtés. Les rennes ont tous les ans une transmigration regulière, qui leur fait abandonner ces lieux-ci, pour se porter par la mer glacée vers Borchaya et Nytjansk, et à cet effet ils se rassemblent en grandes troupes vers l'automne *). Pour faire avec plus de succès la chasse de ces animaux, les Tunguses ont divisé tout le terrein de la presqu'ile en cantons séparés par des palis.

*) Trans Insulas Liachofianas sed quousque? nescimus Conf. *Sauer's* Beschreibung der Billingschen Reise pag. 130 — 134. *Pallas* nordische Beyträge 7. Band pag. 128 — 142.

Ils donnent l'effroix aux rennes par de grands cris qu'ils jettent ensemble, par les chiens qu'ils lachent à leur poursuite, et par les épouvantails, qu'ils attachent aux palis que le vent agite. Les rennes effarouchés par ce trac, se jettent dans les parcs de palis, où ils sont aisement pris, tout ce qui cherche à s'échapper sur les glaces est tué de loin par les tireurs.

Le troisième jour de notre voyage nous établîmes nos tentes à quelques centaines de pas du Mammouth, sur une colline appellée Kembisaga-shaeta, ce qui signifie le côté large d'une pierre.

Schumachof me raconta à-peu-près dans ces termes l'histoire de la decouverte du Mammouth.

„Les Tunguses, qui sont un peuple errant, restent peu de temps dans les mêmes lieux. Ceux qui vivent dans les forêts mettent souvent dix années et plus à parcourir les vastes régions entre les montagnes; pendant ce temps ils ne reviennent pas une seule fois dans leurs foyers. Chaque famille vit isolée, le chef en prend soin et ne connoit pas d'autre société. Si pendant le cours de plusieurs années deux amis se rencontrent par hazard, alors ils se communiquent mutuellement leurs avantures, les divers succès de leur chasse et la quantité de pelleterie qu'ils rapportent. Après avoir passé quelques jours

ensemble, et consommé les petites provisions qu'ils avoient, ils se séparent gaiement, se chargeant de complimens pour leurs connoissances et laissent à la providence le soin de les réunir encore si elle veut. — Telle est la manière de vivre de ces innocens enfans de la nature. Les Tunguses habitans de la côte, différent de la prémiere espèce en ce qu'ils ont des demeures plus régulières et plus fixes et qu'ils se rassemblent en certaines saisons pour la pêche et pour la chasse. Pendant l'hiver ils habitent des cabanes, dont l'une est à côté de l'autre, de façon qu'elles forment en quelque sorte des villages.

C'est à une de ces courses annuelles des Tunguses, que nous devons la découverte du Mammouth. Vers la fin du mois d'Août, quand la pêche dans la Léna a cessé, *Schumachof* a coutume d'aller avec ses frères dans la presqu'île de Tamut, où ils s'occupent de la chasse et où les poissons frais de la mer leur offrent une nourriture saine et agréable. En 1799 il avoit fait construire pour sa femme quelques cabanes sur les bords du lac Oncoul, et lui, il s'embarqua pour aller voir s'il ne trouvoit pas sur les côtes quelques cornes de Mamouth. Un jour il aperçut au milieu des glaçons un bloc informe qui ne ressembloit en rien aux amas de bois flottant, qu'on a coutume d'y trouver. Pour l'examiner de plus près, il mit pied à terre

grimpa sur un rocher et observa dans toutes ses faces cet objet nouveau; mais il ne put reconnoître ce que c'étoit.

L'année suivante, il découvrit au même lieu la carcasse d'une vache marine (Trichecus Rosmarus). Il s'apperçut en même temps que la masse qu'il avoit vue autre fois, étoit plus dégagée des glaçons et laissoit paraître deux parties pro-éminentes; mais il ne savoit encore ce que ce pouvoit être. Vers la fin de l'été suivant le flanc tout entier de l'animal et une des defenses étoient distinctement sorties des glaçons. A son retour aux bords du lac Oncoul, il communiqua cette découverte extraordinaire à sa femme et à quelques uns de ses amis; mais leur manière d'envisager la chose le combla d'amertume de tristesse. Les vieillards racontoient à cette occasion, qu'ils avoient oui dire à leurs pères, qu'un monstre pareil s'était fait voir jadis dans la même presqu'île et que toute la famille de celui, qui l'avoit aperçu, avoit été éteinte en très-peu de temps. Le mammouth par conséquent fut unanimement envisagé comme un augure d'une calamité future et le chef Tunguse en conçut une si vive inquiétude, qu'il tomba dangereusement malade, mais, enfin étant un peu convalescent sa première idée fut le profit qu'il pouvoit avoir en vendant les défenses de cet animal, qui étoient d'une beauté et d'une grandeur extraor-

dinaire. Il donna ordre de cacher soigneusement l'endroit, où le mammouth se trouvoit et d'en éloigner sous différens prétextes tous les étrangers, chargeant en même temps des gens affidées, de veiller à ce qu'on n'enlevât pas ce trésor.

Mais l'été, qui étoit moins chaud et plus venteux qu'à l'ordinaire fit que le Mammouth réstoit enfoncé dans les *glaces, qui ne fondoient presque point.* — Enfin vers la fin de la cinquième année, les désirs ardens de *Schumachof* furent heureusement accomplis. Car la partie des glaces, qui se trouvoit entre les terres et le mammouth ayant fondu plus vite que le reste, le niveau devint pente, et cette masse énorme, poussée par son propre poids, vint s'échouer à la côte sur un banc de sable. C'est ce dont furent témoins deux Tunguses, qui depuis m'ont accompagné dans mon voyage.

Au mois de Mars 1804 *Schumachof* vint à son Mamouth, et lui ayant fait couper les cornes *) *(les defenses)*, il les échangea avec le marchand *Bultunof* contre des marchandises pour la valeur de 50 roubles. — On fit à cette occasion un *dessin* de cet animal, *mais très-incor-*

*) Dentes exserti vel laniarii intelligi debent sub voce cornuum: auctor semper cum populo terminis trivialibus utitur, quam ob rem vocem „*defenses*“ adjeci.

rect: *) car on lui donnoit des oreilles pointues, des yeux très-petits, des sabots de chéval et une soie sur tout le long du dos; de sorte qu'il en résultoit une figure qui tenoit le milieu entre le cochon et l'éléphant.

Deux années après, par conséquent dans la septième de la découverte du Mamouth, un hasard heureux voulut, que je parcourusse ces régions éloignées et desertes, et je me félicite de pouvoir constater un fait, qu'on auroit cru si invraisemblable. Je trouvai le mamouth encore sur le même lieu, mais tout-à-fait mutilé. Les pérjugés étant dissipés, parceque le chef tunguse avoit recouvré la santé, on put sans obstacle s'approcher de la carcasse du Mamouth: le propiétaire se tenoit content du profit, qu'il en avoit tiré et les Jacutes du voisinage dépeceoient les chairs, dont ils nourrissent leurs chiens pendant la disette. Les bêtes féroces, les ours blancs, les loups, les goulus et les renards en faisoient de même et l'on voyoit leurs térriers dans les environs. Le skelette prèsque absolument décharné se trouvoit tout entier à l'exception d'un pied de devant **). Le spondyle ***) depuis la tête jusqu'au

*) Haecce pictura eadem fuit, quam auctor Praesidi Academiae nostrae admisit et quae cum descriptiuncula ejusdem trivialis originis in tabellario academico adservatur, de qua jam supra judicavi.

**) In skeleto ex gypso confectum est alter ad normam alterius lateris humeri etc.

***) Spina dorsi.

coccis (os coccygis [1]) une omoplatte, le bassin et les restes des trois extremités [2]) étoient encore étroitement attachés par les nerfs des jointures [3]) et des bandes de peau du còté extérieur de la carcasse. La tête étoit couverte d'une peau séche; une des oreilles bien conservée [4]) étoit garnie d'une touffe de crins [5]).

Toutes ces parties ont dû naturellement souffrir par un transport de 11,000 werstes [6]). Cependant les yeux ont été préservés et l'on distinguoit encore à l'oeil gauche la prunelle [7]). La pointe de la lèvre de dessous avoit été rongée et la partie supérieure étant détruite, laissoit voir les dents [8]). Le cerveau se trouva encore dans le crane, mais il parut déseché [9]).

---

[1]) Non adest. E numero 28 vel 30 vertebrarum caudalium vix 8 adsunt priores.

[2]) Caput humeri extremitatis quartae ab ursis demorsum non restaurari potuit, qua de causa totum os ex gypso imitatum est, praemorsum os vero ipsum, quod auctor mihi dono dedit, in Museo anatomico Berolinensi adservatur.

[3]) Ligamentis.

[4]) Aures pendulae non ita bene conservatae sunt, forsan detritio per longam viam transportando exitio iis fuit.

[5]) Nec pilis adhuc fimbriatae sunt.

[6]) Mille ducenti milliarum.

[7]) Corpus exsiccatum adest an hoc bulbus oculi sit, sub judice lis est.

[8]) Molares?

[9]) Ut in Elephante Asiatico minimum est, in alio cranio nostri Musei mammonteo diffracto cavitas cranii aperta est, eamque ex votis celeberrimi *Soemmeringii* ad mensuras delineavi et gypso effusi, ut

Les parties les moins endommagées sont un pied de devant et un de derrière, ils sont couverts de peau [1]) et ont encore la solle. Suivant l'assertion du chef tunguse l'animal avoit été si *gros et si bien nourri*, que le ventre lui pendoit jusqu'au delà des jointures des genoux. Ce mamouth est un mâle *avec une longue crinière au col*, mais sans queue et sans trompe [2]). La peau, dont je possède les trois quarts, est d'un gris foncé et couverte d'un poil rougeâtre [3]) et de crins noirs. L'humidité du sol où l'animal a été couché pendant si long-temps a fait perdre

mihi plasticam cerebri mammontei formam compararem, delineationem fautori monachinensi transmisi.

[1]) Crania mammontea duo in Museo adsunt sed ossa tarsi vel carpi aliaque pedis nulla, qua de re vix delineari possunt, quoniam pedes in skeleto mammonteo cute adhuc obducta sunt, caeterum in omnibus ossa pedis mammontei cum pedibus elephantinis convenire videntur, excepta planta, quae subtus ampliata rotundata et quasi corporis ponderosi vi et longis cursibus dilatata et marginibus ascendentibus cincta videtur exceptaque extremitatum structura robustiore.

[2]) Auctor nec in Camperi celeberrimi egregia demonstratione anatomica rostri elephantini musculorum insertiones consuluisse nec crania Musei nostri mammontea cum elephantinis asiaticis, quorum duo skeleta in Museo nostro conservantur, comparasse videtur, facillime enim insertiones rostri musculorum vestigia in cranio mammonteo, ut in elephantino conspiciuntur, quod in sequentibus latius demonstratur et in iconibus explicatur. Tam cauda, quae omnino adfuit, quum proboscis verosimillime ab illis bestiis devoratae.

[3]) Pilos longos atros, equinis fere crassiores, superficie rufos, et alios breviores crispos fere tenuiores paulo lucidiores atros cum lanula intermixtos nonsolum vidi, sed etiam amicis exteris *Rosenmüllero*, *Blumenbachio*, *Soemmeringio*, *Schwaegrichenio*, *Ratkio* etc. litteris inclusos transmisi ab Auctore acceptos, in cute ipsa vel corio mammonteo non ita longi sunt pili, sed detriti. Utinam aliquot saltem super essent!

aux crins une partie de leur épaisseur. La carcasse toute entière, dont je rassemblai les ossemens sur le lieu même, a une hauteur de quatre archines [1]) sur près de sept de longueur, depuis la pointe du nez jusqu'au coccix, sans cependant y comprendre les deux cornes [2]) dont chacune a une toise et demi de long [3]), et les deux ensemble pèsent dix pouds [4]).

La tête seule pèse onze et demi pouds [5]).

Le principal objet de mes soins fut de séparer les ossemens, de les ranger et de les mettre en sûreté, cela se fit avec une précaution scrupuleuse. J'eus la satisfaction de retrouver l'autre omoplate qui étoit restée dans un fossé. Ensuite je fis détacher la peau du côté, sur lequel l'animal avoit été couché; elle se trouva très-bien

---

[1]) Altitudo (9 pedum mensurae Parisinae) vero differt secundum regionem dorsi, in qua mensura instituitur, a vertice cranii et a spina vertebrae tertiae dorsi ad plantam p. summa est.

[2]) Longitudo animalis cum laniariis forsan 15⅚ pedum Paris. aequasse concedo, sed exemtis laniariis auctor ipse me praesente longitudinem cum altitudine fere aequalem mensuravit.

[3]) Laniarii longitudo 9 pedum (filo mensurati 4¾ arschin 1 werschok) distat basis vel radix laniarii ab apice 1¼ arschin 1½ werschok.

[4]) 350 librarum ponderis.

[5]) Capitis pondus 400 librarum exemtis laniariis. Conf. *Eitelwein*. Vergleichung der Maafse und Gewichte etc. Seite 14. mensura Rossica *Arschin* aequalis linearum 320 Parisiensium mensurae: pondus Rossicum *Pud* aequale ponderi 35 librarum Coloniensium.

conservée [1]). Cette peau étoit d'une pesanteur si extraordinaire, que dix personnes qui vouloient la porter jusqu'au rivage, pour l'étendre sur du bois flottant, ne la remuoient qu'avec la plus grande peine. Après cela je fis fouiller le terrein en différens endroits pour voir, si n'y étoient pas restés quelques ossemens enfouis, mais principalement pour recueillir tous les crins que les ours blancs avoient foulés dans le sol humide [2]), en dévorant les chairs. Cette opération fut d'autant plus difficile, que nous manquions des instrumens nécessaires pour creuser la terre; mais cependant je réussis à me procurer de cette manière plus d'un poud de crins [3]). En quelques jours le travail fut achevé, et je me trouvais en possession d'un trésor qui me

---

1) In hac assertione, ut et in mensuris et in crudo cadavere ab auctore institutis dimensionibus contradictio mihi inesse videtur. Si enim corium ita bene conservatum fuisset, pili, quibus adhuc admodum densis vestitum fuisse contendit auctor, hodie adhuc in conspectum venirent — et summum pondus corii et insolitum nonne indicat corium humiditate absorpta solito graviorem factum fuisse, quod si non ita fuisset,

2) vix ursi arctici maritimi solis pedibus proterendo et conculcando a corio pilos avellere potuissent, nec cutis ipsa humiditate nondum soluta pilos dimisisset, quod cuique, qui anatomic s operationibus et imprimis corii pilosi maceratione sese occupavit, notum erit.

3) Etsi mihi quidem dubium non sit corium mammonteum pilis densis et juba collari vestitum fuisse, cum idem etiam ab aliis veritatis cultoribus praeter *Adamsium* observatum sit, tamen auctor ipse sibi obfuit, quod non portiunculam saltem cutis integrae et pilosae conservaverit, secum portaverit et Academiae nostrae simul cum skeleto in testimonium observationis ejusmodi gravissimae reliquerit.

dédommageoit amplement des fatigues et des dangers du voyage et même des frais considérables que m'avoit coûté cette entreprise *). —

Le lieu où j'ai trouvé le Mamouth est éloigné de la côte d'environ 60 pas, et de l'escarpement de la glace d'où il avoit glissé, de près de 100 pas. Cet escarpement occupe précisément le milieu entre les deux pointes de l'isthme et a trois werstes de long, et dans la place même où se trouvoit le mamouth, cette roche a une élévation perpendiculaire de 30 à 40 toises. Sa substance est une glace claire pure et d'un goût piquant, elle s'incline vers la mer, sa cime est couverte d'une couche de mousse et de terre friable d'une demie archine d'épaisseur. Pendant les chaleurs du mois de Juillet une partie de de cette croute se fond, mais l'autre reste gêlée.

La curiosité me fit monter sur deux autres collines assez éloignées de la mer; elles étoient de la même matiere et

*) Secundum expensarum calculum ab auctore consignatum sumptus circa octo millium Rublonum fuit, qui auctori nostro, Imperatoris jussu, paulo ante decessum auctoris, qui nunc munere Professoris Mosquensis fungitur, ex Academia nostra, renumeratus et solutus fuit, sceletum mamonteum in Museo nostro relictum et depositum omnino quidem rarissimum et unicum est, corii vero adpositi et exsiccati fragmentum nec densos neque longos pilos quondam adfuisse probat. Utinam auctori placeret, de hoc argumento gravissimo nos certiores facere, quod ab EO solo, qui ut ipse scribit, pilorum mammonteorum quadraginta librarum copiam collegit, fieri potest.

et moins couvertes de mousse. De distance en distance on voyoit des morceaux de bois d'une grandeur énorme et de toutes les espèces que produit la Sibérie; et aussi des cornes de Mamouth en grande quantité qui s'élévoient entre les creux des rochers. Elles paraissoient toutes d'une fraicheur étonnante.

Expliquer comment toutes ces choses se trouvent réunies là, c'est une question aussi curieuse que difficile à resoudre. Les habitans de la côte apellent cette espèce de bois *Adamshina*, et la distinguent des bois flottans, qui en descendent les grands fleuves de la Sibérie, entrent dans l'ocean et s'entassent ensuite sur les bords de la mer glaciale. Ils appellent cette dernière espèce Noashina. J'ai vu dans les grandes fontes de glaces des grosses mottes de terre se détacher des collines, se mêler à l'eau et former des torrens épais et argilleux qui roulent lentement vers la mer. Cette terre forme des figures de coins qui s'enfoncent entre les glaçons.

L'escarpement de glace étoit 35 à 40 toises de hauteur, et au rapport des Tunguses l'animal étoit, lorsqu'il leur apparut la première fois, à sept toises de la superficie de la glace" etc.

„En attendant qu'on nous amena, pour notre retour, les bateaux que j'avois envoyé chercher à la terre ferme

.. deux Cosaques, nous réunîmes tous nos efforts pour ériger un monument, qui perpétuât la mémoire de cette découverte et de mon voyage, dont elle avoit été la cause. Nous érigeâmes, suivant l'usage de ces contrées, deux croix avec des inscriptions analogues. L'une se trouve sur le roc de glace à 40 pas de la pente, d'où ce Mamouth avoit glissé et l'autre sur l'éminence même, où nous l'avions trouvé. Chacune de ces croix est haute de 6 toises et assez solidement construite, pour braver pendant des siècles *) — les injures des saisons. Les Tunguses ont donné à l'une le nom de croix de l'Ambassade **) et à l'autre celui de croix de Mamouth. L'élévation elle même reçut le nom de *Selichaëta* ou montagne de Mamouth.

Ce ci donnera peut-être un jour à quelque voyageur les moyens de calculer avec assez de précision ce que les montagnes de glace perdent annuellement de leur hauteur primitive" etc.

„Nos Cosaques n'étant pas arrivées à temps avec les bâteaux, je fus obligé de m'en rétourner à la terre ferme;

*) Vix credo, crucem ex ligno confectam et glaciei insertam secula perduraturam.

**) In honorem auctoris, qui legationis non acceptae Sinicae membrum quasi, cum in comitatu legati tamquam Zoologus paulo ante iter facere destinatus erat, hoc factum est.

avec mes rennes. Le vaisseau, en attendant avoit jeté l'ancre dans la baie de Borchaya à 300 werstes de l'Isthme où je me trouvais *). Nous arrivâmes sans accident après un voyage de 8 jours. Une semaine après j'eus la satisfaction de voir apporter le Mamouth. Notre premier soin fut d'en séparer par la cuisson les nerfs et les chairs d'avec les os; ensuite le squelette fut emballé et mis au fond de câle. Arrivé à Jakutsk j'eus le bonheur d'y racheter les defenses du Mamouth et de-là j'expediai le tout pour St. Pétersbourg.

Il reste maintenant une grande question à resoudre: c'est de savoir, si le Mamouth et l'Elephant sont des animaux de la même espèce **), comme l'ont prétendu *Buffon*, *Pallas*, *Isbrand Ides*, *Gmelin* et principalement *D'aubenton;* ou si l'on doit de préférence ajouter foi à l'opinion de Mr. *Cuvier*, qui prétend, que le Mamouth occupe la seconde place parmi les espèces éteintes. Comme je ne suis pas à même de faire une comparaison exacte des squelettes d'un Mamouth et d'un Eléphant, je me contenterai de rapporter ici quelques marques caractéristiques qui distinguent les deux espèces; je réserve pour un mémoire

*) Figuram isthmi, etsi minimi diametris, in Globo terrestri Bodeano accuratissime delineatam esse, criticus Berolinensis testatur.

**) In termino errat auctor. Genere conveniunt, sed non specie.

particulier *) les détails plus soignés sur cet objet; et je vais développer les motifs qui m'ont déterminé à adopter l'opinion de Mr. *Cuvier*.

1°) Si les savants que je viens de citer ont réellement fait, comme je le suppose, des comparaisons Zoologiques **), ils ne l'ont pu qu'incomplétement et sur des pièces détachées. Car ni la tête ni les vertebres, ni les pieds du mamouth couverts de chairs et de poils et munis de leur sole n'ont été jusqu'ici entre les mains d'aucun savant ***). De plus, le coccix, qui forme ici l'a-

*) Hancce meam dissertationem, quae jam 1810 calendis Januarii conventui Academico exhibita fuit, de skeleto mammonteo Sibirico jam quartum in annum suppressi et dissertationem auctoris usque adhuc frustra expectavi; cum vero jam spem abjecerim hancce Osteologiam mammonteam unquam prodituram, conamina mea diutius retinere nolo, quamquam ipse quidem me persuasum habeam, me numquam proferre posse, quod auctor noster ad finem libelli (n. 57.) lectoribus incitatis promisit, Osteologiam nempe mamonteam aeque perfectam ac illa quam celeb. et sagacissimus *Camper* de skeleto elephantino composuit.

**) Perlectis omnibus, quae auctor in libello suo de skeleto mammonteo dixit, persuasum me habeo, cum ipsum, etsi nonsolum skeleton mammonteum sed etiam elephantinum coram habuerit, tamen nec cranium nec vertebras nec pedes utriusque skeleti comparasse, qua de re miror, cur auctor in sua opinione ab iis, qui hoc idem forsan ex defectu occasionis omittere coacti fuere, recesserit, ita, ut eos potius reprehendat, ipse reprehendendus

***) eo magis, cum egregiam prae aliis comparandi occasionem habuerit.

longement du bassin [1]), prouve évidement, *que l'animal n'a point eu de queue!!* — [2]).

2°) Les defenses du Mamouth sont plus dures [3]) plus pésantes plus grosses et torses dans un autre sens que les dents d'un Eléphant [4]). Les tourneurs qui ont travaillé sur ces deux substances, disent, que *la corne* [5]) de Mamouth par sa densité et sa couleur differt beaucoup de *l'ivoire.* — J'en ai vu quelques unes qui formoient dans leur courbure les trois quarts d'un cercle [6]), et à Jacutsk

---

[1]) Quomodo os coccygis, quod in ultima omnium vertebrarum quaerendum est, pelvim prolongare possit non intelligo, nec mihi sensus his in verbis inesse videtur, nisi auctor loco pelvis spinam dorsi scribere voluerit, quae per caudam prolongatur, et si ita sint, non verum est quod dixit. Os coccygis non adest et auctor ultimam in cauda, cujus minores ad coccygem usque vertebrae deficiunt, vertebram pro coccyge habuit. Adfuit ergo cauda ut in E. asiatico

[2]) adfuit quod adesse auctor negat, nempe cauda; sed non adest, quod adesse affirmat, nempe os coccygis.

[3]) Durities non format differentiam specificam, deinde etiam qualitas haec a tornatoribus in ebore fossili Sibirico animadversa antiquitatis effectus accidentalis et ex humoribus aluminosis in argillosis et arenosis praesentibus exorta esse potest.

[4]) Idem hoc etiam dentibus eburneis Africanis accidere potest.

[5]) Quo durior vero ebur est, eo minus a molliori et tenaciori cornuum substantia recedit, nec rationis est, dentes eburnei, qui alveolis maxillae superioris inseruntur cornuum nomine insignire, quia semper cornua ex cranii superioribus prodeunt.

[6]) Hoc omnino verum est et in cimeliarchio nostro laniarii eburnei tantae curvaturae, et, quod gravioris adhuc momenti videtur, in spiram declinantis omnes conspiciuntur, ita, ut nonsolum longitudine, crassitie, curvatura, sed etiam pondere, directione, forma, insertione in

j'en ai observé une autre de la longueur de trois toises et demie et qui avoit l'épaisseur d'une archine près de la racine, elle pésait 7 pouds (280 livres).

Il est à remarquer que la pointe des defenses est toujours plus ou moins usée, ce qui met les habitans des bords de la mer glaciale à même de distinguer la défense droite d'avec la gauche *).

3°) Le Mamouth est couvert d'un poil très-épais sur tout le corps **) et a sur le col une longue crinière. Quand même je mettrois en doute les rapports de mes compagnons de voyage, *il est cependant évident, que les crins de la longueur d'une archine, qui se trouvèrent encore à la tête, aux oreilles et au col de l'animal, ont dû necessairement appartenir à la crinière.*

4°) *Schumachof* prétend n'avoir vu aucune trompe, mais il me paroit plus probable, qu'elle a été enlevée

---

longioribus alveolis ab omnibus Elephantorum viventium et nostri aevi laniariis eburneis maxime diversi appareant. Laniarius eburneus Jacutensis quindecim pedum longitudine omnino memoriae dignus est, cum maximus in laniariorum eburneorum enumeratione a *Cuviero* (sur les Elephans p. 99.) mensuratus quatuordecim vix pedum fuerit et maximorum Elephantorum Mozambiquensium nostri aevi laniarii eburnei ad summum 10 pedum, teste Pennanto, longitudine aequent.

*) Quod non intelligo.

**) Quod probandum fuisset, cum in relicto skeleti nostri corio ne vestigium quidem supersit.

par les bêtes féroces; car il seroit inconcevable, que le Mamouth avec un museau si étroit et avec des broches d'une grandeur si énorme pût manger, si l'on n'admet point *) de trompe. Le Mamouth appartiendroit par conséquent suivant ses indices à *l'espèce* **) des Eléphans et Mr. *Blumenbach* dans son systême l'appèle réellement *Elephas primaevus.*

5°) Au reste, le Mamouth que je possède, est tout différent de celui que l'on a trouvé dans la nouvelle York, car celui-ci avoit les dents carnifores ***). Mr.

---

*) Si auctor libelli characteres generis elephantini familiares sibi fecisset, profecto rostrum ab omni Elephantorum specie inseparabile esse organon non ignorasset, praeterea et insertionis quondam rostri vestigia inter alveolos maxillae superioris et in craniis binis nostri Musei mammonteis aeque clare ac in craniis elephantinis asiaticis etiam praesentibus in oculos incurrunt.

**) Ad *genus* elephantinum pertinet et format speciem ab orbe deletam vel primaevam a nostri aevi speciebus cranio et laniariis exsertis majoribus et ponderosioribus maxime diversam. Reliquae diversitates leviores collum breve spinae vertebrarum dorsi longiores etc. plerumque ab illis prioribus dependent, quod postea latius demonstratur.

***) De molaribus auctor loquitur Elephantis Americae borealis ad fluvium Ohio repertis, quorum corona processibus mastoideis *inter sulcos distincta* est et qui egregie depicti sunt *a Collinsonio* in Actor. Anglic. vol. LVII. tab. XXI. XXII. p. 469, qui l. cit simul demonstrat, coronae molaris hujus structuram non ad masticandam carnem sed potius ad frangendos ramos arborum et duriores vegetabilium partes conterendas destinatam esse. *Cuvierus* in tractatu suo de hac specie (Memoire sur le grand Mastodonte) quam injuste ab Elephantorum genere separavit, quamquam nonsolum dentes molares, in qui-

Cuvier a prouvé d'une manière irréfutable, que le Mamouth est une espèce particulière d'animaux antediluviens.

6°) Il s'eleve encore une autre question: c'est de savoir, si le Mamouth a dû habiter originairement les contrées du Pole, ou celles des *Tropiques* (?). Le poil épais dont cet animal est couvert, semble indiquer, qu'il appartenoit aux régions septentrionales. C'est à quoi il n'est pas raisonnable de chercher des objections, comme ont fait plusieurs savants. Mais ce qui reste inexplicable, c'est comment le mamouth a été enseveli sous les glaces! Peut-être la presqu'ile de Tamut s'est elle lentement formée; dans la suite des temps une inondation générale couvroit tout le Nord du globe et aura causé la mort de cet animal, qui après avoir flotté longtemps *)

---

bus male *genericam* diversitam quaesivit, lamellosae sint structurae, ut omnes reliqui Elephantorum molares sunt, sed etiam totum animal characteribus genericis Elephantorum respondeat, ejusdem opinionis est. Ex hoc satis elucet auctorem nec *Cuvieri*, qui ex solis fragmentis mammonteis optime omnium perscrutatis speciem deletam egregie demonstravit, nec aliorum commentarios legisse, quod etiam criticus libelli sui in ephemeridibus Berolinensibus ei opposuit.

*) ,,On the system of the deluge it has been conjectured, that, as the extensive Kingdom of Siberia lies behind the native country of the elephants in Asia from West to East and to the Nordh, by the violent Action of the Winds and waves at the time of the deluge, those great floating bodies, the carcases of drowned elephants were driven to the Northward and at the subsiding of the waters deposited where they are now found. Butwat system or hypothesis ean

entre les masses de glace, fut enfin poussé par un violent coup de vent sur le banc de sable, peu éloigné de la côte. La mer rentrant ensuite dans ses limites, a pu ensevelir le corps du Mamouth. Mais à quoi servent toutes ses hypotheses, eussent elles mêmes un haut degré de vraisemblance: comment concilier des faits qui semblent se contrarier? *On a trouvé des restes pareils, il y a deux ans, sur les bords de la Léna* à une plus grande distance de la mer et ils étoient tombés dans le lit du fleuve; on en a trouvé d'autres dans les provinces plus méridionales du Volga, il s'en est rencontré aussi en Allemagne et même en Espagne. Ce sont autant de preuves incontestables d'un déluge général. Il faut croire que la patrie du Mamouth avoit une très-vaste étendue *). Mais c'est assez, ne poursuivons pas plus longtemps ses suppositions qui nous égarent dans un labyrinthe d'hypotheses. J'ajouterai seulement, qu'il me paroit incontestable qu'il a existé un monde très-ancien et *Cuvier*, sans le vouloir, en donne des preuves évidentes dans son sy-

---

with any degree of probability account for these remains of elephants being found in America, where those creatures are not Known ever to have existed, is submitted to this learned Society." P. *Collinson* loco citato.

*) Per totam forsan terrae orbem, sed optimo conservationis medio naturali, gelu, in arcticis solum conservatum.

stème (?) *) par les 24 espèces d'animaux dont les races sont éteintes. Je prie le lecteur curieux de vouloir bien dans ce moment se contenter de cet essai. Je me propose de donner *l'ostéologie* du Mamouth, *avec toute l'exactitude dont Camper (!)* nous a donné l'exemple dans un travail pareil." **) —

M. Adams.

---

*) In systemate suo animalium *Cuvierus* (*Cuvier* tableau élémentaire d'histoire naturelle des animaux) animalia sua quasi ex orbe deleta non exposuit, sed in scriptis naturae scrutatorum Musei Parisiensis (Annales du Museum de l'histoire naturelle de Paris. Tome huitième 1806. Sur les elephants vivans et fossiles etc.).

**) Gratulor auctori si hocce grave propositum perficere et promissa sua, quae lectoribus offert, servare possit, quod ad me, melius persuasum, quid humeri mei valeant, quidque ferre recusent, non promitto, me arduum et insolitum anatomiae comparativae conamen ad normam anatomici summi *Petri Camperi* et eadem ingenii acumine et anatomicae demonstrationis accuratissimae praestantia quantum in demonstrato skeleto elephantino palam fecit praestare posse licet vellem. Attamen faciam, quod possum, ut in hac sectione prima formam et habitum skeleti mammontei generalem, ejusque discrepantiam ab Elephantino Asiatico nostri aevi ad oculos demonstrem et in sequentibus cranii dentium exsertorum et molarium, trunci extremitatum et reliquorum ossium structuram et formam iconibus illustrem. Praeterea lectoribus praemonendum et in memoriam revocandum est, celeberrimum *Cuvierum* loco citato jam plurimas skeleti mammontei partes ex singulis ossibus et ossium fragmentis accuratius descripsisse.

III.

Animal giganteum mammonteum Elephantorum generis fuisse speciem, ex generico Elephantorum charactere elucet, quippe qui, cum nondum distincte satis stabilitus sit, primo stabiliendus.

Elephantorum Character genericus.

Maximum quadrupes corpore crasso et habitu plumbeo rudiusculo, naso maximo proboscideo molaribus lamellosis et laniariis binis eburneis e maxilla superiore prodeuntibus: ex binis nostri aevi speciebus et binis primaevis deletis cognitum herbivorum, per totum terrae globum evagatum et dispersum.

Non opus est, cum *Linnaeo* et *Cuviero* ad notas negativas v. gr. ad defectum partium *) in definiendo ge-

*) Dentes primores nulli utrinque, laniarii superiores elongati, inferiores nulli, proboscis longissima prehensilis, corpus nudiusculum. *Linnaei* Syst. Nat. Tom. I. p. 1. pag. 58. edit. *Gmelini.* Säugethiere ohne untere Schneidezähne, deren obere Schneidezähne lange Hauer bilden *Cuviers* elementarischer Entwurf der Naturgeschichte der Thiere, übersezt von *Wiedemann*, 1. Theil p. 220. Profecto miror, *Cuvierum*, quem Neotericorum paratissimum, *Linneaum* reprehendendi, cognovimus, in hoc errore *Linnaeum* et *Camperum* secutum esse. Omnes quidem Zoologi, *Pennanto* et *Schrebero* celeberrimo (in libro suo de Mammalibus pag. 241.) non excepto, *Linnaeum* in hoc errore etiam secuti sunt, sed injuste, quis enim, si formam, substantiam, anatomen, functionem et situm laniarii respiciet, in laniario dentem

nere confugiendi, vestigia prominentia in hoc animalium giganteorum genere primo intuitu oculos incurrunt, qualia in proboscide nasali, laniariis eburneis ac inde enascenti cranio admodum singulari cavo nasali ad frontem distincto, habitu plumbeo denique et giganteo cernuntur. Praeterea molares insunt maxillis structurae singularis, molares nempe multiplicati vel ex pluribus molaribus lamellosis inter se adglutinatis compositi, quales in nullo alio animalium genere inveniuntur, substantia vitrea in septorum perpendicularium forma ascendente distincti. Deinde et pedum forma inter ungulatarum et digitatorum intermedia, quo-

---

quaerit? Laniarii nec incisores, neque dentes sunt, 1°) quoniam non sunt instrumenta masticandi 2°) non in ore positi, 3°) substantia vitrea destituti, 4°) non ex substantia ossea sed eburnea formati sunt. Dentes sunt instrumenta masticationis in ipsis faucibus posita ex interna maxillarum superficie enata, ex duplici substantia, ossea nempe et vitrea efformata. Laniarii vero sunt arma lanceolata teretiuscula plus vel minus incurvata vel in spiram contorta, non ex faucibus, sed ex alveolis longis tubulosis intermaxillaribus enata eburnea. Nec primus ego sum, cui res haec ita videtur: jam *Wiedemannus* qui Zoologiae Compendium *Cuvierianum* in linguam germanicam verti curavit sub titulo capitis sexti characterem genericum Elephantorum indicante et incisores pro laniariis exponente, annotavit sequentia: „Ich kann mit *Cuvier* nicht übereinstimmen, wenn er diese Fangzähne oder Hauer zu den Schneidezähnen rechnet, da sie ganz mit den Hauern im Oberkiefer anderer Thiere z. B. des Ebers, des Babyrussa u. s. w. übereinzukommen scheinen; daſs sie in den Zwischenkieferbeinen sitzen, ist meiner Meinung nach kein hinreichender Grund, sie für Schneidezähne zu halten." adeoque acutissimus Elephantini corporis anatomicus *Petrus Camper* ejusdem erroneae opinionis fuisse videtur.

rum digiti quinque in skeleto licet distincti et fissi, in vivo animali autem per membranam callosam in unam quasi molem juncti, ita quidem, ut vix in unguibus ad marginem pedis truncatis digitorum quasi vestigia in conspectum veniant. Cranium denique paradoxum ab omnium reliquorum animalium craniis maxime diversum, orbitis osseis destitutum, cavo nasali seu cisterna in fronte distinctum, intus cellulosum, anteriora versus laniariorum alveolis tubulosis productum.

Rationes hujus structurae peculiaris ex vitae genere Elephantorum elucent. Nutritio horum animalium giganteorum naturae vegetabilis ést, laniariis suis arbores juniores eradicare solent, quorum folia ramulos et cortices succulentos rodunt. Cum ergo duriora haec vegetabilia et vegetabilium partes masticare soleant, molares majores esse eorumque functio quadam cum vi perfici necessarium fuit, molarium corona continuo attritu sensim consumenda mirum in modum a natura firmata est. Corona molarium non, ut in aliorum animalium dentibus, in superficie tantum strato simplici substantiae vitreae horizontali, quod mox detritum fuisset, defensa, sed per molaris totius osseam substantiam permultae laminae vitreae perpendiculari directione ascendunt et ubique per totius coronae superficiem distributae impediunt, quo minus substantia ossea minus

dura, citus justo ex intervallis angustis deterendo consumi possit. Molares, ut aliis verbis dicam, omnium Elephantorum non simplices, ut in aliis animalibus, sed lamellis pluribus multiplicati vel ex pluribus approximatis et inter se conglutinatis compositi *) sunt, ita quidem, ut quousque etiam coronae deteruntur, substantiae vitreae ad fundum usque descendentis ad defendendam substantiam osseam satis adhuc in quavis molaris lamella supersit. Lamellae vero molarium quoad numerum et figuram in diversis speciebus diversae adeoque in extinctis speciebus

*) Singulorum dentium vel lamellarum transversalium inter se junctarum numerus longitudinem dentis molaris elephantini efficit, totius vero dentis latitudine quaevis lamella ipsa gaudet. Quaevis ergo harum lamellarum dentem molarem elephantinum componentium dens per se jam completus et perfectus nominandus, habet enim substantiam osseam et vitream et coronam et radicem cum nervis et vasis nutrientibus instructam Singuli dentes angusti molarem elephantinum formantes glutinis ossescentis ope inter se adglutinati et in singulo quovis eorum, ad superficiem superiorem coronam molaris spectantem, cuspides obtusiusculi vitrescentes inter sulcum utrumque in ordinem transversalem congesti exoriuntur sed mox per frictionem vel detritionem masticando aboleri solent, quo facto annuli vitrei centro osseo repleti e dictis cuspidibus oriuntur, annulis hisce prorsus masticando detritis. annulorum vitreorum et centrorum osseorum ordines, confluunt, hi zonas prominentes undulosas vitreas, illi sulcos osseos inter priores formant parallelorum horum sulcorum et zonarum figura constans, quousque molares etiam deteruntur, semper eadem, quoniam substantiae vitreae per totam dentis altitudinem ascendentis lamellae eaedem manent, ut dissectiones transversales molarium semper easdem ostendunt, in molaribus mammonteis approximatas parallelas in asiaticis parallelo undulatas, in africanis sulcos medio dilatatos etc.

binis variam induunt formam, cujus in sectionis hujus primae quarta dispositione sermo erit.

Cum vero caput per laniarios pondere propensili nutantes gravissimum non nisi brevissimi ope colli cum thorace conjungi et sustineri potuerit, per breve collum autem caput ipsum non ad arborum altiorum ramos admoveri potuerit, nasus in proboscidem longam vel rostrum prehensile productus vice mobilioris colli est et duplici praeditus officio, narium nimirum in multifarium usum inservientium et manus vel brachii robustissimi simulque sensu tenerrimo tactuque et dexteritate incredibili instructi. Proboscidis hujus extensilis et contractilis ope Elephas multifarias functiones perficit, cibum potumque haurit, hostem pellit, proboscideque praecisa vel acriter laesa occiditur. Ab insectis irritatus et perturbatus terram pulverulentam vel aquam haurit proboscide et maximo impetu et quasi ex siphone ex naribus suis iterum rejicit et ad eum corporis sui locum protrudit, quem insecta occuparunt.

Structura proboscidis maxime musculosa est et ex fibris partim longitudinalibus partim transversalibus composita, artificiose internae et externae proboscidis membranae annexis invicem que sese decussantibus intertexta; insertio ejusdem frontem inferiorem et cisternae nasalis oras tegit nec non alveolos

tubuloso slaniariorum occupat, septum narium ex septo osseo et cartilagineo cranii oritur et cum omnes hae insertionis partes in quovis cranio elephantino cujusvis speciei vel viventis adhuc vel deletae reperiantur, primaevas elephantorum species aeque ac nostrae aetatis necessario proboscide instructas fuisse sequitur *). — Continuatio proboscidis paulo post exortum inferiora versus et labium superius format et sensim decrescendo descendit ad terram usque, et unco flexili ex septo narium musculoso membranaceo enato manus functiones perficiente terminatur. Integumentorum externorum superficies rugoso annularis ex subjacentibus constrictis fibris orta et motus interdum vermiformis seu flexurae in spiram contortae proboscidem quasi lumbriciformem reddunt, qua de re *Lucretius* (de Rerum Natura lib. II. v. 537.) commotus Elephantos animalia *anguimana* appellandi et Areteus Cappadox (de morbis diut. lib. II. cap. 13. pag. 68.) etiam serpentis simulacrum in proboscide vidit. Antiquissimis jam tempori-

---

*) Proboscidis structuram, quam *Perrault* (Mémoires de l'Académ. des sciences de Paris Tom. III partie III. pag 139. année 1660, cujus figuram et anatomen *Huel* in ejusd. hist. natur. des deux Elephans dans la Menagerie du Muséum de Paris 1803. tab. 9. fig. 7. recudi curavit) et *Camper* (Oeuvres de *P. Camper* planche XXII fig. 1. 2. 3.) optime et exacte exposuerunt, in omnibus speciebus plus vel minus eandem esse, verosimile est et ex insertionis musculorum proboscidis in cranio ad processum nasalem in fronte et alveolis laniariorum vestigiis in quovis cranio reperiundis cernitur.

bus promuscidem elephantinam ejusdemque dexteritatem admirarunt, eamque Graeci προνομαίαν vel προβοσκιν i. e. instrumentum pascendi appellarunt. *Aristoteles* eandem προβολη μυκτης nasum ad pascendum aptissimum appellavit, ex hisce denominationibus Graecorum Romani voces *proboscis* et *promuscis* derivarunt.

Ad gravissimum ex corporis et capitis mole oriundum pondus sustinendum omnino et robustissimae extremitates requiruntur, quae exinde, ne gravitatis punctum divergere possit, directionem verticalem et formam aeque crassam quasi columnarum observare debebant. Extremitates deinde et columnarum firmiorum officio ut fungi possint, acropodio ad ponderis ferendi resistentiam apto compotes esse debebant, qua de causa digiti leviter tantum discreti brevissimi integumentis externis callosis et planta callosiore adhuc in massam quasi solidam coadunati et confirmati sunt, ita quidem, ut in quibusdam unguium adeo vestigia delitescere soleant et auctores inde seducti, numerum digitorum (in omnibus quinque constantem) diversum et dubium ex vivis subjectis indicarent. (v. *Camp.* II. p. 48)

Vestigia haec et notae prominentes non ex sola singula tantum parte corporis electae sed ex habitu generali cum aliis animalium corporibus comparato desumtae, mammellis binis pectoralibus nullo modo neglectis, characterem

generis elephantini firmiorem et indubium reddunt, eodemque sic stabilito ad species in hoc genere distinguendas transeamus et ex notis characterem genericum formantibus cum iis in skeleto mammonteo obviis comparando certiores nos faciamus, animal mammonteum Elephantini generis genuinam speciem fuisse.

IV.

De Charactere specierum.

Specierum distinctiones celeberrimo Anatomes comparativae et Zootomiae magistro *Petro Campero* debemus, qui primus viam aperiit, nec non merita celeberrimi *Cuvieri*, qui eandem ingenii summo acumine et observandi dotibus eximiis persecutus est, dignoscenda sunt. *Linnaeus* et *Schreberus* non nisi solam speciem Elephantis maximi retulerunt, *Camperus* primus fuit, qui differentias specificas plurium specierum in hoc genere obviarum eximio anatomes studio et skeletorum, craniorum laniariorum et imprimis molarium Elephantorum Africanorum cum iis Asiaticorum et fossilibus comparatione sollerti enucleavit et argumentis anatomicis demonstravit. Idem *Camperus* in numero et compositione laminarum, ex quibus molares Elephantorum

Africes et Asiae indigenorum componuntur prominentia discrimina observavit, molares africani nonsolum numero laminarum, sed etiam figura sulcorum ab ejusdem longitudinis molaribus Asiaticis differunt. Laminae molarium Asiaticorum duplicatae et numerosiores sunt, sulci earum paralleli, cum e contrario laminae Africanorum latiores sint, ergo minori numero collocari possint et sulci medio dilatati sint vel rhomboidales quodammodo videantur, quod ex Collectionis iconum, Opera *Camperiana* illustrantium, Tabula XXVI. fig. 7. et 8. elucet, qua de re *Blumenbachius* differentia hac sola specifica contentus species viventes sequentibus verbis distinxit:

1) ELEPHAS ASIATICUS, *dentium molarium corona lineis undulatis distincta.*

2) ELEPHAS AFRICANUS, *dentium molarium corona rhombis distincta.*

Hisce singulae tantum partis differentiis specificis admodum prominentibus acutissimus *Cuvier* nondum contentus alia ex ipsis craniis comparatis vestigia diversitatis perscrutavit et novis detectis observationes *Camperi* antecessoris dignissimi confirmavit. Forma cranii Elephantis Asiatici ab ea Africani pluribus notis diversa.

Cranium Elephantis asiatici nonsolum axe verticali productiore sed etiam fronte concava omnino ab illo Africani differre, *Cuvierus* *) primus demonstravit. Axin e contrario horizontalem in cranio breviori Elephantis africani longiorem et frontem convexiorem reperiri idem testatur et iconibus et dimensionibus craniorum utriusque speciei sententiam suam probavit. Simulque molarium utriusque speciei differentias jam a *Campero* animadversas confirmavit et clarius, latiusque omnino exposuit. Moneo tamen, in Africanis molarium compositionem ex laminarum crassiuscularum minori numero et sulcorum non exacte rhomboidalium sed medio dilatatorum et sese tangentium figuram respiciendam esse.

Non dubium est, auctorem hisce craniorum distinctionibus historiam naturalem elephantini generis egregie illustrasse, attamen hae distinctiones nil nisi introductio et primae lineae quasi dissertationum et perscrutationum subtiliorum multarum sequentium fuere, quas in Actis Musaei historiae naturalis Parisini **) de speciebus Elephantorum

---

*) Mémoire sur les espèces d'Eléphans vivantes et fossiles, lu à l'Institut national le 1. Pluviose an 4. Tom. II. art. II pag. 14.

**) Annales du Museum d'histoire naturelle Tom VIII. Art. 1. Exposé géographique des principaux lieux où l'on a trouvé des ossemens de l'Eléphant fossile.
Art. II. p. 93. Sur les macheliers des Elephans en général, sur

fossilibus ac de aliis animalibus deletis summa cum industria conscriptas publici juris fecit, ita, ut omni jure fa-

---

leur structure leur accroissement leur succession et leur différence d'après l'age et la position.

Art. III. pag. 113. Sur les défenses des Eléphans, la structure, l'accroissement et characteres distinctifs de l'ivoire et sur ses maladies.

Art. IV. Application des observations sur la dentition de l'Eléphant à la Connoissance des fossiles.

Art. V. Comparaison des Machelieres de l'Eléphant des Indes et et de l'Eléphant d'Afrique et premier caractere distinctif de ces deux espèces. Examen de divers machelieres fossils d'Eléphant.

Art. VI. Variétés dans la grandeur et la courbure des défenses des Eléphans. Comparaison des defenses fossiles a celles des Eléphans vivans.

Art. VII. Comparaisons des cranes Asiatiques et Afriques caracteres extérieures prises des Oreilles etc.

Art. VIII. Du Crane d'Eléphant fossile.

Art. IX. Comparaison des machoires inférieures des espèces d'Eléphans vivantes et fossiles. p. 249.

Art. X. Dernier caractère extérieur des deux espèces pris du nombre des ongles. Examen des diverses fossiles.

Art. XI. Résumé général et comparatif de la taille et de la forme des Eléphans vivans et fossiles.

Art. XII. Résultats généraux de cette histoire des Eléphants vivants et fossiles. ,, Nous venons de voir, que presque tous ceux de ces os fossiles, qu'il a été possible d'examiner et de comparer exactement a ceux de l'Eléphant vivant ont offert des différences sensibles et plus grandes, par exemple, que celles des os du chéval et de l'âne. Nous en avons conclu que ces deux Eléphans ne sont pas entièrement de la même espèce " ,,Les os fossiles ne sont pas roulés: ils conservent leur arêtes, leurs apophyses; ils n'ont point été usés par le frottement; très-souvent les epiphyses de ceux, qui n'avoient point encore pris leur accroissement complet, y tiennent encore, quoique le moindre effort suffise pour les détacher: les seules alterations que l'on y remarque, viennent de la decomposition qu'ils ont subie par leur sejour dans la terre. On ne peut pas se representer non plus, que les cadavres entiers aient été

teri debeamus, *Cuvierum* quamquam ex errantium mortalium numero quidem non excipiendum in perscrutandis animalibus fossilibus tamen facile principem esse nominandum.

Comparandae nunc sunt species Elephantorum fossiles et ex orbe terrarum deletae vel extinctae, quarum crania, maxillae, molares, laniarii et integra interdum skeleta in omnibus fere terrae regionibus (et in frigidissimis adeo integumentis pilosis et carne obducta adhuc et sub glacie cruda conservata) reperiuntur et effodiuntur.

Sunt aeque duo tantum, Elephas nempe *mammonteus* et *mastodonteus* vel Americanus *Pennanti* *). Prioris ossa per totam Europam quidem dispersa; sed illaesa, optime conservata et copiosissima simul in Rossiae et Sibiriae orientalioris frigidissimis tantum terris reperiuntur.

Posterioris ossa in Americes borealioris terris maxime in paludoso - salsuginosis littoralibus Ohio **) fluvii inve-

---

transportés violemment " ,,Tout rend donc extrêmement probable que les Eléphans, qui ont fourni les os fossiles, habitoient et vivoient dans les pays, où l'on trouve aujourd'hui leurs ossemens." (Profecto conclusio verisimillima est!) p. 270. sur le grand mastodonte.

*) *Thom. Pennant's* allgemeine Uebersicht der vierfüfsigen Thiere von *Bechstein* übersezt 1. Band pag. 164.

**) In stratis vix quinque vel sex pedum profundioribus haud procul a *Miame* fluvio, 700 milliarium Anglicarum a littore maris dissitis laniarii, molares, maxillae, vertebrae et femora effodiebantur, laniarii septempedales, quorum crassities ad radicem filo mensurata pedis et novem pollicum amplam peripheriam praebuit, a tornatoribus

niuntur, molares tamen et in terris Europae etiam in terris Peruvianis et Brasiliensibus effossi sunt, etsi rarius [1]). Debemus priores horum ossium Elephantis Americani nempe notitias *Sloaneo* [2]), *Huntero* [3]), *Collinsonio* [4]), *Jeffersonio* [5]), *Michaelisio* [6]), *Campero* et *Pallassio* [7]).

---

examinati et politi ad opificia conficienda aptissimi inventi eorumque ebur ab ebore communi non diversum laudatum est, eorumque figura vero a communi admodum diversa in majorem nempe curvaturam et versus apicem in spiram contortam arcuata descripta est, videntur ergo in hac cum Sibiricis fossilibus convenire; sed molares, quorum corona sex ad decem cuspidata est, duriores ad nutrimenta potius masticanda quam molenda aptiores describentur, mihi cuspides conicae sex vel decem ad coronam conspicuae potius ad frangendos cortices, nucleos, nuces et ligna aptissimae videntur. Femorum et vertebrarum ossa multo crassiora et robustiora et maxillarum femora longiora describuntur.

1) *Buffon* et *Daubenton* Déscription du Cabinet Tom. XI. pag. 172 et Suppl. Tom. V. p. 513. Naturforscher III. pag. 237. Atti di Siena III. tab. 6. 7. ex stratis Italiae superioris. Plurima in Turkesiam mutatae dentes fossiles Galliae (les Turcoises de Languedoc) molares mastodontei sunt v. *Bechstein* in libro Pennantii citato pag. 165. *Pallas* Observatio de dentibus molaribus fossilibus ignoti animalis, Canadensibus analogis etiam ad Uralense jugum repertis in Act. Petropol. Tom. 1. part. II. p. 219. et *Camper.* Act. Petrop. Tom. II. pag. 263: „Nuper in Burgundia similis molaris repertus est."

2) Mémoires de l'Acad. des sc. de Paris année 1727 in 8vo. Tom. II. pag. 429.

3) Philosophical Transactions Tom. LVIII. 34. tab. IV.

4) Philosoph. Transact. Vol. LVII.

5) Notes on the state of Virginia an. 1782. pag. 70.

6) Göttingisches Magazin der Wissenschaften und Litteratur IV. Jahrganges 2. Stück. *Michaelis* Briefe aus Philadelphia an *Forster* und *Lichtenberg.* Nov. Act. Petrop. Tom. II.

7) Acta Petrop. Tom. I. et Nova Acta Tom. II. tab. 8 — 9.

Pealius annó 1801 frequentioribus skeleti mastodontei fragmentorum inventorum et partium effossarum rumoribus commotus integrum skeleton hujus animalis colligendi et ex singulis ossibus in margae fodina Newburgensi ad littora Hudsonii fluvii effossis componendi, ad eundem locum sese contulit et, conamine ultra spem succedente, cum integro skeleto iter ad Angliam fecit, et skeleton ibi deposuit simulque relationem conaminis sui publici juris fecit *). *Cuviero* denique aliorum **) relata complectenti et collectanti completiorem et acutissimis observationibus et conclusionibus illustratam Elephantis mastodontei descriptionem debemus.

*) *Rembrandt Peale* Account of the Skeleton of the Mammouth. London 1802 in 4to et *Rembrandt Peale* an historical Disquisitlon on the Mammouth London 1803. Editio aucta. Facta in hisce scriptis relata *Cuvierus* cum fragmentis et partibus skeleti fossilibus contulit et in hac etiam specie examinanda omnibus fere palmam praeripuit, etsi in novo ex meris molaribus male creato genere et in praemature dijudicando, ut solet, erraverit. Caetera tamen omnia, exceptis verbis „*la structure particulière de ses molaires suffit pour en faire un genre différent de celui de l'Eléphant!*" — illi concedo.

**) *Domeyer* in Actis novis societatis hist. nat. Berol. Tom. IV. in 4to. Allgemeine Litteratur-Zeitung, Halle 1804, April Nr. 111. p. 82. Journal de Physique. Ventose an 10. p. 200. *Valentin.* — *Voigt's* Magazin für d. n. Entd. in der Naturkunde. *Volney* Tableau du Climat et du Sol des Etats-Unis d'Amérique Tom. I. p. 100. *Cuvier* sur le grand Mastodonte, animal très voisin de l'Eléphant, mais à machelières herissées de gros tubercules, dont on trouve les os en divers endroits de deux continens et surtout près des bords de l'Ohio dans l'Amérique septentrionale, improprement nommé Mammouth par les Anglais et par les habitants des Etats-Unis etc. — dans les Annales du Muséum de l'hist. nat. de Paris Vol. VIII. p. 270.

3) ELEPHAS MAMMONTEUS, cujus quidem maxillae crania, laniarii et molares per totam Europam dispersa et temporis carie exesa effodiuntur, ex skeleto integro nondum cognitus, a *Blumenbachio* celeberrimo primigenius vel primordialis dictus et a *Cuviero* jam descriptus est. Distinguitur ab aliis speciebus, praeter giganteam magnitudinem, laniariis maximis decem ad quindecimpedalibus, admodum arcuatis, simulque in spiram contortis, eorumque grandioribus alveolis extrorsum versis, qui capitis longitudinem vel altitudinem *) admodum augent et producunt. Brevissimo prorsus collo et processibus spinosis vertebrarum thoracis longioribus et robustioribus ad ferendum et firmandum caput ejusmodi propensili laniariorum nutantium pondere gravissimum aptissimis et omnibus ossibus robustioribus, eorumque apophysibus et tuberositatibus musculorum insertioni inservientibus prominentioribus nec non

*) Jam Elephantis Asiatici cranium longius vel altius est, cranio Africani: at omnium altissimum mammonteum et frons ejusdem concava. Altitudinem cranii *Cuvierus* sequentibus verbis exprimere voluit: ,,L'Axe verticale de la tête est fort élevé" et *Camperi* observatio in utroque sexu laniarios adesse, confirmari videtur sed notae prominentiores specificae, e meris laneariis prodeuntes et desumtae nec *huic* nec *illi* innotuerunt, quamvis primo intuitu in integro skeleto sint percipiendae. Differentiae reliquae specificae ab utroque allatae omnino verae et optime observatae sunt, at non primo statim intuitu sed saepius examinando et comparando primum in conspectum veniunt, ergo levioris sunt momenti et iis quae oculos quasi incurrunt post ponendae.

extremitatum compage firmiori, corio denique piloso ab aliis speciebus abhorret, ita, ut per posteriorem hancce differentiam tamquam Elephas regionum frigidiorum terrae considerandus videatur.

Discrimina jam indicata ex skeleti totius habitu petenda, sub sensum cadentia eamque ob causam graviora et prae caeteris mihi digna indicandi videntur, quoniam primo intuitu jam a quovis imo historiae naturalis imperito, skeleton Elephantis Asiatici cum mammonteo comparante, conspiciuntur, ad quam sententiam lectores qui iconem skeleti mammontei a me adjectam cum icone skeleti Elephantini *Camperiani* *) vel *Cuvieriani* conferre velint facillime accedent. Quae tamen non impediunt, quo minus discrimina reliqua ab antecessoribus inventa et ex singulis partibus, v. c. maxillis molaribus etc. enucleata agnoscam atque afferam. In craniorum et molarium diversarum specierum comparatione a me reperta et vere comprobata, haec sunt:

Molares mammontei, caeterum cum Indicis vel Asiaticis magnitudine et longitudine aequales ex majori lamina-

---

*) Omnium optime et juste ab ipso auctore depicta, qui isto tempore Anatomicorum omnium maxime peritus simulque difficillimas objectorum figuras calamo delineandi dexteritate praecellens icones suas paucis sed egregie delineavit.

rum numero ac in Indicis compositi, ideoque et sulcorum vel zonarum vitrearum transversalium majori numero gaudent. Laminae ergo angustiores sunt Indicis et magis approximatae tenuissimaeque. Zonae transversales per ascendentem substantiam vitream efformatae in coronae superficie conspicuae, sulcos osseos includentes, minus serratae quam undulatae sunt, et in Indicis sed compressiores, lineares fere et omnino parallelae.

Ratione et proportione laminarum (ergo, molares elephantini *omnes ex iis compositi* *)), differunt in diversis speciebus et quidem numero:

1) Molaribus MAMMONTEIS copiosissimae sunt laminae tenuissimae angustissimaeque,

2) INDICIS copiosae et angustae sulcis undulatis distinctae,

3) AFRICANIS parciores et crassiusculae, sulcis undulatis medio dilatatis distinctae,

4) MASTODONTEIS paucissimae crassissimae, in statu integro tuberculo utrinque; statu vero detrito sulco utrinque dilatato distinctae;

*) Molares Elephantorum omnium in genere ex laminibus vel dentibus lamellosis compositi sunt, molaribus mastodonteis nullo modo exceptis, ex quo sequitur, animal mastodonteum ex eodem hoc genere non excludendum nec separandum esse, quod tamen perperam, ut mihi videtur, *Cuvierus* fecit Vid. ulteriora argumenta *Camperiani* in dispositione V. hujus sectionis communicata.

Maxillae inferiores mammonteae ventricosiores crassiores et ad symphysin ramorum vel femorum in arcum magis sinuatae vel furcatae sunt, cum e contrario illae Indicae versus symphysin in angulum fere acutum conjunctae sint. *Cuvierus* in eo tamen erravit, quod fossilibus mucronem mentalem pro inserendo musculo genioglosso denegaverit *), quoniam Colonienses suae fossiles maxillae processu hancce mentali destitutae fuerint, in omnibus nostri Musei sibiricis melius conservatis mucro adest, quod etiam ex tabula adjecta mea secunda (Tab. XI.) elucet. *Cuvierus* vero a priori perperam demonstravit mucronem maxillae inferioris usque ad laniariorum alveolos, in Asiaticis breviores, non ascendere posse, sed inter laniarios ipsos remanere; cum e con-

---

*) „Le canal (sub voce canalis C. spatium inter maxillae inferioris ramos vel femora eorumque symphysin intelligit) est donc 1°) beaucoup plus large à proportion de la longueur totale de la machoire, mais 2°) il est aussi beaucoup plus court. 3°) Dans l'espèce des Indes et dans celle d'Afrique, où les alvéoles des défenses ne descendent pas au-delà de la pointe de la machoire inférieure, celle-ci peut s'avancer entre les défenses; elle se prolonge donc en une espèce d'apophyse pointue. Dans les têtes fossiles au contraire, où ces alvéoles sont beaucoup plus longs, la màchoire a dû être, pour ainsi dire, tronquée en avant: autrement elle? (non maxilla sed os) n'auroit pu se fermer. Ces deux différences sauteront aux yeux de ceux, qui regarderont les figures 1, 2, 3, 4 et 5 de la planche V." Figurae 4 et 5 fossiles maxillas mutilatas et mucronibus destitutas repraesentant: vide Annales du Muséum de l'histoire naturelle de Paris, Tom. VIII. p. 250. Rectius *Camperus* (Oeuvres l. c. et apud *Cuvierum* pag. 251.) ait, „que la màchoire fossile offroit des côtés plus renflés, plus bombés que celles des Indes."

trario in craniis fossilibus alveoli laniariorum longiores sint, mucronem eosdem collidere vel impedire, quominus os claudi possit, qua de causa maxillam inferiorem anteriora versus necessario non mucronatam sed truncatam esse debuisse.

Species mammontea Asiaticae prae reliquis quodammodo, ob molarium structuram et corporis habitum communem, affinis.

4) ELEPHAS MASTODONTEUS vel Americanus ex omnibus characterem indubium hujus generis constituentibus notis, (v. p. 470 et 472) omnino obviis, confirmata species, nuperrime a *Cuviero*, qui differentiam in molaribus specificam pro generica habuit, vi quasi ab eodem hoc genere avulsa, denuo mihi restauranda est. Haec species alteram Elephantini generis extremitatem formare videtur et E. mammonteo lamellis molarium numerosissimis et tenuissimis distincto omnino oppositam, Africano autem propter minorem laminarum in molaribus numerum affinem.

Proboscidem et laniarios eburneos nec non molares compositos animal mastodonteum omnino habuisse, *Cuvierus* nonsolum agnovit, sed ipse demonstravit, hoc est, notas omnes Elephantini generis in eodem conspexit, nihilominus tamen speciem ejusdem generis esse negavit, — et cur hoc? *„quoniam differt molarium forma ab aliis Ele-*

phantorum speciebus! " *) — Sed ipse respondeat: „il résulte de la déscription, que le grand Mastodonte ou l'a-

---

*) „La forme des machelières est ce qui a le plus frappé en elles. La couronne est divisée par des sillons ou espèce de vallées ouverts en un certaine nombre de collines transversales, et chaque colline est divisée elle-même par une échancrure en deux grosses pointes obtuses et irrégulierement conformées en pyramides quadrangulaires un peu arrondies. Cette couronne, tant qu'elle n'a pas été usée est donc hérissée de grosses pointes disposées par paires. *Au fond même, il n'y a qu'une différence de proportion entre ces collines transverses à tranchant divisé en plusieurs tubercules des dents de l'Eléphant. Ceux-ci sont seulement des collines plus nombreuses, plus élevées, plus minces, separées par des vallons plus étroits plus profonds, et que le cortical comble entièrement*" etc. Ex ultimis hisce verbis, etsi nullo modo laminas molarium ipsas respiciant nec earum numerum, compositionem et proportionem cum Africanis imprimis comparandam distincte satis explicare valeant, tamen elucet, auctorem, molarium mastodonteorum structuram Elephantinis analogam intellexisse, sed eorum lamellosam compositionem omnium Elephantorum molaribus propriam non observasse et quominus eam observaret, differentia, in sulcis versus utramque extremitatem dilatatis, posita, specifica, paulo prominentiori, impeditum fuisse. Verum est, molares mastodonteos primo intuitu ab Africanis adeo, quibus tamen propter laminas crassiores, ex quibus compositi sunt, omnium maxime adpropinquantur, abhorrere; si vero lamellosam utriusque molaris structuram respicias et proportionem laminarum in utriusque speciei molaribus et crassitiem et numerum diversum observare velis, mox intelliges, molares mastodonteos masticando detritos sulcis vitreis utrinque dilatatis (eadem ratione ut in reliquis speciebus ex tuberculis, etsi majoribus, nempe ortis) instructos esse, ac laminarum crassitiem earumque tuberculorum et sulcorum amplitudinem eadem ratione augeri, qua numerus earum diminuitur, videbis tandem in iis molares elephantinos ex paucioribus et crassioribus laminis ad coronam utrinque tuberculatis compositos et *Cuvierus* denique ipse fateri debet, molares mastodonteos re vera non structura sed proportione tantum laminarum (quas voce obscura et neutiquam clara nec distincta *collium* transversalium indicare voluit) ab aliis molaribus differre. Alio tempore et ego ex dissectionibus molarium

nimal de l'Ohio étoit fort semblable à l'Elephant *par les défenses et toute l'Osteologie*, les mâchelières exceptées; qu'il avoit très-probablement une trompe; que sa hauteur ne surpassoit point celle de l'Eléphant, mais qu'il étoit un peu plus allongé et avoit des membres un peu plus épais, mais une ventre plus mince; que, malgré toutes ces ressemblances la structure particulière de ses molaires suffit pour en faire un genre différent de celui de l'Eléphant" etc. vid. *Cuvier* sur le grand Mastodonte, Annales de Museum Tom. VIII. pag. 311.

Ex meris igitur molaribus *Cuvierus* novum genus animalium creavit! ex molaribus, in quibus lamellosa molarium elephantini generis structura non dignoscenda, quorum vero laminae quoad numerum diminutae, quoad crassitiem auctae, quoniam species mastodontea alteram generis extremitatem occupans mammonteae et asiaticae, ex quarum molaribus normalis quasi molarium elephantinorum structura primo accepta est, et qui ex angustissimis tenuissimis et numerosissimis lamellis compositi sunt, ergo contrariam omnino laminarum proportionem sequuntur, directe

---

transversalibus et laminarium molares omnes elephantinos componentium verticalium analysi, iconum ope, demonstrabo, lamellosam structuram vel molarium ex dentibus pluribus lamellosis compositionem ad genus distinguendum, laminarum autem ipsarum crassitiem et numerum ad species definiendas inservire.

opposita est. Si genus elephantinum primo ex molaribus mastodonteis cognovissemus, quibus omnium specierum paucissimae et crassissimae laminae sunt, quarum et tubercula et sulci vitrei proportione majores esse debent, primo intuitu molarem mammonteum ex lamellis tenuissimis et numerosissimis compositum pro elephantino vix haberemus, at primo intuitu nondum contenti sed per ipsam structuram penetrantes naturae scrutatores per meram dissimulatam formam falli nesciunt; formam, structuram, partium compositionem et proportionem respiciunt et rite distinguunt. Structura lamellosa molarium mammonteorum eadem est ac mastodonteorum licet numerus, crassities et forma laminarum maxime diversa sit. In genere definiendo ex molaribus, pro specierum diversitate variantibus, nil nisi compositio eorum vel lamellosa structura respicienda est.

Hisce jam verborum tantum ope expositis, in posterum vero iconum majori auxilio exponendis argumentis Elephantem mastodonteum a naturali genere suo avulsum, iterum restaurasse censeo, ejusque molarium differentiam specificam omnium maximam ad capitis hujus calcem de variis speciebus disserentis adjiciam. Primum vero moneam, specierum omnium molares, praemissa de dentitione Elephantorum, de molarium prorsus successione et secundario-

rum molarium a primariis diversorum differentiis doctrina a *Campero* et *Cuviero* egregie exhibita, nonsolum in statu integro sed etiam detrito comparandas esse, ne integritatis et laesionis vel detritionis discrimina cum differentiis essentialibus confundamus. Deinde nonsolum coronae et laminarum figura sed earum interna structura, earumque sulci vitrei ex molaribus transversim dissectis et verticaliter diffractis respicienda sunt, ne in tuberculis istis binis maximis, in quavis coronae mastodontis lamina ventricosa et crassa conspicuis, aliud quidquam videamus, quam quod in plurimis sibi approximatis minoribusque tuberculis in ordines vel parallelos vel rhomboidales digestis, corona sensim detrita, sulcos vel parallelos vel medio dilatatos et sese invicem tangentes formantibus videmus.

Elephas mastodonteus praeter staturam longiorem et multo robustiorem molarium (corona tuberculis sex, octo vel decem munita) ex tribus, quatuor vel quinque tantum laminis, sed omnium crassioribus et ventricosioribus, ad coronam utrinque tuberculo vel sulco admodum dilatato instructis, compositione distinguitur. Praemissis hisce specierum jam omnium distinctionibus transeamus nunc ad skeleti mammontei ipsius, in Museo Academico Petropolitano expositi explicationem.

V.

De skeleto mamonteo ipso in Museo Academico Petropolitano conservato.

Skeleton mamonteum *Adamsii* meritissimi cura compositum, in Museo Academiae Imperialis Scientiarum Petropolitano pone skeleton elephantinum repositum est ita, ut commode alterum cum altero comparari possit. Jam primo intuitu quisque ossium utriusque compagem perlustraturus persuasum sibi habebit, animal mammonteum Elephantini generis speciem fuisse et quidem Asiatico vel Indico nostri aevi omnium maxime affinem. Skeleta bina Asiatica Musei nostri mamonteo adposita sunt, Africanum non habemus. Sed cum Asiatico jam comparatum animal mamonteum eodem gradu diversum ab eo apparet, ac Equus caballus ab Asino, quod jam *Cuvierus* ex fragmentis arguit et vix dubito, tyronem vel historiae naturalis adeo imperitum inveniri, qui non primo obtutu speciem mammonteam laniariis majoribus magisque arcuatis et in spiram contortis extrorsum versis simulque omnibus ossibus crassioribus et robustioribus ab Asiatica et magis adhuc ab omnibus reliquis discrepantem observaret. Nonsolum enim generali totius corporis habitu, magnitudine et ossium robustiore compage et crassitie, sed etiam par-

tium quarundam proportione diversa et magnitudine peculiari differt species deleta primaeva.

Differentiae specificae ex habitu petendae.
Confer. Tab. X.

Habitum dico complexum generalem omnium partium totius corporis ex primo obtutu perceptarum. Ejusmodi habitus robustior est in skeleto mammonteo ac in Asiatico et re vera in utraque specie deleta habitus multo crassior et robustior, quam in speciebus binis superstitibus cernitur adeoque mastodonteus mamonteum nostrum ossium crassitie superare dicitur.

Primo intuitu quisque *laniarios* Asiatici vel Africani cum mamonteis comparaturus mamonteos duplo triploque longiores, crassiores, magis incurvatos, in spiram contortos, *alveolos tubulosos* longiores extrorsum versos vel divergentes et fossa interalveolari destitutos conspiciet, *cranium* ipsum exinde ampliatum, longius, gravius laniariorum eorumque tubulorum pondere propensili auctum inveniet.

Truncus robustior in omnibus et singulis ossibus et ossium partibus primo obtutu cernitur. Columna vertebralis et processus imprimis spinosi vertebrarum thoracis in skeleto nostro mamonteo multo longiores et crassiores — declarantur portatores capitis gigantei. Conf. (Tab. XXIV.

fig. 1. B G. δ et Tab. XX. fig. 1. A B C D.) easdem partes caput elephantinum sustinentes in skeleto Elephantino *Camperiano*. In utraque icone operis sui egregii celeberrimus *Camper* ligamentum occipitale cum cervicali conjunctum in skeleto Elephantino delineavit; ex apophysibus spinosis vertebrarum thoracis hoc ligamentum oritur et partim occipiti partim apophysibus spinosis vertebrarum sex ultimarum cervicalium annexum est. Officium hujus ligamenti est, capitis elephantini pondus grave ope ejusdem sustinere; ligamentum vero ipsum caput cum trunco conjungens apophysibus spinosis vertebrarum thoracis inseritur. In apophysibus hisce ergo punctum fixum est, quoniam ipsae vi ponderis resistunt. Apophyses hae ergo resistentes reliquis apophysibus altiores et robustiores tamquam portatores capitis elephantini considerandae sunt, et cum caput mammonteum laniariorum pondere propensili auctum et multo gravius elephantino factum sit, sequitur, et portatores ejusmodi capitis gigantei multo robustiores et crassiores prominere, quod etiam re vera in skeleto nostro mamonteo cernitur, qua de differentia specifica quisque lectorum meorum, qui tabulam meam X. adjectam cum citatis iconibus *Camperianis* conferre vel skeleti mamontei vertebras cum elephantini vertebris comparare velit, certiorem se facere potest.

Deinde et extremitatum crassiorum et robustiorum, tale corpus gravissimum sustinentium, habitus ab elephantino habitu diversus, plumbeus et crassior evadit et corpus et singula membra elephantinis breviora quasi refert, etsi re vera non sint. Confer. e. g. femoris ossa in skeleto mamonteo et *Camperiano*.

Habitum denique robustiorem jam in solo skeleto manifestum et observabilem eo distinctius et clarius quondam in ipsius animalis, carne et corio vestiti, viventis figura horribili manifestatum fuisse, ex eo elucet, quod musculorum, tendinum, ligamentorum ac reliquorum corporis molliorum partium robur ossium robori convenisse concludendum sit, et quod species mamontea ab omnibus reliquis speciebus eodem gradu discrepaverit, quo cutis, pilosa et juba collaris eandem distingueret et aspectu terribilem redderet.

Differentiae specificae ex magnitudine et proportione partium quarundum diversa petendae.

Species elephantini generis deletas viventibus binis vel nostri aevi speciebus grandiores et robustiores fuisse, ex dimensionibus ossium et fragmentorum a *Pealio* et *Cuviero* descriptorum et mensuratorum comprobatum est. Corpus imprimis Elephantis mammontei ejusque staturam re-

liquis praevaluisse et in giganteam magnitudinem excrevisse, ex singulo hoc et unico quidem nostro skeleto non elucet, quoniam hoc specimen ex minoribus fuisse videtur ac junioris aetatis documenta prae se fert, epiphyses enim nondum ossificatae sed cartilagineae potius substantiae, hinc illinc secessae. Nihilo minus tamen speciminis hujus mammontei junioris magnitudo eandem binorum adultorum pone positorum Asiaticorum fere superat, evidentius autem ex aliis singulis ossibus mammonteis alio tempore et loco erutis ac describendis in Museo Academico reperiundis hujus speciei magnitudo gigantea declaratur, nec non imprimis ex craniis binis mamonteis insolitae magnitudinis, altero in Museo nostro, altero in Museo nautico Petropolitano conservatis in posterum describendis, eadem comprobatur.

De omnium singulorum ossium magnitudine, robustiore compage et habitu crassiore, ex dimensionibus et mensuris ope filamenti et baculi geometrici institutis, comprobando in sectionibus singulis sequentibus agitur, in quibus simul de singulis ossibus skeleti mammontei observationes et relationes anatomes comparativae auxilio factae et exploratae exponuntur et iconibus, ubi necesse erit, partium ex utraque specie propositarum et adhuc comparandarum demonstrantur.

In hac sectione prima haec omnia obiter tantum et quatenus ad demonstrandam differentiam specificam Elephantis primaevi, vel ad skeleti mamontei explicationem necessaria videntur, tractanda sunt.

Graviora argumenta vero, speciem mamonteam a reliquis diversam esse, comprobantia ex proportione partium quarundam corporis diversa prodeunt. Harum, ut jam dictum est, gravissimae sunt *laniarii* X. et XV = pedales eorumque *alveoli tubulosi*, qui grandiorum laniariorum infigendorum et firmiter stabiliendorum causa in cranio mamonteo amplificandi et producendi erant, ideoque et re vera multo grandiores sunt, atque fossa interalveolari fere destituti, sed in extrema parte extrorsum utrinque divergentes, directionem laniariorum sequuntur, quod ex tabulae XI. fig. 1. cognoscitur. Alveoli nonsolum crassiores sed etiam longiores approximati cranii altitudinem vel longitudinem augent, inde cranium mamonteum adeo illud Asiatici, ad axin verticalem productum, longitudine adhuc superat, quod etiam ex eadem figura ejusdem tabulae elucet.

Deinde, si Tabulae X. figuram 1. inspicere et eam cum skeleto Elephantino *Camperiano* conferre velis, *brevissimum* in skeleto mamonteo *collum* esse videbis ac *Camperi* acutissimi ingenii de necessaria E. mastodontei con-

formatione demonstrationes *) et auguria, quae etiam in mamonteo comprobata sunt admiraberis. Vertebrae colli non

---

*) Act. Petropol. Tom. I. part II. pag. 221. „Conjecturae meae pondus praeterea addere videtur haec consideratio: quod *quoniam proboscide gaudere debet incognitum* (mastodonteum) *necessario*, etiam idcirco veluti elephas primoribus dentibus destituatur. Verum *cur proboscide instrui debeat necessario?* interrogantes audio. Ob hanc, respondeo, caussam, quoniam ex maxillae inferioris mole dijudicare valemus, caput incogniti (mastodontei) esse ingens, elephantino adulto majus, adeoque perquam grave. Id si probabile statuamus, *necesse est, ut collum sit perquam breve* quemadmodum in Elephanto, etiam ut altitudo atque totius corporis moles sit valde ingens; quid ergo? ut proboscide tamquam longiore manu sit instructum! sine qua sive carnivorum fingatur, seu phytivorum, alimentum capere omnino non posset. Gaudere igitur debet proboscide et destitui dentibus primoribus. Si ad Dromedarios, Camelos, Equos, Oves, Cervos et Boves animum advertimus, patebit, *collum* in iis omnibus esse proportionatum altitudini spinae dorsi a terra; sed in his omnibus caput parvum et leve est. Equi collum brevius collo Cameli, sed et caput gravius. Illud Bovis gravius quidem est equino capite, sed et collum brevius. Cameli caput omnium levissimum. Elephanti caput haud raro DC. vel DCCC. libras grave requirebat igitur collum brevissimum respectu altitudinis corporis, cum quo tamen pabulum attingere nequivisset, nisi industria et provida Natura longiori proboscide hunc defectum compensasset. Quoniam igitur omnis haec ratiocinatio etiam incognito animali adplicari potest et quoniam maxilla inferior apprime elephantinae similis est, jure summo ad idem genus referri posse opinor.“ (Vides lector benevole! acutissimum *Camperum*, alia ratione ductum, meis partibus stare et mastodonteum contra *Cuvierum* non genere sed specie tantum diversum demonstrare, quod ego tantum molarium structura conatus sum.) „Molares dentes, fateor coronis suis diversos esse ab elephantinis; verum inde quidem specifica, *sed generica differentia peti nequaquam potest*. In aethiopico apro molares fere elephantini dantur quatuor, in nostrate viginti, in Americano cystifero viginti quatuor, in Babyroussa viginti; ob quam solam differentiam tamen nemo novam hanc Africae bestiam ad diversum genus referre vellet!“ (Merito haec verba celeberrimus *Pallas* ex epistolis *Camperi* justa laudae allegavit, „verba

minores Elephantinis, sed potius robustiores sunt, at arctius inter se comprimuntur vel magis approximantur: inde collum brevius, elephantino, quoniam caput laniariorum maximorum nutantium pondere propensili gravius est elephantino. Ob eandem causam etiam *processus spinosi vertebrarum thoracis* et omnium in genere dorsi vertebrarum, quibus ligamentum crassum cervicale et occipitale, caput sustinens, inseritur, robustiores sunt in mammonteo (vid. Tab. †. R.), quam in skeleto elephantino, ubi processus spinosi multo tenuiores sunt ac sola extremitas cartilaginea incrassescit, ut in iconibus skeleti elephantini posterioribus sectionibus adjectis demonstratur. Natura ossium grave capitis pondus sustinentium robur auxit, eadem cura cranii pondus ipsum *structura lamellarum tenuissimarum cellulosa* diminuit, quod celeberrimus *Camper* egregie sequentibus demonstravit. „Pour resserrer l'encéphale dans de justes bornes, ne pas surcharger la tête d'un poids inutile de matière osseuse, et donner cependant cette plus grande étendue, qu'exigent les muscles; les tables du crâne sont éloignées les unes des autres par un grand nombre de cloisons osseuses prolongées à la distance de plusieurs

---

sunt," idem inquit: „e quibus novo argumento discimus, quantum lucis et incrementi Anatome comparata a Summi Viri laborioso otio expectare sibi debeat."

pouces. Les intervalles, remplis d'une infinité de celluses plus ou moins spacieuses, communiquent avec le gosier par le moyen des trompes d'Eustache, et se chargent d'air au lieu du sang ou de la moëlle, qui se trouve ordinairement dans le diploé des mammifères." etc. *Cellulae* istae aëre incluso pondus cranii diminuentes, in cranio mamonteo *copiosiores* elephantinis, reperiuntur et *spatium inter utramque laminam* cranii osseam multo *amplius* inde cavitas cranii, ab interiori lamina formata, paulo minor quam elephantina, exterior lamina e contrario amplior evadit, quod in sectionum sequentium iconibus cranii diffracti demonstratum est.

Omnium reliquorum ossium, v. g. scapulae, humeri, antibrachii et carpi utriusque lateris, magnitudine et proportione peculiari variantium in skeleto mamonteo crassities et robur necessario ex capitis mole ejusque laniariorum pondere aucto oritur. Ossa igitur haec crassiora et robustiora extremitatum anteriorum non nisi effectus naturales capitis mamontei gravioris consideranda sunt, quoniam centrum gravitatis capitis et corporis gigantei ipsis hisce extremitatibus anterioribus prae reliquis impositum est. Alterum ex altero sequitur. Humeri ossa omnibus iis animalibus, quibus gravitatis centrum anterioribus extremitatibus incidit, v. g. Elephantis, robustiora et crassa

sunt, sed crassiora et ampliora in skeleto mamonteo Tab. X. fig. 1. *m.o.a.l.* a latere fig. 2. ab anteriore et posteriore parte conspiciuntur, pilae quasi appellari possunt, quarum capita ingentia globosa pondus ferendum produnt, qua de causa humeri os etiam ab anteriore et posteriore parte visum in Tabulae X. figura secunda et tertia iterum delineatum est.

Antibrachii (vid. Tab. X. fig. 1. *b c m d*) structura et compages omnium maxime memoriae digna est. Cubitus (*b*) seu ulna mamontea crassior elephantina, praeprimis versus extremitates volumine augetur, ita, ut olecranon ulnae (*c*), cavitati inter condylos humeri majori et posteriori respondens, mirum in modum promineat. Radius *d*, anteriorem ulnae partem tegens, cruciatim cum ulna conjunctus est, ita, ut versus inferiorem extremitatem cum osse semilunari carpi, versus superiorem vero, postquam supra ulnam oblique ascensit, ad oppositum latus tendit et per synevrosin cohaeret, quod in sectione sequenti latius iconum ope demonstrabitur, quoniam natura in hacce articulatione crucem sic dictam Sti. Andreae seu instrumentum sustinendi formavit, quo fabri lignarii in exstruendis aedificiis et ad sustinendum grave pondus uti solent.

Pedes extremi e f g h Tab. X. fig. 1.), cute et tendinibus ligamentisque adhuc obtecti amplius explicari ne-

queunt, quoniam pedes ex unico specimine dissecari neutiquam licet. — *Palmae* et *plantae* ad inferiorem superficiem imprimis *dilatatae* et elephantinis latiores.

Ossa ileum (T U) et *scapulae* (g Q P O) mamonteae elephantinis robustiores et versus tuberositates et vestigia insertionis musculorum prominentiora dilatatae sunt, quod nonsolum ex marginibus ileum (T U) et ischium (*u*), sed etiam ex utroque scapulae processu (O et Q) cognoscitur.

Femora (X X) nonsolum in diaphysi sed etiam versus apophyses, trochanterem (*r*) nempe et condylos (*t t*) crassiora elephantinis, etiam *Tibiae* (Y) cum *fibulis* (Z) praesertim versus superiorem extremitatem, elephantinis, crassiores.

Costae et *vertebrae* caudales numero incompletae, priores cum sterno ab ursis devoratae partim e ligno restauratae, posteriores ad octavam (*i*) usque supersunt, reliquae viginti duo carent. Reliqua et singula in specie demonstranda in sequentibus sectionibus continuabo, cum prioris limites jam transgressos video. Paucas tantum et generales skeleti dimensiones et mensuras et iconum explicationes adjiciam.

VI.

Explicatio tabularum X. et XI.

Tab. X. fig. 1.

A. B. Laniarii admodum arcuati, apicibus acie terminatis extrorsum versis quorum directio, a posteriori parte clarius visa in iconibus sequentium sectionum demonstrabitur.

C. Alveoli cute denudati.

D H H F G. Cranium relicta cute corrugata et lacerata obtectum. D. locus ubi rostrum vel promuscis verosimillime ab ursis avulsa et devorata subjacuit. E Oculi seu palpebrarum vestigia. F. Auriculae lobus. G. Cutis ab occipite avulsae fragmentum H H H. Limites cutis in cranio relictae. I. Maxillae inferioris portio. K. Fossa occipitalis, ejusdemque septum pro inserendo ligamento cervicali crasso. L Atlas. M Epistropheus, N lineae punctatae, situm, directionem et insertionem ligamenti crassi cervicalis, gravissimum caput cum columna vertebrali conjungentis, indicantes. O.P.Q. *q*. Scapula P. Cavitas articularis ad extremitatem anguli colli. Q. Processus acromion imitans O. Processus apophysin coracoideam imitans, e spinae medio supra musculum infraspinatum descendens *q*. margo inferior et angulus ad labium posterius scapulae: † labium

triangulare baseos spinae ad angulum superiorem scapulae. *aa. n. ll.* Humeri ossa, et quidem, *a* diaphysis vel corpus, *n* caput ossis humeri articulare, *l* fossa pro recipiendo ulnae *c* olecrano inter condylos ad posteriorem extremitatis humeri inferioris partem: *b c d m* antibrachium et quidem *b* cubitus vel ulna, *c* olecranon ulnae superiore et posteriore antibrachii extremitate affixum: *m* cavitas sigmoidea et anterioris et superioris extremitatis pro recipiendo condylo utroque brachii: *d* radius, *ee. ff* palmae vel pedes extremi anteriores, posterioribus multo majores, cute adhuc obtecti. R robustissimas indicat thoracis vertebras earumque apophyses spinosas, 1. primam, 19. ultimam, 7. cervicalem, 5. ultimam lumbalem, *k* tertiam sacralem, *i* 8 octavam coccygeam, 5 ultimam hujus lateris costam, extrorsum versam, literam latinam *S* fere imitantem, N. decursum ligamenti crassi ad ultimos vertebrarum processus spinosos usque per totam dorsi spinam. TUUVW. $\gamma \delta \kappa$. Pelvim denotant et quidem T δ U ossa ileum, nempe T, spinam superiorem et posteriorem ab *k* osse sacro descendentem, U, inferiorem et anteriorem ilei spinam cum labio crasso extrorsum verso et *x* labio interno, δ incisuram, sub anteriori et interiori margine ileum, per quam vasa cruralia et spermatica descendunt: ex eadem hac incisura δ, spina obliqua, quae linea punctata distincta est et cujus ope os ileum ab osse

pubis *v v*, distinguitur ad foramen ovale *γ* vel pelvis fundum ascendit. V*v* Acetabulum vel cavitas cottyloidea ex osse ileo, ischio et pubis formata, quae caput ossis femoris suscipit. W. *u* ossis ischium tuber. X. X. *t*. *t*. *r* Ossa femoris et quidem X diaphysis vel corpus *r*, trochanter major *t*.*t*, condyli, S. patella seu rotula. YY Tibia et Z fibula seu perone: *gghh* pedes posteriores seu plantae, minores palmis, cute adhuc obductae.

Fig. 2.

Humeri os ab anteriori parte visum repraesentat *n*, caput ossis humeri, absque collo, maximum et multo latius elephantino, quod ex dimensionibus et mensuris ejusdem comprobatur, ex binis quasi globulis vel tuberibus cartilagineis, altero vero capite *n*, altero tubere *o* et sulco, pro ligamento tendinoso inserendo, interceptis formatum et quasi biceps vel triceps tuber dicendum, *o* tuberculum majus pro inserendo musculo supraspinato, X tuberculum minus pro subscapulari. C*c* Sulcus, pro tendine musculi bicipitis inserendo, inter utrumque tuberculum descendens. Tubercula haec globi potius vel tubera nominanda, sunt enim tantae molis, ut commode cum ipso capite comparari possint, praesertim ab anteriore parte et a latere visa. Tuber magnum *o* capiti *n* recta oppositum et a tubere X minori

non nisi sulco C, externo distinctum. Caput ipsum *n* ab utroque tubere per sulcum vel potius fossam internam z, ab opposito latere (fig. 3.) latius amplificatam separatur. Corpus *a* pluribus spinis exasperatur, quarum tres jam in conspectum veniunt, nempe B *spina anterior* a tubere majori et minori ramo duplici orta, oblique exteriora versus (*a*) descendens et in lineam asperam, oblique ad foveam, inter condylos descendentem, transit. *Spina externa* A, omnium latissima et maxime prominens: prominet enim e sinu, qui inter sui ipsius A et anterioris spinae angulum obtusiorem B*a* interjacet. Spina anterior musculo pectorali majori inserendo inservit, spina externa autem, ad condylum externum *m* extremitatis inferioris humeri descendens, supinatori longo et paulo infra radieo externo inserendi locum praebet. Spina interna E a tubere minori X, pone sulcum Z, oritur et per totam fere longitudinem ossis ad extremitatem ejusdem inferiorem descendit et musculis, brachieo interno, rotundo majori et latissimo dorsi inserendis inservire videtur. D. Cavitas anterior inter condylos. *m* Condylus externus musculis, supinatori brevi, extensori communi et cubitali externo, inserendis inservire videtur. *i* Condylus internus musculis, pronatori cubitali ac radieo interno, inserendis inservire videtur. Condyli bini trochleam F. faciunt.

62 *

Fig. 3.

Humeri os a posteriore parte visum non, ut in figura 2, triceps sed biceps est, verum caput, cavitati glenoideae scapulae insinuandum, littera *n* denotatum est et collum, per cavitatem C, quodammodo interpositum, mentitur. Sulcus seu fossa Z ab interno latere (fig. 2.) inter caput *n* et tuber minus *x* ascendens a posteriore parte amplificata circumflectitur seu inter caput *n* et tuber majus *o* transducitur et in fovea C posteriore finitur.

Tuberositas spinae anterioris, exteriora versus divergentis B, a latere hic oculis sese offert et lineam inaequalem, sub fovea posteriore descendentem, *a*. sequitur. Aequali ratione spina externa A, omnium maxime protuberans, et aspero et confragoso fere labio lato ad condylum externum *m* descendens, a latere iterum apparet, simulque et sinus inter angulos spinarum A et B cernitur, at inferiore latere, supra condylum internum *i*, malleolus G, binis tuberculis protuberat, qui condylo sic dicto interno duplici in homine et respondet et Trochlea ossis humeri perperam dicitur. Majori jure diximus Trochleam F spatium cartilagineum illud, inter utrumque condylum externum *m* et internum *i*, glaberrimum et politum.

D. Cavitas posterior pro ulnae olecrano: *bb* lineae asperae, a collo spurio descendentes, bifurcatae et in utroque extremitatis humeri inferioris latere, G et A terminatae.

Explicatio tabulae XI. *Fig.* 1.

Cum antiquitatis et memoriae causa vel alia singularitatis quadam specie cutis in pedibus et cranio skeleti nostri mamontei relicta fuerit; cranii forma et singularum ejusdem partium figura obtecta est, ita, ut hae nec conspici nec explicari queant. Quam ob rem alterum e binis completioribus, quae in cimeliarchio nostro conservantur, craniis substituendum putavi. Etsi horum duorum craniorum minimum seligerim; hocce minimum tamen majus est cranio skeleti nostri. Cranium, quod in hac priori figura ex fronte fere delineatum est, non inter majora numerandum, quatuor tamen pedum longitudinem attingit. Litterae ABCG*gb* ossa intermaxillaria denotant: AB nimirum alveoli tubulosi laniariorum extrorsum versi sunt nonsolum longiores sed etiam ampliores elephantinis, quod ex tubulo B diffracto et aperto H primo intuitu cernitur. Sutura *g*C interalveolaris fossam interalveolarem vix sensibilem percurrens. Litterae *fg*GG*bb* cisternam nasalem amplissimam, in fronte apertam denotant et quidem GG aperturas amplas intra cisternam ad utrumque tuberositatis na-

salis *f*, latus conspicuas et sinus frontales intrantes vel ad eosdem perducentes. *f* Apophysis nasalis interiora versus septo nasali cartilagineo affigendo, exteriora versus et musculis proboscidalibus inserendis locum praebens. Sub ipsa hac tuberositate nasali ossea in medio fundo cisternae latet septum osseum, cui cartilagineum septum quod ad apophysin *f* et suturam *g* et ultra, in ipsam proboscidem usque continuatum est, inseritur.

DD Processus maxillares EE apophyses laterales frontis S. Tuberculum frontale parum elevatum *ss*. Os frontis angulo recto descendens ad *a*, utrinque sinum formans: *aa* lamina ossea tenuis sinus et cellulas frontales tegens.

RR Ossis parietalis limites.

FF foramina ovalia duo tripollicaria maxillaribus pervia in ossibus.

dc arcus zygomaticus medio diffractus.

c portio maxillaris ossis zygomatici.

d portio temporalis ejusdem.

Fig. 2.

Maxilla inferior mamontea e collectione ossium Sibiriae fossilium Musei nostri selecta et a latere depicta est. Minoris adhuc mensurae haec maxilla bipedalis, cranio ipso, esse videtur, colore ferrugineo tincta et cum cranio

ferrugineo ex littoralibus ochraceo-arenosis Volgae eluta est. AB Basis maxillae EEDo*ab*F corpus ejusdem admodúm crassum, ventricosum *aop*, fornicatum et grave, ad symphysin D et marginem alveolarum EE*cf* prae primis robustum et ex solida massa ossea formatum, rami maxillae LLEE anteriora versus valde approximati posteriora versus LL latius distant, inde spatium anterius inter alveolos vel molares EEFF utriusque lateris admodum angustum, posterius autem versus *f* cavitates alveolares et versus *cd* spinam interiorem sensim amplificatur. Mentum EE sub symphysi D in apophysin dactyloideam C valde prominentem pro inserendo musculo genio-glosso producitur. Apophysin hancce C in praemissis mentalem dixi. Mentum ipsum, ad interiorem ejus superficiem asperum *c*E, musculis, mylo-hyoideo, genio-hyoideo etc. inserendis locum offert. Latera menti foraminulis pluribus *bbb*, foramina anteriora maxillae seu mentalia dictis, pertusa. Dens molaris utriusque lateris anterior EE, bipollicaris, a posteriore F*fc*, ascendente, quatuordecim vel quindecim sulcato, jam novem cum dimidio pollicum longo protrusus, absorptus et, ad reliquias hasce bipollicares usque, deletus est. Corona dentis posterioris sex pollicum cum dimidio vix longa, ex lamellis tenuioribus tamen quindecim approximatis composita et totidem sulcis vitreis parallelis trans-

versalibus munita est ejusque posterior pars ex cavo alveolari jam propullulans *fc*, sed laevis adhuc et nondum sulcata, sensim sensimque, quo magis molaris protruditur, tuberculis vitreis seriatis sulcatur et superioris oppositi molaris obtritui offertur indeque corona dilatatur.

Uterque maxillae ramus apophysibus binis gaudet, anteriori nempe vel *coronoidea* G, quae in altero ramo tantum superest, in altero autem *hh* diffracta seu mutilata est, et posteriori seu *condyloidea* LL, quae capitulo utrinque transverso latiusculo tripollicari in cavitem articularem ossis temporum suscipiendo terminatur. *Caput* latiusculum angustiori *collo nnnn* utrinque insidet, tam ad internam *edc*, quam ad externam superficiem *kkq* descendit spina. *Externa spina kkqnm* musculo perygoideo externo inserendo inservire videtur *admm* angulum obtusum format, a quo ad internam superficiem canalis amplus bipollicaris K, qui *foramen maxillare posterius* dicitur, ad cavitatem internam alveolarem et radices molarium descendit. Foramen hoc amplius et capacius est in mamonteis maxillis, quam in elephantinis nervus quinti paris vena et arteria concomitatus intrat per hanc aperturam K. *Spina interna edc* ad internam *nn* colli superficiem a condylo oblique descendens, arcum format circum foramen K maxillare po-

sterius, oblique deinde iterum descendit et marginem alveolarem superficiei internae sequitur, ubi musculis, mylohyoideo, mylo-pharyngeo et mylo-glosso inserendis inservire videtur. Musculus pterygoideus internus observante *Campero*, omnem fere superficiem internam gGH*m* occupat. Inter utramque gG et L apophysin *incisura* H pro musculo pterygoideo et temporali inserendo cernitur, quae *semilunaris* dicitur. In ipsa *apophysi coronoidea* gG tendo musculi temporalis inseritur. Superficies externa ad basin B *p a* musculo masseteri inserendo sese offert. Anguli maxillae proprii B, ob corporis et ramorum ventricosorum crassitiem, obtusissimi, rotundati et fere deleti; inde basis ventricosior, quam in elephantinis, et sinubus pluribus o*A p* quasi arcuata est. Sinus o utrinque infra basin mentalem ad C usque, musculis quadrato triangulari et buccinatori insertionem offerre videntur, exteriora symphyseos vero D*bb*E elevatori labii superioris. Transeamus jam ad VII. et ultimam hujus sectionis dispositionem in qua Dimensiones et Mensurae skeleti mamontei ejusque partium referuntur.

VII.

Dimensiones et mensurae. Conf. Tab. X.

Skeleton mamonteum baculis ferreis munitum et filis

ferreis connexum, *basi* lignea $2\frac{3}{4}$ orgyiarum *longâ* impositum est. *Skeleton* ipsum vero ab arcu laniariorum *α* ad octavam, quae ultima superstes, caudae vertebram usque 8. *i.* mensuratum trium orgyiarum vel viginti pedum anglicorum et unius *longum*, laniariis suis valde prominentibus basin longe superat. Columna vertebrarum orgyiarum duarum vel quatuordecim pedum anglicorum longa. Collum breve ex 6 vertebris coarctatis compositum 17 poll. angl. (collum elephantinum econtrario 19 poll.) longum.

Caput cum laniariis (baculo geometrico mensuratum h. e.) ad *α* arcum usque, orgyiae et quatuor pollicum angl. longum.

Skeleti *longitudo* ab arcu laniariorum *α* usque ad tuberositates ischium mensurata (*u* W) viginti pedum.

Altum skeleton undecim pedum et trium pollicum anglic. a vertice cranii H ad palmae volam vel basin pedis anterioris usque *f* mensuratum. Posterior pars skeleti a labio vel spina superiori ileum T ad *h* plantae volam seu pavimentum usque mensurata novem pedum et duorum pollicum *alta.*

Scapulae dimensiones, in icone sequentis sectionis, in qua scapula ab omni parte et situ delineata est ad oculos demonstratae, hae sunt:

Longitudo scapulae ad inferiorem vel acutam marginem ab angulo superiori ad condylum usque mensurata 30 poll.

Longitudo scapulae a condylo ad labium usque supraspinatum 29 poll.

Margo posterior vel basis scapulae mensurata a labio † triangulari spinali superioris anguli ad inferiorem usque 27 pollic. angl. longa.

Cavitatis articularis margo P cum condylo longitudinem 10 pollicum occupat.

Cavitas ipsa glenoidea 8 pollicum longa, 4 poll. lata est.

Margo inferior *q*. scapulae vel anterior ab angulo colli ad angulum inferiorem usque mensurata 18 pollicum longa.

Longitudo spinae a labio triangulari baseos spinae † ad acromion Q usque mensurata 26 pollicum angl.

Latitudo spinae summa in apophysi O. coracoidea 10 pollicum angl.

Apophysis coracoidea O ab acromio Q decem pollicum spatio distat.

Extremitates seu pedes anteriores a posterioribus orgyiae et sedecim pollicum spatio distant.

Extremitates humerales a basi palmarum *f* ad humeri caput *n* vel cavitatem scapulae P mensuratae, orgyiam altae.

Extremitates femorales a basi plantarum *hh* ad caput femoris vel cavitatem cotyloideam V, et ischium tubera mensuratae orgyiae altitudine aequales.

Ossis humeri longitudo 40 pollicum angl.

Cubitus seu ulna 35 pollicum longa.

Extremitas ulnae superior, posteriora versus olecrano dilatata *c*) anteriora versus cavitate sigmoidea *m*) quatuordecim pollicum angl. lata.

Radius 32 pollicum angl. longus.

Extremitas inferior Radii et Ulnae 12 pollicum lata.

Pedes *e f.* anteriores 19 pollicum angl. alti, cute obtecti.

Palma ad volam lata 20 pollicum angl. licet phalange una alteraque careat.

Longitudo pelvis a spina superiori vel posteriori ossium ilei T, usque ad ischium tuber *u* mensurata 42 pollicum angl.

Longitudo ischium oss. 16½ pollicum, latitudo 14½ poll.

Longitudo oss. ileum, ab osse sacro ad spinam inferiorem vel anteriorem U mensurata 32 pollicum (quae in skeleto adulto elephantino vix 27 poll. *m.*).

Latitudo pelvis in hoc specimine juniori mamonteo latitudinem pelvis in specimine adulto elephantino cum spatio decem pollicum latiori superat: distant enim margines anteriores UU, vel spinae inferiores ossium ileum

56 pollicum spatio in skeleto mamonteo; in elephantino vero 46 pollicum tantum, ex admodum diversa hac dimensione pelvis in diversam crassitiem corporis utriusque speciei concludi potest.

Margo pelvis inferior, a symphysi ossium pubis *v* ad tuberositates ischium usque *u*, mensurata 16½ pollicum longa ab ossibus pubis et ischium formata.

Uγ. Diameter maxima foraminis ovalis magni vel obturatorii a *k* quarta ossis sacri vertebra ad *v* symphysin ossium pubis mensurata 20 pollicum longa.

Foramina ischiatica 8 pollicum longa 5 poll. lata.

X. Ossis femoris longitudo 46½ pollicum, ejusdem extremitas inferior a latere condylorum cum patella 12 pollicum lata a posteriori parte tantum 11 pollicum lata.

Y. Tibiae longitudo 28 pollicum.

Z. Fibulae longitudo 25½ pollicum.

Extremitas tibiae et fibulae superior 10 pollicum lata.

gh. Pedis posterioris altitudo 11 pollicum: pedes posteriores cute adhuc obtecti.

Collum ex 6 vertebris compressis et coarctatis compositum 17 pollicum longum; in elephantino skeleto econtrario 19 pollicum longum.

Vertebrarum thoracis 19 tantum numeravi, totidemque costas utriusque lateris, at plurimas e ligno fabrefactas ad

normam elephantini skeleti costarum, tredecima ac ultima genuinarum ossearum costarum mensurata est, haec 36 pollicum longa, illa ultima nempe 17 pollicum longa extrorsum versa, litteram latinam *S* formans, inter ultimam thoracis et priorem lumborum vertebram, quarum quinque numeravi, affixa. Vertebrae omnes genuinae osseae, adeoque cartilagine exsiccato inter omnem vertebram instructae, robustiores elephantinis. Ossis sacri vertebrae quatuor sunt concretae, in pelvi elephantina nostra tres tantum.

Vertebrae caudae in skeleto mamonteo 8 tantum supersunt, haec octava non ultima fuit; est enim ultra quatuor pollicum spatium lata totidemque longa ac omnibus apophysibus spinosis et lateralibus et connexus luculentissimis cum nona vertebra vestigiis instructa. Coccygis ultima vertebra in skeleto nostro elephantino pollicem vix longa et dimidium vix lata apophysibus destituta et ad alteram extremitatem liberam truncata vel rotundata quasi est et vere terminalis; sequitur ergo, skeleton nostrum mamonteum vertebris caudae viginti duo destitutum esse et caudam cum vertebris hisce 22 *amissis* a bestiis istis voracibus praemorsam fuisse.

Apices laniariorum extrorsum versi, late divergentes, in aciem terminati et oblique quasi succisi, orgyiae et 36

pollicum vel 10 pedum angl. spatio distant in skeleto nostro mamonteo.

Laniarii apex ab alveolo, cui insidet, 56 pollicum angl. vel quatuor pedum et 8 pollicum spatio distat.

Diameter alveoli tubulosi 5 ad 6 poll. ampla.

Crassities laniarii in medio 7 poll. Plurimi alii in Museo nostro laniarii obvii 6 et 8 pollicum diametro gaudent.

Cranii et maxillae inferioris in Tabulae XI. figuris delineatae, dimensiones et mensurae.

Fig. 1.

Cranium mamonteum a Comite illustrissimo *Puschkin* quondam admissum ex littore ochraceo - arenoso Volgae elutum 4 pedum longum, loco capitis in skeleto mamonteo cute adhuc obtecti, ad explicationem inserviat. Dimensio ab extrema fronte *e*, super tuberculum S, parum elevatum, ad apophysin nasalem *f* usque mensurata $19\frac{1}{2}$ pollicum; ab hac iterum ad finem suturae interalveolaris C 28 pollicum; ab eadem apophysi nasali *f* ad extremum alveolum A 29; ergo maxima cranii longitudo $57\frac{1}{2}$ pollicum, a latere autem 50 pollicum. Directio baculi geometrici ab *e* ad *f* ascendens ab *f* ad C vel A iterum descendens et obliqua longitudinem circa septem pollicum

spatio auget. Tuberositas *f* vel apophysis nasalis 6 pollicum longa.

Apophyses frontales EE inter se distant 28 pollicum spatio. Tuberculum parum elevatum frontis S distat a lateralibus EE 17 pollicum spatio, idem tuberculum S distat ab apophysibus maxillaribus DD 23 pollicum spatio, idem tuberculum S distat ab apophysi nasali *f* 15 pollicum spatio et ab alveolo extremo A laniarii 40 pollicum spatio.

Apophyses maxillares DD inter se distant $25\frac{1}{2}$ pollicum spatio, eaedem apophyses D. ab extremo alveolo A 28 pollicum spatio distant. Apophyses frontales EE ab Apophysi nasali *f* 14 pollicum spatio distant. Cisterna nasalis vel nares osseae confluentes aperturam transversalem 20 pollicum longam 4 ad 6 latam vel altam format. Apertura utrinque sinuata ab ossibus nasi *f*, supra, ab ossibus intermaxillaribus infra B. g. et ab utroque latere *b. b.* formata supra alveolos A. B. laniariorum hiat. Margines hujus aperturae (*f* B g *b b*) fornicatae pro inserenda proboscide inserviunt, duplicem arcum in medio sub apophysi nasali *f.* et supra sinum interalveolarem g. confluentem formant, et in quovis cisternae arcu 5 pollicum profundo orificium amplum G. ad cellulas ethmoidales pervium hiat. Sub apophysi nasali *f.* in cisternae ipsius cavo 11

pollicum profundo septi ossei cui cartilagineum septum hoc, cujus ope narium foramina arcuata vel semilunaria et fornicata separantur, 11 pollicum spatio latum et quatuor vix longum fuisse necesse est, quoniam insertionis septi exterioris spatium *f* et *g* non ultra quatuor extenditur. Ex hisce partibus et narium amplissima apertura sequitur, animal mamonteum nonsolum proboscidem sed maximam adeo proboscidem habuisse. Confer. iconum, opera *Camperiana* illustrantium, Tab. XX. fig. 3. et Tab. XXII. fig. 1. Arcus medius zygomaticus diffractus est, solae bases *c. d.* supersunt, *e.* basis maxillaris ossis zygomatici, *d.* ejusdem portio temporalis. Longitudo ossis zygomatici 12 pollicum fuit, in cranio majori nostro mamonteo 20 pollicum, eademque proportione et arcus robustior et prominens. Intervallum inter arcum zygomaticum et inter laminam externam sinuum frontalium *a. a.* supra arcum mensuratum 8 pollicum, infra arcum et pone processum lateralem frontis E. mensuratum, ita, ut baculi geometrici extremitas altera basin ejus in sulco ossis unguis occupet, 9 pollicum. In majori cranio distat arcus zygomaticus et apophysis lateralis frontis 16 - ad 18 pollicum spatio a lamina sinus frontalis subjacentis ejusque sulco ossis unguis. Angustissima pars frontis in arcu inter sinus frontales *s. s.* duodecim pollicum lata est.

Ossium intermaxillarium processus superiores b. b. lineis punctatis notati, narium vel cysternae laterales margines exteriores constituentes, 18 pollicum spatio distant.

Alveoli tubulosi laniariorum ad normam litterae)(divergentes inferius latius distant, quam superius, quod, cum e cranio depicto, in quo tubulus extremus alveoli B diffractus est, demonstrari nequaet, e majori cranio demonstratur, in quo alveoli inferius 19 pollicum spatio divergunt superius autem 13 tantum pollicum spatio distant. In tubulum alveolarem vacuum baculus geometricus ad 26 pollicum spatium usque protrudebatur. In sceleto maximo nostro Elephantis adulti asiatici laniariorum alveoli vix 18 pollicum longi metiuntur; in cranio majori mamonteo e contrario 30 pollicum longi; diameter tubuli, qui in minori 5 pollicum erat, in hoc majori 7 pollicum aequalis reperitur.

Fossa inter alveolos laniariorum cranii elephantini ovata, in cranio mamonteo fere deleta et in sulcum longum vixque percipiendum mutata est. Sulcus in cranio nostro depicto 16 pollicum longus et duorum pollicum latus inter alveolos binos medio decurrit et per suturam inter alveolos decurrentem g et C secundum longitudinem dividitur. Mutatur hujus fossae interalveolaris forma per op-

positam in Elephantino cranio laniariorum directionem. RR. Ossa parietalia.

Maxillae inferioris in Tab. XI. fig. 2. delineatae Dimensiones et Mensurae.

Longitudo maxillae a condylo L ad apophysin mentalem C usque mensurata $24\frac{1}{2}$ pollicum.

Latitudo posterior inter condylos L 15 pollicum.

Latitudo versus medium 10, super molares anteriores, 9 poll.

Distant condyli inter se 18 pollicum spatio.

Distat condylus a molari anteriori sui lateris E 16 pollicum spatio.

Distat condylus a molari posteriori F*f* 8 pollicum spatio.

Altitudo maxillae a basi ad condylum $14\frac{1}{2}$ pollicum.

Apophysis mentalis C distat a molari anteriori E 9 pollicum spatio.

Apophysis mentalis C distat a molaris posterioris corona 16 pollicum.

Apophysis mentalis C distat a molaris posterioris radice et alveolo *f. c.* $18\frac{1}{2}$ pollicum spatio.

Distat condyli collum *n* ab opposito collo *n.* 16 pollicum spatio.

Canalis K, foramen maxillare posterius dictus, capax 2 poll. 2 lin.

64 *

Baculus geometricus $4\frac{1}{2}$ pollicum spatio canali immittitur.

Distat canalis K a condylo L 9 pollicum spatio.

Distant alveoli molarium posteriorum inter se *f.c.* ad basin 10 pollicum spatio.

Distant molares anteriores inter se $2\frac{1}{2}$ poll. et 3 poll. spatio.

Crassities maxillae, versus basin infra alveolos, ventricosae ad 5 et 6 pollicum.

Apophysis condyloidea infra collum simul cum apophysi coronoidea lata G.*m.* 10 pollicum.

Alta apophysis coronoidea G.*g.* 11 pollicum.

Symphysis D. crassa 4 pollicum.

Apophysis mentalis C longa $1\frac{1}{2}$ pollicum.

Reliquiae molaris E anterioris, a posteriore F protrusi et absorpti, bipollicares; posterior molaris F jam ad longitudinem $9\frac{1}{2}$ pollicum productus: ejus corona $6\frac{1}{2}$ pollicum longa 3 poll. lata, attamen quatuordecim et quindecim lamellis, totidemque sulcis vitreis, munita. Sulci vitrei bilineares vix lineam inter se distant. Molares ipsi F in alveolis inter se distant $2\frac{1}{2}$ pollicum spatio anteriora versus, 2 pollic. tantum in medio dentis et 3 ad finem coronae ejusdem et $6\frac{1}{2}$ poll. denique eorum radices in alveolis distant, adeoque sensim ad $11\frac{1}{2}$ poll. spatium divergunt.

Magnitudo condylorum $3\frac{1}{2}$ pollicum, eorumque latitudo $2\frac{1}{2}$ pollicum.

Supplementa dimensionum et mensurarum in skeleto mamonteo ejusque partibus institutarum.

Directio laniariorum simul cum ingenti eorum magnitudine omnium gravissima est differentia specifica, quae imprimis, si utrumque skeleton, mamonteum et elephantinum, ab anteriori parte intueri velis, in conspectum veniet. Laniarii elephantini recta prominentes parallela fere directione antrorsum progrediuntur, laniarii mamontei e contrario magis arcuati ad latera divergunt et latissimo ambitu extrorsum disperguntur. Apices eorum arcu absoluto extrorsum recurvati orgyiae *) et 36 pollicum spatio inter se distant, quod in tertiae vel quartae sectionis icone ad oculos demonstrabo. Baculus geometricus exacte decem pedum longitudinem habeat, ut ab apice altero alterum oppositum attingat. Etsi *Adamsius*, in adferendo et componendo skeleto, indefessus, alveolorum extremitates, quae ab avulsoribus laniariorum, lucri causa vendendorum, Tungusicis laesae et diffractae erant, paulo abscindi et aequari curaverit, etsi prorsus laniarii ampliori et completiori arcu incurvati sint; tamen apex laniarii ab extremo alveolo 56 pollicum spatio distat. Alveoli majoris cranii mamontei 30 pollicum longi. Condyli occi-

*) Orgyia Rossica (сажень) septem pedum, vel 84 pollicum anglicorum, vel trium (аршиновъ) Rossicarum ulnarum longitudine aequalis.

pitales 4 pollicum longi (sed transversi) 3 pollicum lati. Foramen magnum occipitale, vix trium pollicum latum, 2 altum est. — Ossa ileum in skeleti nostri pelvi a spina superiori et posteriori T. ad cavitatem cottyloideam V. usque mensurata 24 pollicum alta. Ossa ileum ab eadem T. spina ad foraminis ovalis magni (Uγ) basin 24 pollicum alta. Distat foraminis ovalis basis vel margo inferior a spina inferiore vel anteriori ileum U. $19\frac{1}{2}$ pollicum spatio. Foraminis ovalis (Uγ) latitudo 18 pollicum h. e. diameter transversalis in centro foraminis. Latitudo ossis ilei a spina inferiore vel anteriore U. ad symphysin ossium *v.* pubis usque mensurata 27 pollicum, ab hac ad alteram oppositam spinam U. todidem; ergo latitudo maxima pelvis inferioris, secundum inferiorum spinarum distantiam, 54 pollicum, vel 4 pedum et 6 pollicum spatium implet.

Quemadmodum ossa lata scapulae et pelvis in universum crassiora et robustiora sunt elephantinis, sic etiam margines eorum quibus ligamenta et musculorum tendines inseruntur robustiores et crassiores cernuntur. Labium externum vel margo aspera cartilaginea extrorsum versa U. spinae inferioris ileum 7 pollicum latitudinem attingit. Margo posterior ab ossibus ischium formata et spina ischiatica dicenda, W. *u.* 11 pollicum longa. Distant tubera ischiatica,

incisuram pro transitu musculi obturatoris interni formantia 14 pollicum spatio.

Centrum acetabuli ossium innominatorum seu cavitatis cottyloideae ab altero opposito distat 18 pollicum spatio. Eadem dimensione capita femorum inter se distant.

Caput humeri vel extremitas superior triceps 14 pollicum lata, ejusdemque inferior ab anteriore parte super fossam mensurata 11 pollicum lata, infra fossam 10. et trochlea anterior a binis condylis formata 9 pollicum lata.

Plantae pedis posterioris longitudo 17 pollicum, latitudo 18 pollicum mensurata. Calcaneum ejusdem g. a basi plantae *h.* distat 18 ad 19 pollicum spatio.

DECADES SEX PLANTARUM NOVARUM IN IMPERIO ROSSICO INDIGENARUM

DESCRIPSIT

C. F. LEDEBOUR.

Conventui exhibuit die 19 Januarii 1814.

Inter plantarum copiam, quos celeberrimus *Tilesius*, amicus exoptassimus, partim a se, partim ab aliis collectas, mecum communicavit, plures inveni species, vel plane nondum, vel non rite cognitas. Harum descriptionem publici juris facere idem me jussit. — Qui Imperii Rossici Florae incrementum hoc quoque respicit, illius divitias sane non paucas esse recte putabit. Quis enim credidisset, post disquisitiones peregrinatorum celeberrimorum Ammanni, *Stelleri, Gmelinorum, Pallasii, Lepechini, Güldenstaedtii, Laxmanni, Georgii*, ut principum tantum prioris aevi quosdam nominarem, multa adhuc in terris a tantis viris peragratis detegenda esse? Quae autem cum ita sint, optandum sane, ut viri instructi cognitionem nostram Florae Rossicae, inter boreales facile locupletissimae, mox perfectiorem reddant.

1. *Pinguicula spathulata.*

P. nectario conico recto obtuso breviore corolla fauce barbata, foliis spathulatis ciliatis, scapo villoso-viscoso.

Scapus solitarius, sesquipalmaris, versus apicem praesertim villoso-viscosus.

Folia subrotundo-spathulata, obtusa, diametro dimidium pollicis tenentia, in pagina superiori pilis raris obsita, subtus magis villosa, integerrima, basin versus ciliata.

Calycis laciniae lato-lanceolatae, obtusae, extus lanatae.

Corolla magnitudine P. alpinae, lutea, striis obscurioribus eleganter picta.

Hab. in regione transbaicalensi. ♃?

Obs. P. luteae Walt. Fl. Carol. pag. 63. affinis, differt autem nectario, foliis, scapo.

2. *Aira macrantha.*

A. panicula oblonga subspicata interrupta mutica, glumis acuminatis, flosculis calycem excedentibus, foliis brevissimis glabris, ligula elongata bifida margine lacera.

Culmi caespitosi, sesquipalmares, florentes ultra medium aphylli.

Folia brevissima (vix unciam longa), lanceolata, plana, glabra.

Ligula elongata, ultra medium bifida, margine lacera.

Panicula subspicata, oblonga, interrupta, rhachis scabra, triangularis; rami brevissimi, tri- vel quadriflori.

Spiculae ovatae, biflorae.

Flosculi calycem excedentes; glumae omnes acuminatae, compressae, ad carinam serrulato-scabrae.

Hab. in jugo montium Jablonnoi-Chrebet. ♃.

Obs. Differt haec ab A. cristata foliis omnibus latioribus glabris, ligula elongata; ab A. glauca flosculis calycem excedentibus; ab utraque autem caule humiliori a floribus majoribus diversa.

3. *Myosotis villosa.*

M. tota villosa, caule simplici, foliis ellipticis obtusis integerrimis trinerviis reticulato-venosis.

Plantula digitalis, caespitosa, undique albo-villosa.

Radix lignescens, multiceps.

Caules obliqui, simplices, apice in racemos floridos divisi, foliosi.

Folia radicalia numerosa, in orbem disposita, ovato-elliptica, obtusa, integerrima, in petiolum attenuata, undique villosissima, trinervia, reticulato-venosa;

caulina sparsa, versus apicem sensim minora, caeterum radicalibus simillima.

Racemi plures ex summorum foliorum axillis solitarii, simplices, foliis minutis adspersi; ante florescentiam revoluti, brevissimi; postea elongati.

Calyces quinquepartiti, laciniis linearibus.

Corollae ratione plantae satis magnae, saturate coeruleae; fauce pallida.

Semina immatura laevia visa sunt.

Hab. in Sibiriae alpibus cum Dryade octopetala. ♃.

4. *Myosotis pauciflora.*

M. seminibus laevibus ovato-detruncatis, foliis linearibus villoso-hispidis, racemis geminis trifloris.

Plantula digitalis, tota pilis albidis nitidis villoso-hispida.

Radix perpendicularis, simplex.

Caules ex una radice plures, recti, simplices.

Folia radicalia subconferta; caulina sparsa; omnia linearia, acuta, praeter pilos adpressos, quibus undique obtecta sunt, aliis longioribus patentibus ciliata.

Flores in racemos terminales, plerumque geminos, trifloros dispositi, pedunculis calyce triplo longioribus, subinde etiam bracteis minutissimis suffulti.

Corollae ratione plantulae magnae, dilute coeruleae; fauce flava.

Semina calyce persistente, connivente obtecta, laevia, ovato-detruncata.

Hab. in Davuria. ♃.

Obs. A. M. rupestri, cui affinis, praeter notas indicatas tenuitate omnium partium diversa.

5. *Pulmonaria simplicissima.*

P. calycibus subabbreviatis quinquefidis, laciniis rugosis asperis, foliis ovato-oblongis, caule erecto simplicissimo.

Caulis sesquipalmaris vel dodrantalis, erectus, simplicissimus, glaber, undique foliosus.

Folia sparsa, in eodem caule hic remotiora, illis confertiora, ita quidem, ut fere gemina (non fera opposita) vel terna observentur, ovata, acuminata, basi in petiolum brevissimum, amplexicaulem attenuata, integerrima, subundulata, glabra.

Pedunculi ex axillis foliorum superiorum solitarii, erecti, post anthesin elongati; inferiores subinde biflori, flore altero subsessili; superiores constanter uniflori.

Calyces quinquefidi, laciniis lanceolato-linearibus, acuminatis, adpressis, rugosis, punctisque prominentibus asperis, undulatis.

Corollae calyce duplo circiter longiores, in hoc genere parvae; tubo limbo paullo angustiori.

Hab. in Sibiria orientali. ♃.

6. *Primula intermedia.*

P. foliis subrotundo-ellipticis glaberrimis reticulato-venosis, umbella erecta subtriflora, foliolis involucri supra medium affixis.

Radix fibrosa.

Folia pauca radicalia petiolata; petiolis foliorum longitudine; subrotundo-elliptica, obtusa, integerrima (siccata interdum crenulata videntur), utrinque glaberrima, reticulato-venosa.

Scapus solitarius, raro geminatus, sesquipalmaris, erectus, strictus, tenuis glaberrimus.

Involucrum subtriphyllum; foliolis oblongo-lanceolatis, obtusiusculis, margine ciliato-glandulosis, supra medium affixis (uti Myosuri foliola calycina).

Umbella terminalis, erecta, plerumque triflora, interdum biflora; rarissime flos solitarius involucro diphyllo stipatus.

Flores erecti insident pedunculis nunc involucri foliolorum longitudine, nunc iisdem longioribus.

Calyx puñctis nigricantibus adspersus, semiquinquefidus;

laciniis ovatis, obtusis, ciliato-glandulosis; apice plerumque reflexo.

Corolla rubicunda, hypocrateriformis; tubo calyce duplo-circiter longiori; limbo quinquepartito; laciniis bifidis; lacinulis obtusissimis.

Hab. in Sibiria orientali et in Kamtschatka. ♃.

Obs. Media quasi inter P. farinosam et P. longiscapam mihi (vide paulo infra Nr. 7.); ab utraque autem differt florum numero, qui in hac numquam ternarium excedit, involucri foliolorum forma et numero, caeterisque notis indicatis.

7. *Primula longiscapa.*

P. foliis glabris oblongis obtusis integerrimis, umbella erecta multiflora coarctata, involucro polyphyllo.

Radix perpendicularis.

Folia omnia radicalia (majora quinque uncias longa), membranacea, oblonga, obtusa, versus basin sensim in petiolum attenuata, plerumque integerrima, subinde tamen crenulata, utrinque glaberrima.

Scapi plures (duo vel tres), erecti, stricti, glaberrimi, teretes, subinde tortiles, unus, reliquis semper multo altior et crassior, altitudinem cubitalem et crassitiem pennae anatinae non raro excedit.

Umbella terminalis, erecta, coarctata, multiflora (in scapo maximo flores 20 ad 30, in minoribus pauciores).

Involucrum polyphyllum; foliolis erectis, lanceolato-linearibus, acutis, apice fuscis, margine tenuissime ciliatis, glabris, basi connatis.

Flores pedunculis glabris, longitudine variis insidentes, omnes erecti.

Calyces ante anthesin et dum florent farina adspersi, postea glabri, quinquefidi; laciniis lanceolatis acutis.

Corollae hypocrateriformes; tubo calyce longiori; limbo quinque-partito; laciniis bifidis; lacinulis acutis.

Hab. in paludosis deserti Barabensis. ♃.

Obs. A P. farinosa praeter magnitudinem adhuc diversa foliis integerrimis, non rugosis; umbella multo confertior; pedunculis omnibus erectis; calycis laciniis acutioribus; corollis minoribus, lacinulis acutis. Farinae, qua pagina inferior foliorum P. farinosae plerumque obtegitur, nullam mentionem facio, cum varietas detur in Sibiria, jam a *Gmelino* Fl. sibir. Tom. IV. pag. 83. commemorata, quae foliis utrinque viridibus gaudet. Hujus varietatis specimina bona multa in Sibiria orientali et Kamtschatka lecta, quae etiam benevolentiae celeberrimi *Tilesii* debeo, coram habeo; neutiquam autem,

praeter farinae defectum, a P. farinosa, omnibus immo notis indicatis a nostra differunt.

8. *Primula cuneifolia.*

P. foliis glabris spathulato-cuneiformibus apice grosse serratis, involucri foliolis acuminatis, corollae laciniis angustis.

Radix ramosa.

Folia pauca, radicalia, spathulato-cuneiformia, in petiolum uncialem attenuata, integerrima, apice tantum serrata; serraturis tribus vel quinque, grossis, obtusis; utrinque glabra.

Scapus solitarius, palmaris, erectus, strictus, filiformis, pubescens, uniflorus (an semper?).

Involucrum diphyllum; foliolis minutis, oppositis, lanceolato-linearibus, acuminatis, apice margineque inflexis; altero minori.

Flos solitarius, erectus insidet pedunculo involucro sesquilongiori.

Calyx ultra medium quinquefidus; laciniis parum patentibus, lanceolato-linearibus, obtusis, integerrimis, intus glaberrimis, extus (uti videtur) glutinosis.

Corolla rubicunda, hypocrateriformis; tubo calyce duplo

longiori; limbo quinquepartito; laciniis angustis, ad medium usque bifidis; lacinulis obtusis.

Hab. in Sibiria transbaicalensi. ♃.

Obs. A P. minima, cujus forte varietatem credideris, scapo palmari, qui in P. minima vix ullus; corolla minori; calycis laciniis multo longioribus et angustioribus; nec non pedunculo proprio differt, qui in P. minima omnio deest, ita ut involucri foliola perianthium externum nominarem, nisi analogia cum congeneribus obstaret.

9. *Lystimachia davurica.*

L. racemis terminalibus paniculatis, foliis ternis lanceolatis punctatis glabris subtus glaucis, bracteis foliaceis.

Caules erecti, bipedales et ultra; inferne teretes, glabri; superne obtuse triangulares, pubescentes; foliosi, apice paniculati, multiflori.

Folia sessilia, terna, tres pollices longa, lanceolata vel lanceolato-linearia, acuta, margine revoluta, venosa, glaberrima, utrinque, praecipue tamen in pagina superiori, punctis nigricantibus adspersa, subtus glauca.

Racemi in caule ramisque terminales, paniculati, erecti, multiflori.

Flores pedicellati; pedicellis plerumque sparsis, subinde oppositis, gracilibus, singulis bracteis suffultis, quae praeter magnitudinem foliis sunt simillima.

Calycis laciniae ovatae, acuminatae, fusco-marginatae ut in L. vulgari.

Corollae aureae; laciniis obtusis.

Hab. in Davuria. ♃.

10. *Campanula homallanthina.*

C. foliis oblongo-linearibus integerrimis glabris, caule erecto simplicissimo uni- vel biflori, floribus nutantibus, corollis planis, laciniis acutis.

Caulis simplicissimus, erectus vel basi tantum paullulum procumbens, teres, glaber; inferne foliis delapsis denudatus; medio foliosus; apice aphyllus.

Folia vix petiolata, angulo fere recto patentia, ovato-linearia, acutiuscula, integerrima, utrinque glabra, discolora, reticulato-venosa, costa intermedia subtus prominente.

Flores saepius duo in apice caulis pedunculis propriis insidentes, nutantes; terminalis primum efflorescens, ebracteatus; lateralis bractea lineari, pedunculo duplo longiori, suffultus. Subinde flore laterali deficiente bractea illius locum tenet, et caulis evadit uniflorus.

Calyx quinquepartitus; laciniis linearibus, longissimis, glabris.
Corolla dilute caerulea, omnino plana; tubo nullo; limbo ultra medium quinquefido; laciniis ovatis, acutis, integerrimis; carina fusco-viridi.
Stamina pro more generis.
Germen ovatum, glabrum.
Stylus longitudine corollae, versus apicem crassior.
Stigma tripartitum; laciniis revolutis.
Hab. in Sibiria orientali. ♃?

11. *Campanula stenanthina.*

C. caule herbaceo simplici, foliis linearibus integerrimis, racemis axillaribus trifloris, pedunculis squamosis, germinibus glabris.

Caulis erectus, sesquipedalis, teres, tenuissime pubescens, foliosus.
Folia inferiora satis conferta, sessilia, linearia, integerrima, glabra, nonnisi lente aspecta ciliata et pilis brevibus adspersa observantur; superiora inferioribus simillima, sensim autem minora et remotiora, ex quorum axillis rami proveniunt floriferi, plerumque aphylli.
Flores in racemos trifloros dispositi, pedunculati.
Pedunculi capillares, floribus non raro longiores, squamis

plerumque duabus obsiti et bractea foliis satis simili suffulti.

Calycis laciniae lineares, glabrae.

Corolla calyce triplo longior, angusta, fere tubulosa, saturate coerulea.

Germen ovatum, glabrum, subcoloratum.

Stylus exsertus, corolla duplo fere longior, clavatus.

Hab. in locis arenosis circa fluvium Jeniseum prope urbem Krasnojarsk. ♃?

Obs. Iisdem in locis alia provenit planta huic caeterum simillima, sed racemo terminali simplicissimo, pedunculis squamis destitutis et corollis magis campanulatis diversa. — An distincta species?

12. *Swertia obtusa.*

S. corollis quinquepartitis, laciniis ellipticis obtusis, pedunculis sparsis, caule erecto simplici.

Hab. in Sibiria transbaicalensi. ♃.

Obs. Differt a Swertia perenni, quacum habitu convenit, pedunculis non oppositis, inferioribus ex ejusdem folii axillo subgeminis, altero trifloro; corollis majoribus; laciniis multo latiaribus, apice rotundatis, obtusis.

13. *Gentiana squarrosa.*

G. corolla decemfida infundibuliformi, foliis ovato-subrotundis acutis, caule divaricato ramoso.

Planta pusilla videtur annua.

Radix perpendicularis, filiformis.

Caules ex una radice plerumque plures erecti, biunciales, inferne simplices vel ramis sterilibus, brevissimis praediti; superne ramosi; ramis divaricatis, iterum plerumque in ramulos floriferos divisis; pilis brevibus, crassis, patentibus (glandulis?) satis dense obtecti.

Folia radicalia pauca, in orbem disposita, sessilia, subrotundo-ovata, acuta, margine membranaceo ut in S. aquatica cincta; caulina opposita, breviter petiolata; petiolis vaginato-connatis; reflexa, radicalibus paullo angustiora, caeterum simillima.

Flores in ramulorum apice solitarii, sessiles.

Calyces quinquefidi; laciniis tubo dimidio brevioribus, angulo recto patentibus.

Corollae decemfidae; laciniis intus coeruleis, extus albido-viridibus, coeruleo marginatis.

Hab. in Sibiria transbaicalensi. ⊙?

Obs. G. aquaticae respectu foliorum aliquanti similis, differt vero praesertim caule ramoso, piloso (glandu-

lis obtecto?); floribus multo minoribus, erectis; corollis decemfidis.

14. *Bupleurum polyphyllum.*

B. involucellis hexaphyllis lanceolatis acuminatis, universali subnullo, foliis lanceolatis amplexicaulibus.

Caulis erectus, strictus, flexuosus, striato-sulcatus, glaber; inferne simplicissimus; superne ramis aliquot axillaribus, simplicissimis, folio solitario in medio praeditis instructus.

Folia sparsa, lanceolata, acuta, basi omnino amplexicaulia, fere vaginantia, internodiis multo longiora; inferiora quadripollicaria et ultra.

Umbella universalis multiradiata; radiis inaequalibus; involucro plerumque multo, rarissime monophyllo.

Umbellulae multiflorae; involucello hexaphyllo; foliolis lanceolatis, acuminatis, umbellula etiam seminifera longioribus.

Hab. in Caucaso. ♃.

Obs. A B. scorzoneraefolio *Willd.* involucelli foliolorum numero et proportione, foliis latioribus, aliisque notis indicatis diversum.

15. *Parnassia ovata.*

P. foliis radicalibus ovatis, petalis exunguiculatis, nectariis trisetis staminibus longioribus.

Caules erecti, simplicissimi, angulati, apicem versus striato-sulcati, glabri, uniflori, ex una radice saepe gemini; alter sesquipedalis vel altior, diphyllus, foliis alternis, alter semipedalis, monophyllus.

Folia radicalia lato-ovata, obtusa, in petiolum folio longiorem desinentia; caulina subcordata, amplexicaulia; omnia coriacea, integerrima, undulata, nervosa, discolora, in pagina superiori obscure viridia, subtus fere ferruginea.

Flos terminalis, erectus, niveus.

Calyx quinquefidus, laciniis obtusis.

Corolla pentapetala; petalis calyce multoties longioribus, oblongis, venis pellucidis pictis.

Nectoria quinque, petalis opposita, iisque tertia parte breviora, ad basin usque tripartita; setis parum incurvis, apice globiferis; globulis minutis.

Stamina nectariis paullo brevioribus.

Hab. in Sibiria orientali. ♃.

16. *Ornithogalum triflorum.*

O. folio radicali solitario, scapo subtrifloro, pedunculis racemoso-corymbosis, petalis oblongis obtusis.

Bulbus solitarius, subglobosus, centralis.

Folium radicale solitarium, lineare, longitudine fere scapi.

Scapus erectus, strictus, teres; in medio folio unico, oblongo-lineari, acuto, marginibus valde inflexis concavo et fere spatham referente, instructus. Interdum alterum adhuc observatur folium magis versus apicem positum, inferiori alternum, eoque minus, caeterum ei simillimum.

Racemus terminalis, plerumque triflorus (rarissime biflorus), interdum quinqueflorus, bifidus; flore intermedio solitario.

Flores erecti, pedunculati.

Pedunculi floribus duplo vel triplo longiores; inferiores bibracteati; bracteis altera ad basin, altera supra basin sessilibus, lanceolato-linearibus; superior terminalis plerumque ebracteatus.

Corolla hexapetala, patens; petalis oblongis, obtusis, albidis? venis coloratis pictis; alternis latioribus.

Stamina filamentis capillaribus.

Stylus staminibus longior.

Hab. in Sibiriae alpibus. ♃.

Obs. O. striato *Willd.* et O. altaico *Laxm.* non dissimile, ab utroque autem praesertim differt radice bulbosa, quae in illis tantum fibrosa videtur; folio radicali solitario, latiori; florum numero; ab O. altaico praeterea petalis angustioribus diversum.

17. *Rumex angustissimus.*

R. floribus dioicis?, foliis linearibus involutis, valvulis crenulatis granulo destitutis.

Radix obliqua, fere horizontalis, geniculata, squamis longis, laceris, fuscis obtecta, infra terrae superficiem in plures ramos divisa, quorum singulus plures emittit caules densissime foliosos et squamosos, erectos, palmares, apice plerumque in duos foliorum fasciculos divisos, e quorum medio panicula valde ramosa enascitur.

Folia omnia linearia, subinde in medio dente uno alterove valde elongato instructa, involuta, glabra, vaginata; inferiora horizontaliter patentia; superiora erecta, cauli fere adpressa, ita ut cum inferioribus angulum rectum efforment.

Vaginae albido-scariosae, nitidae, apice bipartitae; laciniis elongatis, adpressis, stipulas mentientibus. His interjectae sunt squamae vaginis simillimae, non autem foliiferae.

Panicula inter foliorum fasciculos terminalis, plerumque ramosissima; ramis, ramulis, pedicellisque bracteis albido-scariosis, ovatis, obtusis, magnitudine pro loco diversis, suffultis.

Rhachis striato - sulcata.

Flores videntur dioici; masculi superiores, minuti; femineorum valvulae calycinae crenulatae, omnes granulo destitutae.

Hab. in vicinia fluvii Wilui in campo edito arenoso. ♃.

Obs. An planta nostra eadem sit species ac R. graminifolius, cujus mentionem facit clar. *Georgi* (Geographisch - physikalische - und naturhistorische Beschreibung d. Russ. Reichs 3. Thl. 4. Bd. S. 921. Nr. 18.) ob descriptionem adhuc desiderandam determinari nequit.

18. *Saxifraga multiflora.*

S. foliis lanceolatis subulato - spinosis vix ciliatis, caulibus floriferis procumbentibus, panicula terminali ramosissima multiflora.

Hab. in Davuriae alpibus. ♃.

Obs. S. asperae L., cui S. branchialis *Gmel.* Fl. Sibir. T. IV. pag. 164. Nr. 76. tab. 65. fig. 2. ut synonymon subjungenda est, quod autopsia speciminum et in Helvetia et in Sibiria lectorum me docuit, sane affinis, multis autem notis ab ea diversa. Caules nimirum valde diffusi, floriferi etiam, qui in S. aspera erecti, in nostra prostrati et omnes foliis

multo rarioribus, minime imbricatis, sunt instructi. Foliorum insuper apex in spinulam quidem excedit, eorum margo autem vix aut ne vix quidem spinulis ciliatus, rarissime tantum pilis brevibus obsitus. Panicula, quae in S. aspera pauciflora est, in nostra ramosissima, multiflora observatur. Flores in utraque inferi nec superi, ut *Hallerus* de S. aspera auctor est.

19. *Arenaria violacea.*

A. foliis ovatis acutis sessilibus, caule erecto villoso subdichotomo, pedunculis unifloris, petalis calyce villoso multo majoribus.

Caules plerumque plures ex una radice, erecti, ramosi, subdichotomi, villosi.

Folia sessilia, opposita, ovata, acuta, integerrima (lente adspecta vix manifesta crenulata), margine cartilaginea; superiora ciliata; omnia utrinque glabra, carina subtus prominente.

Pedunculi alares et in omnibus ramis terminales, erecti, superficie caulis.

Calyx pentaphyllus, villosus; foliolis oblongis, obtusis.

Corolla violacea, pentapetala; petalis calyce duplo saltem longioribus, cuneato - obovatis, apice tridentatis; dentibus obtusis.

Stamina decem; filamentis petalis paullo brevioribus.

Capsula ovata, quadrivalvis, longitudine calycis.

Hab. in Sibiria transbaicalensi in montium jugo Jablonnoi-Chrebet, circa urbem Ochotiam ad littora maris glacialis et in Kamtschatka. ⊙?

20. *Arenaria calycantha.*

A. foliis oblongis acutis sessilibus basi ciliatis, pedunculis axillaribus unifloris diphyllis.

Caulis debilis, glaberrimus, ramis axillaribus alternis, simplicibus instructus.

Folia sessilia, opposita, oblonga, acuta, glaberrima, integerrima, basi ciliata; superiora subundulata.

Pedunculi terminalis et axillares, uniflori, supra medium diphylli.

Flores nutantes, interdum bractea ovata, acuta, calyce majori suffulti.

Calycis foliola oblonga, acuta, margine membranacco cincta.

Petala in nostris speciminibus nulla, utrum caduca forsan? — an flores semper apetali?

Stamina calyce breviora.

Hab. in Sibiria orientali. ⊙?

21. *Arenaria villosa.*

A. caulibus pubescenti-villosis, foliis lineari-subulatis

trinerviis cilialis, foliolis calycinis trinerviis acuminatis corolla longioribus.

Caules plurimi ex una radice in caespitem satis densum dispositi, erecti, subpalmares, simplicissimi, apice tantum plerumque ramis aliquot unifloris instructi, uni- ad quadriflori, pubescenti-villosi.

Folia linearia, subulata, ciliata, trinervia; radicalia caespitosa; caulina opposita, connato-sessilia; suprema inferioribus breviora et latiora.

Pedunculi terminalis et ex axillis foliorum superiorum, uniflori, elongati, capillares, in medio plerumque bibracteati.

Calycis foliola ovato-lanceolata, acuminata, striata, trinervia; margine membranaceo.

Petala alba, obovata, retusa, foliolis calycinis tertia parte breviora.

Hab. in Sibiria orientali circa urbem Ochotiam. ♃.

Obs. Ab A. tenuifolia β caule simplicissimo vel ramis simplicibus unifloris instructo, nec dichotomo paniculato, foliis non villosis, sed margine tantum ciliatis, foliolis calycinis omnibus margine membranaceo cinctis, aliisque notis indicatis diversa.

22. *Sedum lilacinum.*

S. foliis radicalibus planis oblongis obtusis integerri-

mis, corymbo terminali simplici paucifloro, petalis acuminatis.

Radix fibrosa, biennis?

Caulis erectus, simplicissimus, biuncialis, foliosus, teres, glaber, superne praesertim maculis lilacinis adspersus.

Folia radicalia aggregata, oblonga, obtusa, basi parum attenuata, integerrima, margine cartilagineo cincta, utrinque glabra et uti caulis maculis lilacinis adspersa; caulina radicalibus simillima, sed paullo angustiora; summa fere tota lilacina.

Corymbus terminalis, tri - ad quinqueflorus; pedicellis axillaribus, unifloris.

Calyx quinquepartitus; laciniis lanceolato-linearibus, acutis.

Petala quinque lanceolata, uti calyx lilacina.

Stamina decem; antheris reniformibus, polline flavo farctis.

Pistilla quinque.

Hab. in Sibiria transbaicalensi. ♂?

23. *Lychnis uniflora.*

L. caule simplicissimo unifloro piloso - glanduloso, flore cernuo, calyce inflato decemangulato petalis breviori.

Radix perpendicularis, fusiformis, ramo subsolitario instructa, multiceps.

Caules numerosi, caespitosi, obliqui, palmares vel sesquipalmares, simplicissimi, parce foliosi, uniflori, praesertim versus apicem piloso - glandulosi.

Folia radicalia multa, subcarnosa, oblongo-linearia, in petiolum attenuata, obtusa, integerrima, ciliata, margine parum reflexo, utrinque pilis raris obsita; caulina sessilia, opposita, per tres plerumque oppositiones, versus apicem sensim minora, caeterum radicalibus simillima.

Flos in apice caulis solitarius, cernuus.

Calyx inflatus, quinquedentatus, decemangulatus; ad angulos fuscus, dense piloso - glandulosus; caeterum membranaceo - diaphanus, glaber.

Corolla pentapetala; petalis calyce longioribus, apice bifidis.

Styli quatuor vel quinque.

Hab. in Sibiria transbaicalensi. ♃.

24. *Lychnis pauciflora.*

L. caule subsolitario erecto stricto simplicissimo subbifloro piloso-glanduloso, floribus erectis, calyce decemangulato petalis breviori.

Hab. in Sibiria transbaicalensi. ♂.?

Obs. Praecedenti (L. uniflorae) non dissimilis, differt vero caule solitario (nec ex una radice pluribus caes-

pitosis), sesquialtiori, erecto, stricto, rigido; floribus subgeminis, altero laterali, erectis, duplo minoribus. — A L. apetala floribus erectis, petalis calyce longioribus diversa.

25. *Cerastium rigidum.*

C. hirsutum, caule erecto inferne simplicissimo apice dichotomo, foliis oblongis acutis, capsulis oblongis erectis calyce duplo longioribus.

Tota planta pilis patentibus, rigidis undique hirsuta.

Caulis fere bipedalis, erectus, strictus, rigidus, inferne omnino simplicissimus.

Folia opposita, sessilia, oblonga, acuta, integerrima.

Panicula terminalis, ramosissima, dichotoma, ad divisuras bracteis duabus oppositis, foliis simillimis, versus caulis apicem sensim minoribus, suffulta.

Flores in omnibus paniculae ramulis terminales et in dichotomia ramorum alares, erecti, pedunculati; pedunculis elongatis; terminalium plerumque bibracteatis; alarium nudis.

Calycis foliola lanceolata, acuta.

Petala bifida, calyce longiora.

Capsula oblonga, nitida, decemdentata, calyce duplo longior et ultra.

Hab. in Sibiria. ♃?

26. *Cerastium pilosum.*

C. erectum pilosum, foliis oblongis obtusis, petalis calyce multo majoribus, capsulis oblongis.

Caulis palmaris, erectus, basi flagella emittens tota prostrata, superne simplicissimus, tenuis, undique, uti omnes plantae partes, pilis crebris, mediocribus obsitus.

Folia sessilia, decussata, oblonga, obtusiuscula, integerrima, ciliata, discolora; subtus subglauca, venis apparentibus nullis; inferiora internodiorum fere longitudine vel iisdem parum longiora; superiora iisdem breviora.

Pedunculi e summi foliorum paris medio aut terni, aut solitasius tantum, plerumque trifidi; ramis vel unifloris, vel bi-rarissime trifloris, ad basin et in medio plerumque bractea minuta, oblonga instructis, excepto medio ramificationis tum primariae, cum secundariae, qui plerumque ebracteatus observatur.

Flores erecti, post anthesin tantum nutantes.

Calyx pentaphyllus; foliolis inaequalibus; duobus interioribus; subrotundo-ellipticis, margine membranaceo cinctis; tribus exterioribus, angustioribus, oblongis; omnibus obtusis.

Petala calyce triplo longiora, bifida.

Genitalia pro more generis.

Capsola oblonga (immatura jam longitudine calycis).

Hab. in Sibiria. ♃?

27. *Cerastium fimbriatum.*

C. diffusum, caule angulato piloso, foliis lanceolatis glabris ciliatis, pedunculis alaribus unifloris, petalis multifidis, capsulis globosis.

Caulis diffusus, ramosissimus, superne dichotomus, angulatus, sulcatus, pilosus.

Folia sessilia, opposita, lanceolata, acuminata, margine tenuissime crenulata, fere integerrima, ciliata, caeterum utrinque glaberrima, discolora, reticulato-venosa.

Pedunculi ex dichotomia caulis solitarii, sesquiunciales, capillares, erecti, uniflori, pilosi.

Calycis foliola aequalia, oblonga.

Petala multifida.

Capsula globosa.

Hab in Sibiria. ♃.

28. *Cerastium incanum.*

C. erectum incano-pubescens, foliis oblongo-linearibus, pedunculis trichotomis, capsulis globosis.

Caulis erectus, ramosus, pilis crebris, brevibus, albidis, de-

flexis undique incano - pubescens, geniculatus; geniculis superne incrassitis.

Rami oppositi; alter elongatus, alter brevissimus, hujus interdum loco foliorum fasciculus; decussati, steriles, superficie caulis.

Folia sessilia, subconnata, decussata, oblongo-linearia, acuta, integerrima, pilis brevibus, adpressis, oculo inermi vix manifestis obducta.

Pedunculus terminalis, trichotomus; ramo intermedio simplici unifloro; ad ramificationem bracteis duabus oppositis, ovato-lanceolatis, acutis suffultus.

Pedicelli omnes elongati, capillares; ultimae ramificationis, excepto intermedio, nonnumquam bibracteati; bracteis his inferioribus simillimis.

Flores erecti.

Calyces pentaphylli, foliolis aequalibus, margine plerumque membranaceo cinctis.

Petala foliolis calycinis duplo longiora, spathulata, apice tamen semibifida.

Genitalia ut in congeneribus.

Capsula globosa.

Hab. in Sibiria meridionali. ♃.

29. *Rosa mollis.*

R. germinibus ovatis pedunculisque aculeolatis, caule

inermi, foliolis ovalibus duplicato-serratis petiolisque pubescenti-mollibus.

Caulis inermis, glaber, viridis.

Petioli inermes, pubescentes, leviter canaliculati.

Folia inferiora foliolis septenis; superiora foliolis quinis; summa floralia foliolis ternis, lateralibus brevissime, terminali longe petiolatis; omnibus ovalibus, obtusis, duplicato-serratis; serraturis glandulosis; utrinque, subtus tamen paullo magis, pube mollissima obductis.

Flos terminalis, solitarius, pedunculo germine longiori insidens.

Calycis laciniae pubescentes, aculeolis glandulisque pedicellatis praesertim ad carinam obsitae, margine tomentosae, in apicem foliaceum, lineari-spathulatum, serrato-glandulosum productae.

Germen ovatum, fuscum, colore glauco nebulosum, uti pedunculus aculeolis raris adspersum.

Styli villosi.

Hab. in Caucasi alpe Kaischaur. ♄.

30. *Potentilla macrantha.*

P. foliis ternatis incisis supra pilosis subtus albido-villosis, caule erecto paucifloro, corolla calyce duplo majori.

Caules sesqui - vel bipalmares, erecti, pilis raris brevibus obsiti, superne in ramos aliquot divisi, pauciflori.

Folia radicalia et caulina inferiora ternata, longe petiolata; foliolis ovatis, incisis, basi tamen integerrimis, in pagina superiori pilis raris adspersis, subtus pilis albidis dense villosis; superiora foliolis sublinearibus, integerrimis vel inciso - serratis; summa simplicia.

Stipulae lanceolatae.

Flores in caule ramisque terminales, solitarii.

Petala obcordata, calyce duplo majora, flava.

Hab. in Sibiria transbaicalensi circa urbem Jacutiam. ♃.

Obs. A P. nivea, cui sane affinis, indumento totius plantae tenuiori; foliis subtus albido - villosis quidem, nec autem tomento densissimo, niveo obductis; floribus paucioribus; pedunculis magis elongatis; corollis denique duplo vel triplo majoribus diversa.

31. *Potentilla uniflora.*

P. foliis ternatis apice incisis subtus tomentosis, caule erecto unifloro.

Radix squamis magnis, ferrugineis vestita plures emittit caules in caespitem parvum quidem, sed densissi-

mum, aggregatos, erectos, vix palmares, villosos, foliis duobus vel tribus instructos, unifloros.

Folia radicalia dense caespitosa, petiolis duplo illis longioribus insidentia, ternata; foliolis ovatis, cuneatis, apice inciso-serratis; incisuris saepius 3 ad 5; basi integerrimis, in pagina superiori subvillosis, subtus densissime niveo-tomentosis; caulina duo vel tria; infimum radicalibus simillimum; medium foliolis plerumque integerrimis; summum simplex, trifidum; laciniis integerrimis.

Flos terminalis, solitarius, erectus, speciosus.

Calyx extus villo albo obtectus.

Petala obcordata, flava, calyce duplo longiora.

Hab. in Davuria. ♃.

Obs. Indumenti respectu P. niveae simillima, differt autem: caule humiliori, simplicissimo, erecto, unifloro; foliolorum incisuris paucioribus; flore duplo vel triplo majori, magnitudine fere antecedentis (P. macranthae). — P. subacaulis ab hac diversa: foliis utrinque tomentosis, tomento neutiquam niveo, caule decumbente et toto coelo.

32. *Aquilegia parviflora.*

A. nectariis incurvis staminibus stylisque brevioribus,

petalis ovato - subrotundis omnibus his longioribus, caule multifloro.

Aquilegia sylvarum humilis. *Gmel.* Fl. sibir. Tom. IV. pag. 186. Nr. 17. tab. 74.

Radix obliqua, crassa, comosa, in nostris speciminibus caulem emittens solitarium, sesquipedalem vel altiorem, erectum, strictum, glabrum; inferne nudum, simplicissimum; apice tantum in ramos aliquot vel pedunculos foliis suffultos divisum.

Folia radicalia solitaria vel bina, biternata, longe petiolata; petiolo canaliculata, pilis raris obsito; foliolis obovato - cuneatis, latioribus vel angustioribus, apice plerumque tridentatis; margine incrassato, reflexo; discoloribus, subtus glaucis, utrinque glaberrimis; caulina plerumque tria versus caulis apicem, breviter petiolata, ternata; foliolis lineari-lanceolatis, integerrimis, caeterum radicalium simillimis.

Pedunculi axillares, uni - vel biflori.

Pedicelli bractea solitaria, lineari-lanceolata plerumque suffulti.

Flores cernui, parvi in hoc genere.

Petala patentia (plana, violacea secundum *Gmelinum,*) nectariis, staminibus, stylisque longiora.

Nectaria apice incurva, stylis staminibusque breviora.

Hab. in sylvis ad Lenam fluvium. ♃.

33. *Ranunculus pusillus.*

R. caule repente, foliis tri- vel quinquepartitis, laciniis trifidis, floribus solitariis terminalibus et axillaribus, calyce basi piloso.

Caulis repens, filiformis, subramosus; ramis axillaribus, alternis, brevibus; villosus.

Folia alterna, petiolata; petiolis foliis longioribus; tri- vel quinquepartita; laciniis trifidis; magis vel minus sericea, subinde glabra.

Pedunculi in apice caulis et foliorum superiorum axillis solitarii, foliis sesquilongiores, villosi, uniflori.

Flores parvi.

Petala lutea.

Calyx subreflexus, foliolis basi pilis longis obsitis.

Fructus subglobosi; seminibus glabris, apicibus reflexis.

Hab. in Sibiria circa Pristan (locum adpulsus navium) Nelkan. ♃?

Obs. R. hyperboreo affinis, sed omnibus in partibus minor; folia insuper in nostro ad basin fere sunt partita, laciniis trifidis, quae in R. hyperboreo lobata tantum observantur, lobis integerrimis; nostra

planta denique pilis albis villosa, R. hyperb. autem glaberrimus. — A R. parvulo indumento, caule et foliorum forma diversus.

34. *Dentaria tenuifolia.*

D. foliis ternatis quinatisve solitariis vel geminis, foliolis sublinearibus mucronatis plerumque integerrimis.

Cardamine foliis trifidis acutis, laciniis integerrimis vel incisis, caule erecto. *Gmel.* Fl. sibir. Tom. III. pag. 272. Nr. 41. tab. 65.

Radix a me non visa (alba, fibrosa, fibris globulis cordiformibus auctis *Gmel.*).

Caulis dodrantalis, erectus, simplicissimus, glaber, inferne plerumque nudus (subinde tamen folio subradicali, solitario, minuto, quinato-digitato instructus), superne foliosus.

Folia petiolata, plerumque in quovis caule tria; aut omnia alterna, solitaria; aut duo inferiora ex eodem puncto, tertium superius solitarium, interdum praeter folia gemina nullum aliud.

Foliola plerumque tria, interdum quatuor vel quinque, linearia vel lanceolato-linearia, mucronata, integerrima, rarissime dente uno alterove instructa.

Racemus terminalis, pauciflorus, erectus, nudus, post anthesin elongatus.

Calyx patulus.

Petala obovata, obtusa, violacea, foliolis calycinis triplo longiora.

Stamina omnia calyce longiora.

Stylus staminibus longior.

Hab. in Sibiria a Tomo fluvio ad Lenam usque fluvium. ♃.

35. *Sisymbrium Tilesii.*

S. glabrum, caule folioso, foliis radicalibus lyratis, caulinis oblongo-obovatis, omnibus subciliatis.

Caules solitarii vel plures ex una radice, plerumque simplices, erecti, foliosi, spithamaei.

Folia radicalia plurima, in caespitem disposita, lyrata, in petiolum attenuata, utrinque glabra, margine subciliata; caulina sessilia, sparsa, oblongo-obovata, obtusa, integerrima vel rarius dente uno alterove minuto instructa, subciliata, glabra.

Racemus terminalis, erectus, nudus.

Flores pedicellati; pedicellis floribus longioribus.

Calyces glabri.

Corollae albae, paullo majores quam in S. arenoso.

Siliquae subteretes, erectae, elongatae, filiformes, stylo et stigmate coronatae.

Hab. in Kamtschatka. ♂?

Obs. Primo intuitu S. arenoso non dissimile, diversum autem: caule plerumque simplicissimo, rarissime ramis aliquot instructo, foliis caulinis latioribus et denique glabritie totius plantae.

36. *Cheiranthus strigosus.*

Ch. undique strigosus, foliis oblongo-lanceolatis integerrimis vel denticulatis, caule erecto herbaceo angulato simplici.

Radix fusiformis, perpendicularis, caulem emittens solitarium, dodrantalem, simplicem, erectum, a basi ad apicem strigosum, angulatum.

Folia radicalia plurima, in caespitem densum congesta, oblongo-lanceolata, acuta, integerrima vel basin versus denticulata, utrinque strigosa; caulina sparsa, radicalibus paullo angustiora, caeterum illis simillima. E foliorum caulinorum axillis ramuli brevissimi (potius forsan foliorum fasciculi dicendi) proveniunt.

Racemus terminalis, simplex, multiflorus, nudus.

Flores erecti, pedicellis ipsorum longitudine insidentes.

Siliquae longae, quadrangulae, etiam uti rhachis et pedicelli strigosi, stigmate magno, bipartito coronatae.

Hab. in Sibiria. ♂.

37. *Fumaria tenuifolia.*

F. acaulis, scapo nudo, racemo paucifloro, corollis basi bigibbis, foliis triplicato - pinnatis, pinnulis oblongo - linearibus.

Radix fibrosa.

Folia radicalia plura, longe petiolata, triplicato - pinnata; pinnulis confertis, linearibus, in medio tamen latioribus, utrinque attenuatis, undique glaberrimis.

Scapi plures, erecti, sesquipalmares, spithamaei vel subinde pedales, glabri, inferne nudi, versus apicem floriferi.

Flores duo vel tres in racemum brevem dispositi, pedicellati; inferiores cernui; supremus erectus.

Pedicelli capillares, longitudine varii, interdum fere unciales, plerumque autem multo breviores, bractea suffulti solitaria, lanceolato - lineari, acuminata. Praeter hanc alia in plerisque observatur bractea, pedicello ipsi insidens, alteri simillima.

Calyx diphyllus; foliolis cordatis, acutis, adpressis, glabris.

Corolla (videtur flava) petalis exterioribus basi in calcaria duo, brevia attenuatis, supra medium reflexis; interioribus utrinque dilatatis, in medio angustatis, apice subviolaceo, acuto.

Genitalia petalis vix breviora.
Hab. in Sibiria transbaicalensi. ♃.

38. *Fumaria altaica.*

F. caule simplici, racemo terminali, bracteis obovatis integerrimis pedunculo subaequalibus, foliis biternatis, calcare crasso rotundato arcuato.

Caulis erectus, simplex.

Folia duo versus basin caulis sita, petiolata, glauca, biternata; foliolis sessilibus, obovatis, obtusis, submucronatis, integerrimis, glaberrimis.

Racemus terminalis, multiflorus, densus, bracteatus.

Bracteae obovatae, integerrimae, longitudine pedicelli vel eo paullo longiores.

Flores penduli.

Corolla vexillo violaceo; calcare crasso; apice rotundato, arcuato; corolla longiori.

Hab. in montibus Altaicis. ♃.

39. *Hedysarum Gmelini.*

H. caulescens erectum, foliis pinnatis, foliolis oblongo-ovatis subtus pilosis, bracteis pedunculis brevioribus, calycinis laciniis setaceis tubo longioribus, lomenti articulis rugoso-asperis.

Hedysarum foliis pinnatis, leguminibus articulatis lanatis, caule diffuso. *Gmel.* Fl. sibir. Tom. IV. pag. 29. Nr. 37. tab. 12.

Radix lignosa, multiceps.

Caules plures, erecti, teretes, striato-sulcati, subpilosi.

Folia alterna, impari-pinnata; pinnis oppositis, ovato-oblongis, basi rotundatis, apice acutiusculis, in pagina superiori punctulis nigricantibus prominulis satis dense obtectis, subtus margineque pilosis.

Stipulae vaginatae, abbreviatae, unam vel duas lineas longae.

Racemi ex axillis foliorum superiorum multiflori, longe pedunculati.

Flores pedicellis brevibus insidentes, bracteati.

Bracteae ovatae, acutae, diaphanae, pedicellis breviores.

Calyx uti rhachis et pedicelli pilis albicantibus adpressis obsitus, ultra medium quinquefidus; laciniis omnibus setaceis, tubo longioribus.

Legumina plerumque quadriarticulata; articulis rugoso-asperis; junioribus albo-sericeis.

Hab. in Sibiriae montosis. ♃.

Obs. Synonymon *Gmelini* a b. *Willdenow.* H. obscuro, a nostra planta certe diverso, perperam adscriptum est. H. Gmelini ab H. obscuro praeter foliorum

formam atque indumentum et stipularum magnitudinem multo minorem adhuc diversum: bracteis brevioribus, calyce profundius diviso, lomenti articulis neutiquam glabris, aliisque notis indicatis. — Ab H. alpino calyce quinquefio, albido-piloso, qui in H. alpino quinquedentatus et fere glaber observatur; bracteis latioribus, subovatis, quae in H. alpino lineares sunt; floribus majoribus et lomentis rugoso-asperis praesertim dignoscendum.

40. *Prenanthes pygmaea.*

P. calycibus 10 — 12 floris, caule ramosissimo, foliis oblongo-ovatis linearibusve in petiolum longum attenuatis dentatis vel integerrimis.

Hierarium foliis fere omnibus capillaceis. *Gmel.* Fl. sibir. Tom. II. p. 20. Nr. 18. var. I. tab. 7. fig. 2.

Hieracium foliis radicalibus ovatis, dentatis. *Gmel.* l. c. Nr. 18. var. II. tab. 7. fig. 3.

Tota planta glaberrima plerumque in formam hemisphaerii crescit, vix duos pollices alta et totidem cum dimidio in diametro tenens.

Radix fusiformis, simplicissima, perpendicularis, descendens.

Caulis brevissimus, vix uncialis, foliis numerosissimis, ovato-oblongis, in petiolos foliis duplo vel triplo

longiores attenuatis dense obsitus, tunc in ramos plurimos divisus inferne nudos, in medio foliis instructos, caulinis simillimis sed minoribus, ex quorum axillis pedunculi proveniunt conferti, uniflori vel iterum ramosi, multiflori.

Flores parvi.

Anthodium auctum; squamis omnibus glabris; exterioribus minutis, lanceolato-linearibus; interioribus octonis, linearibus, acutis.

Corollulae decem vel duodecim, anthodii squamis paullo longiores, luteae.

Pappus pilosus, sessilis.

Receptaculum glabrum.

Hab. ultra fluvium Jeniseam. ♃.

Obs. Variat haec planta caule elongato, tri- vel quadripollicari; ramis minus confertis; foliis angustioribus, oblongo-linearibus. — Aliam possideo plantam caeterum huic simillimam, sed foliis radicalibus lyratis instructam. — An hujus varietas?

41. *Leontodon lanatus.*

L. calyce exteriori erecto adpresso, squamis lineari-lanceolatis, scapo unifloro dense tomentoso, foliis rigidis runcinato-pinnatifidis, laciniis angulato-dentatis.

Radix superne villo terminatur densissimo, mollissimo, subfusco, in globuli formam compacto, qui scapos et folia ante explicationem involvit.

Folia omnia radicalia, in petiolum attenuata, runcinato-pinnatifido; laciniis angulatis, dentatis; dentibus magnitudine variis; rhachi utrinque membrana lata, dentata aucta; juniora supra arachnoideo-incana, subtus lanato-tomentosa; adulta supra fere glabra, subtus quoque tomentum fere exuunt.

Scapi plures, foliis paullo longiores, a basi ad apicem dense tomentosi, uniflori.

Anthodium glabrum; squamis exterioribus duplici ordine, lanceolato-linearibus, erectis; interioribus exterioribus triplo vel quadruplo longioribus, lanceolato-linearibus.

Corollulae luteae.

Pappus longe stipitatus, pilosus.

Hab. in Sibiria. ♃.

42. *Leontodon dissectus.*

L. calyce exteriori erecto adpresso, squamis ovatis, scapo unifloro lanato-tomentoso, foliis runcinato-pinnatifidis pilosis, laciniis lanceolato-linearibus subintegerrimis.

Radix crassa, perpendicularis, fusiformis, multiceps, superne squamis fuscis (foliorum anni praeteriti rudimentis) obtecta.

Folia radicalia plurima, petiolata, profunde runcinato-pinnatifida, magis vel minus pilosa; laciniis alternis, lanceolato-linearibus, acutis, integerrimis vel denticulis raris instructis; rhachi dentato; dentibus laciniis plerumque oppositis, subinde tamen irregulariter dispositis.

Petioli vix quartam vel quintam partem foliorum aequantes, villosi, villis crebris luteo-fuscis ad basin stipati.

Scapi plures, erecti, foliis paullo longiores, uniflori, lanato-tomentosi; tomento post anthesin minus denso.

Flos erectus, L. Taraxaci minor.

Anthodium glabrum; squamis exterioribus duplici subinde ordine, ovatis, acutis, margine membranaceo, ciliatis, erecto adpressis; interioribus exterioribus triplo longioribus, lanceolato-linearibus, acutis, margine membranaceo.

Corollulae pallide luteae.

Pappus stipitatus, pilosus.

Hab. in Sibiria ad Lenam fluvium. ♃.

43. *Picris Kamtschatica.*

P. glochidibus hispida, caule erecto simplicissimo, foliis inferioribus obovatis versus basin attenuatis dentatis, superioribus lanceolatis serratis, pedunculis racemosis, calycibus hispidissimis.

Tota planta glochidibus patentissimis undequaque hispidissima.

Radix obliqua, praemorsa, fusca, squamis nigricantibus praecipue caulem versus obtecta, fibris perpendiculariter descendentibus ramosis aucta.

Caulis solitarius, erectus, strictus, simplicissimus, tri - vel quadripedalis.

Folia radicalia obovata, in petiolum attenuata, remote dentata; caulina sparsa; inferiora radicalibus simillima; superiora lanceolata, remote serrata; summa pedunculos suffulcientia fere subintegerrima.

Pedunculi in apice caulis racemoso - corymbosi, axillares, inferiores bi - vel triflori, superiores uniflori.

Anthodium squamis nigricantibus, lineari - lanceolatis; exterioribus subsquarrosis.

Corollulae luteae.

Pappus sessilis, plumosus.

Hab. in Kamtschatka. ♃.

Obs. Longe haesitavi, utrum Hieracii, an Picridis generi

haec planta adnumeranda sit; calyx enim non exacte imbricatus Hieracii inter hunc et calycem calyculatum medium quasi tenet, sed pappus plumosus, licet stipitatus sit, Picridibus potius quam Hieraciis plantam nostram adnumerare suadet. — A Picride hieracioide praeter hispiditatem, quae in nostra superficiem totius plantae occupat, in illa autem praecipue versus basin caulis observatur, pedunculis hispidissimis, squamis destitutis, calycibusque valde hispidis diversa.

44. *Crepis graminifolia.*

C. tota glabra, caule subramoso paucifloro, foliis omnibus linearibus integerrimis, floribus cernuis, calyce exteriori minutissimo.

Planta pusilla glabra.

Radix crassa, perpendicularis, multiceps.

Caules erecti, subramosi; ramis axillaribus, inferioribus subinde bi- vel trifloris, superioribus semper unifloris; foliosi, vel simplicissimi, uniflori, aphylli.

Folia omnia lineari-filiformia, longitudine varia.

Pedunculi plerumque non longe infra florum squamula instructi.

Flores erecti.

Anthodum squamis exterioribus brevissimis, ovatis, acutis, patulis; interioribus linearibus, acutis, exterioribus multoties longioribus.

Corollulae pallide luteae, anthodio duplo fere longiores, apice truncatae, quinquedentatae.

Pappus pilosus, sessilis.

Hab. in Sibiria orientali inter urbes Jacutiam et Ochotiam. ♃?

45. *Crepis baicalensis.*

C. caule erecto stricto foliisque glaberrimis, radicalibus petiolatis integris pinnatifidisve, ramis fastigiatis, floribus racemosis, calycibus nigricantibus albo-pilosis.

Caulis erectus, strictus, glaberrimus, superne flexuosus, ramosus; ramis axillaribus, alternis, fastigiatis.

Folia glaberrima; radicalia circumscriptione oblonga vel oblongo-ovata, in petiolum folii longitudine vel eo longiorem desinentia, integra, basin versus subinde dentata, vel profunde ad costam mediam fere pinnatifida, laciniis linearibus, integerrimis; caulina inferiora radicalibus simillima; superiora integra, linearia, inferiorum fere longitudine; ramea minuta; summa setacea.

Flores in caule ramisque racemosi, erecti.

Pedicelli folio subsetaceo suffulti, plerumque uniflori, rarissime biflori, squamis pluribus, lineari-setaceis, varie flexis, obsiti.

Anthodium squamis nigricantibus, pilis mollibus albidis obtectis et hinc variis; exterioribus lanceolatis, reflexis, brevibus; interioribus lanceolato-linearibus.

Corollulae pallide flaventes.

Pappus sessilis, pilosus.

Hab. in locis montosis ad lacum Baical. ♃.

Obs. Folia radicalia et caulina inferiora nequidem in uno eodemque specimine partim integra, partim pinnatifida observantur, sed omnia inter se sunt aequalia; in diversis autem speciminibus caeterum simillimis foliorum divisura diversissima est.

46. *Serratula glauca.*

S. caule simplicissimo unifloro, foliis glaucis glaberrimis, radicalibus oblongo-obovatis basi dentatis, caulinis subpinnatifidis.

Radix horizontalis videtur perennis quotannis caulem solitarium ad anni praeteriti caulis latus emittens et hinc repens.

Caulis solitaris, erectus, strictus, simplicissimus, uniflorus, inferne glaberrimus, in medio striatus, versus api-

cem striato-sulcatus, paullo infra florem arachnoideus.

Folia radicalia oblongo-obovata, in petiolum attenuata, obtusa cum mucrone, a medio ad basin dentata; dentibus mucronatis; versus apicem edentula; margine cartilagineo, tuberculis minutissimis, oculo inermi vix manifestis obsito; utrinque glaberrima, glauca; — caulina inferiora radicalibus simillima, sed angustiora et basin versus dentata; dentibus paucioribus, secundum folii magnitudinem profundioribus, paullo sursum spectantibus; tuberculis marginalibus elongatis fere ciliata; — superiora apicem versus sensim decrescentia, pinnatifida; — summum, paullo infra florem positum, lanceolato-lineare, integerrimum, margine cartilagineo ciliato.

Flos erectus, speciosus.

Anthodium imbricatum; squamis exterioribus ovatis, acuminatis, margine-apiceque nigricantibus, ciliatis, pubescentibus, adpressis; intimis lanceolatis, elongatis, subscariosis.

Pappus plumosus.

Hab. in Sibiria. ♃.

47. *Serratula Tilesii.*

S. floribus aggregatis dense corymbosis, foliis lanceolatis dentatis subtus calycibusque lanuginosis.

Planta primo anno acaulis folia profert fere pedalia, in petiolum longum attenuata, altero anno caulescens, florifera.

Radix obliqua, squamis fuscis (foliorum anni praeteriti rudimentis) obtecta.

Caulis solitarius, erectus, subspithamaeus, simplex, striato-angulatus, modo glaber, modo arachnoideo-pubescens.

Folia lanceolata, in petiolum attenuata, acuminata, dentata, margine subreflexo, supra glabra, subtus lanuginoso-tomentosa, subinde tantum arachnoideo-pubescentia; radicalia in orbem disposita; caulina sparsa.

Flores in apice caulis aggregati, plures seu pauciores, pedunculis insident simplicissimis, plerumque ex uno eodemque caulis puncto provenientibus, fere umbellatis, longitudine floribus subaequalibus, lanuginosis, nonnunquam bracteis suffultis linearibus, integerrimis, supra glabris, subtus lanuginosis. Interdum ex foliorum superiorum axillis alii prove-

niunt pedunculi bi- vel triflori, ita ut corymbus compositus evadat.

Anthodium subcylindricum, squamis omnibus lanceolatis, acutis, lanuginosis; interioribus paullo angustioribus quam exteriores.

Corollulae rubicundae videntur.

Pappus plumosus.

Hab. in Kamtschatka. ♃.

Obs. Planta pro soli diversitate varians; in siccis tota rigidior, caule ex rubicundo subfusco, tenui lanugine obtecto, foliis latioribus, subtus magis dense lanuginosis, subtomentosis, margine magis reflexo; in fertilioribus tota laxior et magis glabra, caule altiori, foliis angustioribus, margine vix reflexo.

48. *Chrysocoma scabra.*

Ch. herbacea, foliis oblongo-lanceolatis enerviis discoloribus margine praesertim scabris subtus pubescenti-villosis, calycibus subvillosis.

Caulis erectus, strictus, inferne simplex, superne in ramos aliquot fastigiato-corymbosos divisus, teres, striato-sulcatus.

Folia subconferta, sparsa, sessilia, basi subamplexicaulia, oblongo-lanceolata, acuta, margine denticulis mi-

nutissimis scabro, discolora, supra vix scabriuscula, pilis minutis, rarissimis, nonnisi lente conspicuis, obsita, subtus pubescenti - villosa; inferiora tripollicaria; summa vix pollicem longa.

Flores in caulis et ramorum ex foliorum superiorum axillis provenientium, foliis paucis instructorum, apice, flavi, corymbosi, magnitudine Ch. villosae.

Anthodium squamis ovatis, acutiusculis, adpressis, subvillosis.

Pappus pilossus, sessilis.

Receptaculum glabrum.

Hab. in Davuria. ♃?

Obs. A Ch. villosa praeter indumentum, totius plantae colore obscure viridi, foliis et calycinis foliolis latioribus, aliisque notis indicatis diversa.

49. *Artemisia glomerata.*

A. albo - sericea, caule herbaceo simplicissimo, foliis radicalibus cuneatis palmato - multifidis, caulinis pinnatifidis, floribus numerosis in capitulum terminale glomeratis oblongis.

Planta densissime caespitans.

Radix lignosa, multiceps, fibras plures, crassas, ramosas terrae immittens.

Caules numerosissimi; plurimi steriles, brevissimi, vix supra terram elevati, fasciculo foliorum terminati; nonnulli floriferi, erecti, simplicissimi, vix palmares, e foliorum fasciculo orti, parce foliosi, praesertim versus apicem lanato-tomentosi, florum capitulo terminati.

Folia albo-sericea; radicalia petiolata, cuneata, palmato-multifida; laciniis linearibus, acutiusculis; caulina sparsa, pinnatifida, inferiora remota, versus caulis apicem involucri instar aggregata.

Flores numerosi, in capitulum terminale collecti, sessiles vel pedunculo brevissimo insidentes, oblongi.

Anthodium villosum; squamis ovatis, obtusis, margine fusco, carina albida.

Receptaculum glabrum.

Hab. ad sinum St. Laurentii. ♃.

Obs. Ab A. glaciali praesertim floribus numerosioribus, minoribus, in capitulum collectis; foliis caulinis rarioribus pinnatifidis (nec palmato-multifidis, summis floralibus simplicibus, quod in A. glaciali non raro observatur) caeterisque notis indicatis diversa.

50. *Artemisia gelida.*

A. albo-sericea, caule herbaceo simplici, foliis inferioribus pinnatis, pinnis multifidis, laciniis lineari-

bus, floralibus summis trifidis integrisve, spicis axillaribus pedunculatis, floribus globosis, squamis calycinis fusco - marginatis.

Tota planta albo - sericea.

Radix lignosa, ramosa, fusca, multiceps.

Caules erecti, simplices, sesqui - vel bipalmares, foliosi.

Folia radicalia et caulina inferiora longe petiolata, pinnata; pinnis plerumque petiolatis, palmato - multifidis; laciniis linearibus; caulina superiora brevius petiolata, caeterum inferioribus simillima; summa trifida vel integra.

Spicae pedunculatae, pauciflorae, ex axillis foliorum superiorum provenientes racemi terminalis inferiorem partem efformant, cujus pars superior floribus constat solitariis, e summorum foliorum axillis enatis.

Flores globosi, erecti.

Anthodium villosum, squamis ovatis; exterioribus subfuscis; interioribus scariosis.

Receptaculum glabrum.

Hab. ad sinum St. Laurentii. ♃.

Obs. A. insipidae (mihi ignotae) proxima quidem videtur; differt tamen praeter indumentum: radice non repente, caule humiliori, et spicis pedunculatis.

51. *Artemisia violacea.*

A. caule herbaceo simplicissimo, foliis villosis, inferioribus pinnatis, pinnis tripartitis integrisve, floribus axillaribus globosis, inferioribus longe pedunculatis, superioribus subsessilibus, calycinis squamis interioribus membranaceis nitidis.

Radix lignosa, repens, squamis fuscis obtecta.

Caules floriferi erecti, spithamaei, simplicissimi, praesertim versus basin violacei, magis vel minus pilosi.

Folia villosa; inferiora longe petiolata; petiolis violaceis; pinnata; pinnis tripartitis integrisve; laciniis linearibus, acutis, integerrimis; superiora pinnata; pinnis linearibus, indivisis; summa trifida vel integra, linearia.

Flores axillares, solitarii, pedunculati; pedunculis foliis multo brevioribus; in racemum terminalem, caule longiorem, dispositi, cernui, globosi, in racemi parte inferiori remoti, apicem versus conferti.

Anthodium squamis ovatis, obtusis; exterioribus in medio fuscis, villosis, margine membranaceo, nitido; interioribus totis membranaceis, nitidis.

Receptaculum glabrum.

Hab. in Kamtschatka. ♃.

52. *Artemisia Tilesii.*

A. caule herbaceo simplicissimo, foliis subtus incano-tomentosis, inferioribus pinnatifidis, laciniis lanceolatis subdentatis, floralibus summis subsimplicibus minutis, floribus racemosis breviter pedunculatis nutantibus globosis.

Caules erecti vel adscendentes, simplicissimi, sublignescentes quidem sed annotini, striato-angulati, arachnoideo-pubescentes, a basi ad apicem foliosi.

Folia inferiora in petiolum attenuata, pinnatifida; laciniis acutis, lanceolato-linearibus, inciso-dentatis, vel lanceolatis, subintegris; supra tenuissime pubescentia, subtus incano-tomentosa; superiora serrata, serraturis acutis; summa integerrima, interdum minutissima.

Flores axillares, solitarii, breviter pedicellati, racemosi, subnutantes, globosi.

Anthodium squamis ovatis, obtusis; exterioribus arachnoideo-pubescentibus, fuscis; interioribus glabris, apice tantum fuscis.

Receptaculum glabrum.

Hab. in Kamtschatka. ♃.

53. *Artemisia pubescens.*

A. foliis radicalibus bipinnatifidis, laciniis multifidis in-

tegrisve subsericeis, caulinis integris pinnatisve, pinnis lineari-setaceis cauleque villoso-pubescentibus, floribus subovatis pedunculatis erectis.

Caulis erectus, strictus, sesquipedalis, striato-angulatus, foliosus, ramosus. Rami inferiores brevissimi, steriles; superiores elongati, floriferi.

Folia radicalia petiolata; petiolis foliorum longitudine, canaliculatis, basin versus dilatatis; subsericea, bipinnatifida; laciniis integris vel multifidis; lacinulis lanceolatis vel lanceolato-linearibus, acutis; caulina villoso-pubescentia, sparsa, sessilia; inferiora pinnata; pinnis lineari-filiformibus, plerumque simplicissimis, rarissime bifidis; superiora linearia, integerrima; summa floralia his simillima, sed minuta.

Flores axillares, solitarii, pedunculati, erecti, subovati, in racemos axillares et terminalem dispositi.

Anthodium glabrum, nitens, squamis ovatis, acutis; interioribus margine membranaceo.

Receptaculum glabrum.

Hab. in Sibiria prope urbem Jacutiam. ♃?

54. *Artemisia latifolia.*

A. glabra, foliis inferioribus bipinnatifidis, superioribus pinnatifidis, laciniis utrorumque ovatis vel lanceo-

latis acutis integerrimis, floralibus summis simplicibus, racemis axillaribus brevissimis, calycibus globosis pedunculatis nutantibus margine membranaceis.

Artemisia laciniata. β. Spec. Plant. ed. *Willd.* Tom. III. P. III. pag. 1843.

Artemisia .... laciniis latioribus, rachi media foliorum nuda. *Gmel.* Fl. sibir. Tom. II. p. 123. Nr. 107. Var. III. tab. 58.

Caulis erectus, simplicissimus, strictus, pedalis vel paullo altior, striato-sulcatus, glaber.

Folia utrinque glabra; inferiora petiolata, bipinnatifida; pinnis decurrentibus, pinnatifidis; laciniis ovatis vel lanceolatis, acutis, integerrimis, margine subreflexo; rhachi alata, integerrima, versus apicem folii tantum dente uno alterove instructa; superiora pinnatifida, inferiorum pinnis simillima; summa lanceolato-linearia, indivisa.

Flores breviter pedunculati; pedunculis bracteis minutissimis suffultis; nutantes, globosi, in racemos axillares, breves, paucifloros collecti.

Anthodium glabrum, squamis subrotundo-ovatis, margine membranaceo cinctis.

Receptaculum glabrum.

Hab. in Sibiria. ♃.

Obs. Ab A. laciniata *Willd.* praeter folia bipinnatifida, nec triplicato-pinnata, adhuc diversa: laciniis omnibus multo latioribus, racemis multo brevioribus aliisque notis indicatis. — Icon *Gmelini* plantae habitum satis bene proponit, sed caulis in nostris speciminibus nunquam divisus, racemo solitario, e racemulis tri- ad quinquefloris, folio ipsis paullo breviori suffultis, composito, terminatus et folia superiora minus divisa.

55. *Artemisia sacrorum.*

A. caule ramoso, sulcato, foliis subtus incanis, inferioribus bipinnatifidis, pinnis decurrentibus pinnatifidis, laciniis acutis, summis pinnatifidis integrisve, racemis paniculatis foliosis, calycibus globosis pedunculatis nutantibus incanis.

Artemisia .... laciniis latioribus, rachi foliorum media dentata. *Gmel.* Flor. sibir. Tom. II. pag. 122. Nr. 107. Var. II. tab. 56. fig. 2.

Caulis erectus, suffruticosus, sesquipedalis vel altior, ramosus, dense foliosus, sulcatus, versus apicem incanus, caeterum glaber, ex fusco violaceus.

Folia in pagina superiori glabra, subtus incana; inferiora

petiolata; petiolo alato, ala integerrima, margine reflexo; bipinnatifida; pinnis ad proximum par decurrentibus, pinnatifidis; laciniis lanceolato-linearibus, subfalcatis, acutis, plerumque integerrimis, rarissime uno alterove dente in latere exteriori instructis, margine reflexo; rhachi pinnis decurrentibus alata, ala pinnatifida, laciniis plerumque oppositis, pinnarum laciniis simillimis; — superiora pinnatifida, laciniis integris; — summa linearia, rarissime dente uno alterove instructa.

Flores axillares, breviter pedunculati, nutantes, globosi, in racemos axillares et terminalem dispositi.

Anthodium incanum, squamis ovatis, obtusis, margine apiceque membranaceis, costa media viridi.

Receptaculum glabrum.

Hab. in arenosis ad fluvium Jeniseam. ♃.

Obs. I. Dantur specimina foliis subtus magis incanis et floribus parum majoribus.

Obs. II. Tatari Krasnojarenses hujus plantae ramulos tempore sacrificiorum aut potius praestigiarum carbonibus inspergunt, ad deorum diabolorumque, quos sibi fingunt, favorem sibi conciliandum. *Gmel.* l. c. pag. 124. — hinc nomen dedi triviale.

56. *Artemisia macrantha.*

A. foliis subtus incanis, inferioribus duplicato, superioribus simpliciter pinnatifidis, laciniis subintegris, floralibus summis trifidis integrisve linearibus, racemis axillaribus et terminali, calycibus globosis pedunculatis nutantibus fusco-marginatis.

Caulis erectus, tripedalis et altior, simplex; inferne striatus, glaber; superne striato-sulcatus, subincanus.

Folia subtus incana; inferiora petiolata, pinnata; pinnis plerumque profunde pinnatifidis, infimis subinde bipinnatifidis; laciniis linearibus acutis, margine reflexo; superiora sensim simpliciora; summa trifida vel integra, linearia.

Flores axillares, pedunculati, nutantes, globosi (majores ut in A. laciniata et latifolia), racemos efformantes longiores vel breviores, plerumque simplices, subinde racemulo paucifloro unius floris loco instructos.

Anthodium villosum, squamis subrotundo-ovatis, membranula scariosa fusca marginatis.

Receptaculum glabrum.

Hab. in Sibiria ad lacum Tschumasof. ♃.

Obs. Ab A. laciniata *Willd.* praesertim laciniis multo longioribus et floribus duplo fere majoribus diversa.

57. *Artemisia Redowskyi.*

A. foliis glabris lanceolatis utrinque attenuatis margine incrassatis, floribus subrotundis pedunculatis nutantibus, pedunculis calyce multoties longioribus, squamis calycinis omnibus margine membranaceis.

Artemisia inodora. *Willd.* Enumer. plant. h. reg. bot. Berolin. pag. 864. Nr. 32.

Hab. in Davuria. ♃.

Obs. I. Flores nutantes, nec erecti, ut *Willdenowius* auctor est.

Obs. II. Huic speciei, cujus specimina et in loco natali lecta, et in horto culta coram habeo, a b. *Willdenowio* nomine A. inodorae insignitae detectoris clarissimi peregrinatoris infortunati, nomen imposui, quia jam alia hujus generis species sub nomine inodorae in Flora taurico-caucasica Tom. II. pag. 295. Nr. 1695 descripta exstat, a celeberr. *Biberstein* detecta, a nostra diversissima.

58. *Cineraria atropurpurea.*

C. caule simplicissimo unifloro, foliis radicalibus oblongo-ovatis, caulinis summis cordato-lanceolatis, pedunculo calyceque atropurpureis glanduloso-villosis.

Radix e fibris pluribus longis simplicibus tenuibus aggregatis composita.

Caules plures ex una radice, caespitosi, erecti, palmares, simplicissimi, teretes, striati, uniflori, a basi ad apicem subfusci; juniores undique villosi; adulti inferne glabri, apicem versus villoso-glandulosi; pilis atropurpureis albis intermixtis.

Folia adulta utrinque glabra; radicalia oblongo-ovata, in petiolum attenuata, modo integerrima, modo serrata; serraturis abbreviatis, obtusis, raris; caulina inferiora oblongo-lanceolata, plerumque integerrima; summa sessilia, amplexicaulia, ex cordato lanceolata, acuminata, subundulata.

Flos solitarius, erectus, radiatus.

Anthodium squamis ovato-lanceolatis, acutis, superficie supremam caulis partem aequantibus, praesertim ante explicationem.

Corollulae disci saturatae luteae, antheris atropurpureis; radii pallidiores, striis atropurpureis, parallelis, subtus saturatioribus, pictae.

Pappus pilosus.

Hab. in Sibiria. ♃?

Obs. Planta haec ab omnibus congeneribus caulis apice calyceque indumento descripto obductis diversa.

Praeterea C. integrifoliae sibiricae parvitate foliorumque inferiorum forma affinis, sed diversa: caule semper unifloro, foliis adultis glabris, flore quidem minori, calyce vero sesquilongiori, squamis multo latioribus.

59. *Cineraria lyrata.*

C. caule simplicissimo unifloro, foliis inferioribus lyratis, superioribus linearibus integerrimis minutis.

Tota planta glaberrima, nisi foliorum axillae subinde villosae, quod tamen non nisi in plantis junioribus observavi.

Caulis plerumque solitarius (raro duo ex una radice proveniunt), erectus, spithamaeus vel dodrantalis, simplicissimus, teres, striatus, subinde tortilis, parce foliosus, uniflorus.

Folia radicalia plura, petiolata, lyrata; lobo terminali maximo, suborbiculato, a medio ad apicem crenato; crenis plerumque quinque vel sex rotundatis; lobis lateralibus lanceolato-ovatis, remotis, integerrimis, utrinque uno vel duobus; — caulina inferiora radicalibus simillima, lobis tamen plerumque angustioribus; — summa duo vel tria, linearia, integerrima vel undulata, minuta.

Flos terminalis, semper solitarius, erectus, radiatus, speciosus.

Anthodium squamis lanceolato-linearibus, serrulato-ciliatis, glabris, sive totis, sive apice in fuscum vergentibus

Corollulae omnes luteae; radii pallidiores.

Receptaculum glabrum.

Hab. in Sibiria. ♂?

Obs. A C. caucasica, cui affinis videtur, foliorum forma diversa. In nostra enim folia radicalia et caulina inferiora semper lyrata; summum nunquam cordato-lanceolatum. Pedunculus semper glaberrimus.

60. Pyrethrum breviradiatum.

P. caule inferne simplicissimo superne ramoso, ramis fastigiatis subdiphyllis unifloris, foliis bipinnatis, pinnulis lineari-filiformibus.

Radix ramosa (videtur annua).

Caulis solitarius, erectus, sesquipedalis, foliosus, inferne simplicissimus, superne ramis axillaribus, subfastigiatis, foliis plerumque duobus (rarius folio solitario) praeditis, unifloris, instructus, striatus, glaberrimus.

Folia caulina bipinnata; pinnis alternis; pinnulis raris, li-

neari - filiformibus, integerrimis; ramea simpliciter pinnata.

Flores in caulis et ramorum apice solitarii, erecti.

Anthodium planum, imbricatum; squamis interioribus praesertim margine scariosis.

Discus luteus; radius disci vix dimidium aequans (albus?), interdum nullus.

Pappus marginatus.

Receptaculum convexum, fere hemisphaericum, glabrum.

Hab. ad Kowymam fluvium. ☉.

Obs. Planta, facie aliena, tamen ob characteres indicatos a Pyrethro non separanda.

Additamentum ad CHEIROSTEMON.

(pag. 328.).

Amicus Gorenkensis *F...r* in dijudicandis dubiis botanicis me longe praestantior et solo, continuo assiduoque Botanices studio et experientia edoctus eoque celeberrimus, quocum de descriptione mea jam (pag. 321. seq.) typis mandata et ab Eo dijudicanda communicaveram, mecum consentire non potuit, sed, pro sua erga me sinceritate consueta, descriptionem meam corollae ac inspiciendi modum reprehendens, in sequentibus lineis retractavit et lima persecutus est. Amico ramum cum floribus, in spiritu vini camphorato conservatum et benivolentia Nobilium Novae Hispaniae indigenorum acceptum, ab Eo denuo examinandum, tradidi; flore, altero jam dissecto, tertio quoque dissecando cessi et amico, rem meam denuo disquirenti, et veritati, florem sacrum esse volui, — quoniam lubentius me ipsum falsum videri, quam veritatis imperium errore meo falli concedo.

Homo sum et nihil humani a me alienum puto, sed longe absit a me, quin errore perseveraturus veri fidem fallere possim!

Ex reiterata hac dissectione et floris ipsius analysi ab amico experto instituta, prodiit nunc ulterior et sane perfectior floris descriptio haec, quam, cum propriis auctoris verbis, lectoribus botanophilis communicandam esse, officium mihi censeo. Simulque figuram auctoris, qui corollam non omnino ex fronte, ex qua mihi primum visa et delineata est inspexit, figurae meae secundae substituendam putavi. Judex meus sequentibus verbis loquitur:

„La description Mrs. *Humboldt* et *Bonpland* de *la fleur* du *Cheirostemon* est très-bonne et très-juste; on n'a pas besoin de la changer, mais on pourroit la completter à peu-près de la manière suivante:

Flores foliis subopposito, solitarii, erecto-patentes, pedunculati, saepe racemum subterminalem mentientes, apice rami dein elongato. *Pedunculi* crassi fere pollicares, uniflori, compressi et apice parum incrassati, fulvo-tomentosi, muniti sub calyce *bracteis* tribus parum inter se distantibus, nunc patenti-erectis, nunc subreflexis, calyce dimidio brevioribus, subinaequalibus, extimâ oblongo-lanceolatâ, reliquis duabus lato-ovatis, subcordatis, omnibus acuminatis, carnoso-coriaceis, fulvo-tomentosis. *Calyx* (nec corolla, cujus ne vestigium quidem adest) sesquipollicaris, campanulatus, coriaceo-carnosus, extus fulvo-tomentosus, quinque partitus et basi in gibbera 5 rotundata

productus. Laciniae erectae, concavae, subaequales, 2 ovatae, reliquae subovatae apice rotundatae, unâ obliquâ hinc tantum rotundatâ, nervo dorsali in costam prominentem producto notatae et acumine crasso terminatae. Singulae laciniae desinent deorsum in foveam amplam nectarifluam subhemisphaericam, cavitatem unius cujusque tuberculi basilaris formantem; marginesque earum coalitae septa fovearum constituunt crassa et cartilaginea, receptaculo ad ipsam basin tubi staminum adhaerentia ibidemque spatio parvulo triangulari tomentosa, ceterum cum majore parte faciei interioris laciniarum glabra, quae a foveâ ultra medium usque potius cartiligineae apparent. *Stamina* tota glaberrima, e basi parum dilatatâ, obsolete quinquangulari coalita in tubum cylindricum, longitudine fere calycis atque ad ejus laciniam supremam ascendentem, tunc hinc deorsum quasi in manum pentadactylam angulo fere recto declinatam expansa, apicibusque, ultra antheras productis leviter revolutis vel potius ascendentibus. *Filamenta* quinque, pollicaria supra (facie internâ) ad tubi orificium usque sejuncta, infra (latere exteriore i. e. ad calycis cavitatem spectante) versus tubum quasi in volam manus suborbicularem, unguicularem coalita, tunc segregata inaequalia, scilicet tribus intermediis parum longioribus, ultra antheram in acumen grave subulatum, plus minus revolutum,

productis. *Antherae* in singulo filamento binae, ejusque dorso (s. latere ad calycem spectante adnatae et quasi immersae, et ei breviores, anguste lineares, uniloculares, antherâ ad utrumque latus extimâ superne infra alteram ejusdem exterioris filamenti desinente, deorsum vero longius ad ipsum marginem volae manus productâ, et in ipsa basi parum inflexâ. *Ovarium* quinqueangulatum angulis obtusis, dense tomentoso-villosum, praesertim ad angulos. *Stylus* longitudine tubi staminum et totus in eo inclusus, pentagonus, inferne villosus, superne sensim magis denudatus, satis gracilis, ultra medium sensim parum attenuatus et iterum leviter incrassatus versus *stigma* exsertum, in directione filamentorum declinatum, grossè-subulatum, subdepressum, glabrum. "

Errata et sphalmata corrigenda:

Pag. 322. lin. 8. lege *flore* (loco corollae), — pag. 327. in ultima linea *Jussieu*, — p. 337. lin. 14. posterieribus l. *posterioribus*, — p. 340. lin. 14. l. *suppeditare*, — pag. 348. lin. 17. l. *mediorum*, — pag. 341. l. 17. (loco *festae*) l. *crustae*, — pag. 350. lin. 6. l. *prope*, — pag. 351. lin. ultima (loco *indecunt*) l. *incedunt*, — pag. 353. lin. 15. lege *crassiusculae*, — pag. 378. lin. 7. l. *sunt*, — pag. 380. lin. 8. l. *complecteus*, — pag 389. lin. 21. l. *Rossi*, — pag. 393. lin. 2. l. *thorace*, — pag. 395. lin. 18. l. *mammalibus*, — p. 406. lin. 2. l. 1807. lin. 7. l. *Sectio prima*, — p. 407. lin. ultima l. *tendinum*, — pag. 417. lin. 15. l. *perlegere*, — pag. 453. in prima linea notae l. *diversitatem*, — pag. 472. lin. 7. l. (loco quam) *et* (loco et *quam*), — pag. 498. lin. 10. l. *cavitatem*, — pag. 514. lin. 7. l. *exoptatissimus*.

III.

SECTION

DES

SCIENCES POLITIQUES.

THÉORIE DU LOYER.

PAR

H. STORCH.

Présenté à la Conférence le 2 Dec. 1812.

Parmi les différentes espèces de revenus, celui qu'on appelle le *loyer* a si peu excité jusqu'ici l'attention des auteurs, qu'à peine en est-il question dans les ouvrages d'économie politique. En essayant de tracer les bases de sa théorie, je crois non-seulement remplir une lacune dans la science, mais contribuer en même tems à faire connoître plus exactement les autres genres de revenus, dont le loyer diffère essentiellement et par sa nature et par ses effets.

Toute société civilisée, sous le rapport du revenu national, se trouve divisée en quatre classes, dont trois possèdent les sources de la production matérielle, tandis que la quatrième n'y a point de part. Comme le *travail industriel,* les *fonds de terre* et les *capitaux,* sont les sour-

ces de la production, il s'ensuit que les *travailleurs industriels*, les *propriétaires fonciers* et les *capitalistes* se partagent le produit annuel qui provient de ces sources. La quatrième classe, privée des sources de production, ne peut participer à leur produit que moyennant l'échange de ses *services* contre les richesses qui sont la propriété des trois autres classes: elle comprend celle des *salariés*.

La part que chacune de ces classes, ou chacun des individus qui les composent, obtient du produit annuel, s'appelle son *revenu*. Les trois sources de la production matérielle fournissent le revenu *primitif* de la société. Le revenu de la quatrième classe, des salariés, est toujours dérivé de l'une ou de l'autre de ces espèces de revenu primitif, ou de toutes les trois ensemble: c'est pour cela qu'on l'appelle le revenu *secondaire*. Dans la discussion à laquelle nous allons nous livrer, il ne s'agit que du revenu primitif.

Ce revenu prend différens noms d'après les sources d'où il provient, et c'est faute de les avoir bien distingués et de leur avoir attaché un sens précis et fixe, qu'on a enveloppé d'obscurité toute cette partie de l'économie politique qui a les revenus pour objet. C'est pour cette raison que j'en ferai encore une fois l'énumeration.

La première source de production, c'est le travail industriel; les propriétaires de cette sonrce sont les travailleurs industriels. Leur revenu se nomme *salaire de l'industrie*, ou simplement *salaire*, quand il n'y a pas à craindre qu'on le confonde avec le salaire du travail immatériel qui est le revenu des salariés. Le salaire de l'industrie est un revenu primitif; celui du travail immatériel ou des services est un revenu secondaire.

La seconde source de production comprend les capitaux. Les propriétaires de cette source sont appellés capitalistes; leur revenu se nomme *rente de capital*. Cette rente est un revenu primitif, toutes les fois qu'elle est payée d'un capital employé à la production; elle est un revenu secondaire quand elle est payée pour l'usage d'un fonds destiné à la consommation *).

La troisième source de production, ce sont les fonds de terre; ils appartiennent aux propriétaires fonciers. Leur revenu s'appelle la *rente foncière* ou le *fermage*. Cette rente est un revenu primitif, toutes les fois qu'elle est payée pour l'usage d'un terrain employé à la production;

*) *Smith* prétend (Liv. I. chap. 6.) que la rente du capital est toujours un revenu secondaire. S'il en étoit ainsi, la rente foncière seroit aussi un revenu secondaire, toutes les fois que le propriétaire foncier ne la gagneroit pas par son propre travail, mais par celui d'un fermier; chose dont *Smith* lui-même soutient le contraire.

elle est un revenu secondaire lorsqu'elle est payée pour l'usage d'un terrain qu'on destine à un usage improductif, comme de servir de parc, de jardin d'agrément etc.

Outre ces trois espèces de revenus simples, il existe encore un revenu mixte, qui tient à la fois du salaire et de la rente du capital. Tout le monde sait que les travailleurs industriels se divisent en deux classes essentiellement distinctes, celle des *entrepreneurs*, qui travaillent pour leur propre compte, et celle des *ouvriers*, qui louent leur travail aux entrepreneurs. Le travail de l'entrepreneur consiste à diriger l'emploi du capital; ainsi son revenu se règle sur d'autres principes que celui de l'ouvrier. Le salaire de ce dernier est simplement un salaire d'industrie; en conséquence il se proportionne sur la nature et la quantité du travail qu'il fait: le *revenu de l'entrepreneur*, au contraire, se mesure sur la valeur du capital qu'il emploie. Le défaut d'un terme particulier pour désigner ce revenu, a été la cause de bien de méprises: les uns l'ont regardé simplement comme un salaire; les autres l'ont pris en entier pour une rente; cependant il se compose de l'un et de l'autre *). Le revenu de l'entrepreneur est toujours un revenu primitif.

---

*) *Smith* confond le revenu de l'entrepreneur et la rente du capital dans un seul revenu qu'il appelle *profits des fonds* (*profits of stocks*);

Chacun de ces revenus peut exister séparément; ils peuvent encore se trouver réunis dans les mêmes mains. L'entrepreneur est souvent capitaliste, et quelquefois propriétaire; alors il retire outre son revenu d'entrepreneur, la rente d'un capital ou celle d'un fonds de terre. Quelquefois même l'entrepreneur est encore ouvrier par dessus tout cela; dans ce cas il réunit toutes les sources de production, et il en retire toutes les différentes espèces de revenus. Les capitalistes et les propriétaires qui n'emploient pas eux-mêmes leurs capitaux et leurs terres, n'en retirent que les rentes; c'est pourquoi on les distingue par le nom de *rentiers*.

Le revenu annuel d'une nation est toujours égal à sa production annuelle; ainsi la grandeur du produit annuel détermine la grandeur des quatre sortes de revenus prises ensemble. La valeur entière de tous les salaires, de toutes les rentes et de tous les revenus d'entrepreneurs qui

si c'est pour la raison que la plupart des entrepreneurs sont en même tems capitalistes, la même raison aurait dû l'engager à comprendre sous une seule dénomination le revenu de l'entrepreneur et la rente foncière, car très-souvent les cultivateurs en chef sont en même tems propriétaires. L'embarras dans lequel *Smith* s'est jetté faute d'avoir distingué deux revenus absolument différens, a bien porté quelques ecrivains à relever cette différence; mais comme ils n'ont jamais séparé entièrement ces revenus, et qu'ils regardent comme *profit* de l entrepreneur ce qui n'est que son revenu total, la confusion n'en a été que moindre.

se perçoivent annuellement dans une nation, ne peut jamais surpasser la valeur de son produit annuel; elle ne peut pas être moindre. Il s'ensuit que plus ce produit sera considérable, plus il y aura de revenus à distribuer.

Cette distribution se fait par les entrepreneurs, mais il ne sont pas les maîtres de la régler au gré de leur caprice ou de leur intérêt. La part que chacune des sources de production obtient du produit annuel, se règle, comme le prix de toute marchandise à vendre ou à louer, sur le rapport de la quantité offerte à la quantité dedemandée. La raison en est simple: c'est que cette part est effectivement le prix payé par les entrepreneurs pour l'usage des terres, des capitaux et du travail que les possesseurs de ces moyens de production leur louent. Ainsi, sous ce point de vue, la totalité des propriétaires de ces moyens peut être considérée comme formant deux partis, dont les intérêts sont absolument opposés: d'un côté se trouvent les propriétaires fonciers, les capitalistes et les ouvriers qui font l'offre des terres, des capitaux et des facultés industrielles qu'ils veulent louer ou prêter; de l'autre sont les entrepreneurs qui en font la demande. Le prix qu'obtiennent les premiers, se règle sur la proportion qui se trouve entre cette offre et cette demande: il est plus ou moins élevé selon que la quantité demandée des

terres, des capitaux et du travail à louer surpasse leur quantité offerte ou qu'elle en est surpassée.

L'entrepreneur retire son revenu de la vente des produits créés par l'emploi des trois moyens de production qu'il avoit empruntés. Le taux de ce revenu se détermine de la même manière que celui des salaires et des rentes, c'est-à-dire par la proportion entre l'offre et la demande; mais il y a cette différence que l'entrepreneur ne fait pas l'offre d'un travail, d'une terre ou d'un capital à louer, mais d'une marchandise à vendre, marchandise dans laquelle il a placé son travail et le capital dont il a pris la direction. L'offre et la demande des marchandises déterminent leur prix-courant, et c'est dans ce prix que l'entrepreneur doit retrouver, non-seulement le capital qu'il a sacrifié pour produire la marchandise, mais encore son revenu. Ce qui reste du prix-courant des marchandises, déduction faite des fraix de production, constitue le revenu de l'entrepreneur. Ce revenu lui est payé par ceux qui achètent ses produits, c'est-à-dire par les consommateurs ou par la nation toute entière.

Quand le propriétaire d'une source de revenu en est lui-même le demandeur, le taux du revenu se règle sur le taux de ce même revenu lorsqu'il est reçu et payé par

différentes personnes. Par exemple, un entrepreneur de culture qui exploite sa propre terre avec ses propres capitaux, ne vendra pas son blé pour le prix des salaires seulement qu'il a payés à ses ouvriers, plus son revenu d'entrepreneur: il évaluera la rente foncière et l'intérêt du capital au taux auquel il auroit dû les payer s'il avoit loué le terrein et emprunté le capital. De même un fabricant de drap qui tire de sa propre terre la laine qu'il travaille dans sa manufacture, calculera la valeur de cette laine comme s'il avoit achetée: il y comprendra le revenu usité d'un entrepreneur de bergerie; et en vendant le drap, il évaluera dans le prix de ce drap le revenu d'un entrepreneur de manufacture.

Après avoir classé les différentes espèces de revenu primitif et en avoir déterminé les caractères qui les distinguent, passons à l'analyse de celle qui fait plus particulièrement l'objet de ce mémoire.

La *rente du capital*, comme nous venons de le voir, n'est autre chose que le prix qu'on paye pour l'usage d'un capital *). On sait que les capitaux se distinguent en

*) Ce mot est pris ici dans le sens le plus étendu, où il comprend tous les capitaux individuels, même ceux qui sont employés improductivement; comparez: Mém. de l'Acad. T. III. p. 384. suiv.

fixes et *circulans:* chacun de ces genres de capitaux donne lieu à un genre particulier de rente. Comme la proportion entre le capital fixe et le capital circulant varie suivant les différens métiers, et qu'il ne s'agit ici que de capitaux destinés à être prêtés, il importe avant tout de connoître le rapport dans lequel ces deux genres de capitaux se trouvent chez le prêteur.

Le capital *fixe* du prêteur se compose de toutes les richesses qu'il prête sous la condition qu'on les lui rende identiquement; son capital *circulant* consiste dans les richesses dont il cède la propriété identique, se réservant seulement la restitution de leur valeur. Les maisons, les meubles, les chevaux qu'un capitaliste loue, constituent son capital fixe, puisqu'il ne se déssaisit pas ce ces choses, et que le locataire les lui rend identiquement; au contraire, les marchandises qu'il vend à crédit, l'argent qu'il prête, forment son capital circulant, parce qu'il se déssaisit de ces choses et qu'il n'en recouvre que la valeur.

Le capital du prêteur diffère encore de celui du producteur sous un autre point de vue. Les capitaux du dernier donnent toujours un revenu primitif; ceux du prêteur n'en donnent que lorsqu'ils sont employés par des travailleurs industriels. Les chevaux de labour et de

charroi d'un cultivateur, qui sont une partie de son capital fixe, donnent toujours un revenu primitif, étant toujours employés à la production; mais quant aux chevaux de voiture ou de selle d'un loueur de chevaux, c'est l'usage qu'en font ceux qui les louent, qui détermine s'ils donneront un revenu primitif ou un revenu secondaire.

Les richesses qui composent le capital *circulant* du prêteur, peuvent se ranger sous deux classes, les *marchandises* et le *numéraire.* Un grand nombre de prêts se font en marchandises. Le marchand, par exemple, aime souvent mieux s'adresser au manufacturier, qui peut lui prêter la marchandise sur laquelle il commerce, que de s'adresser au propriétaire de numéraire, qui ne peut lui prêter que l'argent avec lequel il pourra acheter la marchandise. Toutes les ventes qui se font à crédit, sont des prêts faits en marchandises, sous la condition que l'emprunteur en restituera la valeur en numéraire; et ce n'est que cette condition qui fait regarder ces emprunts comme des achats.

Quand le capital est prêté sous forme de numéraire, la rente qu'il porte s'appelle un *intérêt.* Comme la plupart des capitaux circulans se prêtent sous cette forme, ou que du moins leur restitution se fait sous cette forme, le mot d'*intérêt* est presque toujours pris pour celui de

rente, lorsqu'il s'agit de ce genre de capitaux. Ainsi la rente d'une quantité de marchandises prêtées ou vendues à crédit s'appelle un intérêt, tout comme la rente d'une somme d'argent prêtée.

Les richesses qui composent le capital *fixe* du prêteur, peuvent également se ranger sous deux classes, celle des *immeubles* et celle des *fonds mobiliers.* La première comprend deux sortes de richesses, très - distinctes par leur nature et leurs effets, savoir 1°) les *constructions,* tels que les maisons d'habitation, ateliers, boutiques, magasins, usines etc.; et 2°) les *améliorations du sol*, tels que les défrichemens, les saignées de dessèchement, les canaux d'arrossement, les clôtures, les plantations, les ouvertures des mines et arrangemens préparatoires qui en facilitent l'exploitation etc. Pour pouvoir prêter un pareil capital fixe, il faut être à la fois propriétaire foncier et capitaliste; mais les constructions ne supposent pas nécessairement la propriété du sol: le capitaliste peut les élever sur un terrain loué.

Les *fonds mobiliers* des prêteurs varient à l'infini; cependant lorsqu'on les considère en masse, on voit qu'ils se réduisent principalement à deux articles: 1°) les *moyens de transport,* tels que les vaisseaux, barques et autres bâtimens de navigation, les voitures de toute espèce, les

bêtes de somme et de trait, leur attirail etc.; et 2°) les *meubles meublans* et tout ce qui tient à l'*habillement* et à la parure. Dans les grandes villes, les faiseurs de meubles et d'instumens de musique, ainsi que les marchands qui en font le commerce, louent souvent leurs marchandises au jour et au mois; les aubergistes qui tiennent des chambres garnies, en font de même. Les enrrepreneurs des convois louent l'attirail qui sert aux funérailles; enfin dans bien des endroits, c'est un métier que de louer des habits de masque.

Quand les capitaux fixes sont prêtés dans la vue d'en retirer une rente, on ne dit pas qu'ils se prêtent, mais qu'ils se *louent;* ainsi la rente qu'ils portent se nomme *loyer.* Une maison, une voiture, des meubles, des chevaux, des habits qu'on loue, produisent un *loyer* *). Le loyer est souvent compris dans la rente foncière, savoir lorsque le capital qui le produit se trouve fixé dans les améliorations et les constructions d'un fonds de terre. Comme, dans ce cas, la *terre* est le principal objet qu'on loue, le loyer est regardé comme faisant partie de la rente foncière. Au contraire, quand le *capital fixe* est l'objet principal, la rente foncière est comprise dans le loyer. On ne parle pas de la rente foncière que rapporte une

*) Le loyer d'un navire ou bâtiment de transport s'appelle *frêt.*

maison d'habitation, mais du loyer qu'elle donne, parce que c'est la maison qu'on loue, et non pas le torrein sur lequel elle est bâtie.

Il existe une différence remarquable entre les capitaux circulans et les capitaux fixes des prêteurs. Les premiers sont indestructibles, n'étant que des *valeurs* prêtées; les autres périssent tôt ou tard, et il est rare qu'ils retournent au prêteur sans être plus ou moins dégradés. Un capital prêté en numéraire, ou en marchandises évaluées en numéraire, se conserve toujours et porte toujours une rente, à moins que le numéraire lui-même ne change de valeur. Au contraire, une maison, quoique peut-être le plus durable des objets qui composent le capital fixe, ne se conserve que pendant un espace de tems limité; le tems et l'usage, en la dégradant, diminuent sa rente; enfin tôt ou tard elle cesse tout-à-fait d'en rapporter, lorsqu'elle cesse de pouvoir être louée. Cette différence dans la nature des capitaux prêtables, en entraîne une autre dans leurs rentes.

La rente du capital circulant, ou l'intérêt, n'étant pas l'objet de ce mémoire, je passe d'abord à l'examen du *loyer*, ou de la rente que donne le capital fixe du prêteur.

Tout capital fixe provient originairement d'un capital circulant, et a besoin d'être continuellement entretenu par lui : or comme le capital circulant porte un intérêt, il s'ensuit que le capital fixe qu'il a servi à créer, en doit porter aussi. Lorsqu'un capitaliste sacrifie une somme d'argent pour construire une maison d'habitation ou pour acheter des chevaux, dans l'intention d'en former son capital fixe et de les louer, il s'attend que son capital lui rapportera le même intérêt qu'il auroit tiré de la somme d'argent s'il l'avoit prêtée. Ainsi le loyer du capital fixe est réglé dans tout pays par le *taux courant de l'intérêt;* là ou ce taux est élevé, comparativement à d'autres pays, le loyer des maisons, des chevaux, des meubles, en un mot de toute espèce de capital fixe, sera comparativement plus cher.

Les *fraix d'entretien* sont un autre capital circulant, dont la dépense se renouvelle chaque année. Une maison exige des services et des réparations pour la tenir constamment propre et en bon état; des chevaux veulent être abrités, nourris, soignés, ferrés etc. Les fraix d'entretien ne portent point d'intérêts, mais ils sont remplacés en entier par le loyer. Ils varient, pour chaque espèce de capital fixe, suivant l'emploi que le locataire en fait: plus cet emploi use le capital, plus les fraix d'entretien

augmentent. Les auberges et les ateliers sont exposés à un déchet plus considérable que les maisons d'habitation: aussi les aubergistes et les ouvriers mécaniques payent-ils plus cher leur loyer que d'autres locataires. Les médecins dans les grandes villes usent leurs chevaux beaucoup plus que d'autres personnes qui ont moins de courses à faire dans la journée; leurs chevaux doivent être mieux nourris, et ce surcroît de dépenses élève le loyer de ceux qu'ils louent. Par là même raison les fraix du transport par terre, ou, ce qui revient au même, le loyer des chevaux du roulier, sont plus forts dans la mauvaise saison ou par un mauvais chemin, que dans la bonne saison et sur de bonnes routes.

Mais ce n'est pas tout. Les capitaux fixes des prêteurs se composent d'objets périssables, c'est-à-dire d'objets qui ont une durée limitée; ainsi quelque soin qu'on donne à leur entretien, et quelque dépense qu'on fasse pour cela, il arrive tôt ou tard le moment où ils sont entièrement détruits, ou du moins hors d'état de pouvoir être loués. Il s'ensuit qu'ils doivent rapporter au prêteur, outre l'intérêt et les fraix d'entretien, une portion de la valeur du capital, évaluée sur leur durée probable. Ainsi en supposant qu'une maison ne pût être logeable que pendant cent ans, et qu'un cheval ne pût servir au-

delà de six, leur loyer devroit rapporter chaque année $\frac{1}{100}$ de la valeur de la maison, et $\frac{1}{6}$ de la valeur du cheval. On voit que le *remboursement du capital* augmente le loyer dans la même proportion que les fraix d'entretien; qu'il est plus fort pour les locataires à mesure qu'ils usent plus promptement le capital.

Le même calcul sert de base pour le loyer de tous les capitaux fixes des prêteurs, soit mobiliers, soit immeubles: comme ces objets sont tous périssables, leur loyer doit toujours rembourser une partie du capital, de manière qu'ils se trouvent entièrement remboursés à l'époque où ils cessent de pouvoir être employés ou loués. Quant aux capitaux fixes qui se trouvent sous la forme d'améliorations faites sur un bien-fonds, s'ils ne sont nullement susceptibles de s'user, comme des défrichemens, leur loyer qui est compris dans la rente foncière, n'en paye que l'intérêt et ne rétablit point le capital, dont le remboursement ne s'effectue qu'à la vente du bien-fonds.

Le capital fixe, périssable par sa nature, est encore exposé à des accidens. Une maison peut être consumée par le feu, un vaisseau peut faire naufrage, un cheval peut mourir ou devenir inutile avant le tems. Cette circonstance oblige le capitaliste à compter dans le loyer une *prime d'assurance*, évaluée sur le risque que court

son capital par les accidens. S'il y a des compagnies d'assurance dans le pays où il vit, cette prime est réduite par la concurrence des assureurs au taux le plus bas; quand ces institutions manquent, le prêteur devient son propre assureur, mais la prime en est d'autant plus forte. En Russie, le comptoir d'assurance réuni à la banque d'emprunt, est le seul établissement de ce genre. Il n'assure que des constructions en pierres ou en briques, et il ne les assure que pour les trois quarts de ce qu'elles sont évaluées par les taxateurs publics. La prime est de $1\frac{1}{2}$ pour cent de cette valeur; elle est payée d'avance au commencement de chaque année. Les maisons qu'on veut engager à la banque, doivent être assurées chez elle.

Enfin la *régie* du capital fixe, quand il est loué, cause des peines et des inquiétudes; elle suppose des connaissances; en un mot c'est un travail. Si le capitaliste veut rester rentier, il est obligé de louer un régisseur et de lui payer un *salaire;* s'il a le tems, les facultés et la volonté de se charger lui-même de la direction de son capital, alors il se fait entrepreneur, et il gagne lui-même le salaire du régisseur. Comme dans ce cas son revenu cesse d'être une rente, nous devons considérer ici le salaire du régisseur comme étant payé à un commis.

Les cinq élémens dont nous venons de faire l'analyse, savoir l'intérêt, les fraix d'entretien, le remboursement du capital, la prime d'assurance et les fraix de régie, constituent le *loyer nécessaire.* Ce taux est la base de tous les loyers; mais la proportion entre les différens élémens qui le composent, varie beaucoup selon la nature des capitaux. Par exemple, dans le loyer des maisons, l'entretien est peu de chose en comparaison de l'intérêt, parce qu'une maison bien bâtie s'use fort peu, tandis qu'elle est d'une valeur considérable. Au contraire, dans le loyer des bêtes de somme et de trait, l'entretien fait la principale partie, et l'intérêt n'y est presque pour rien, à cause de la modicité du capital que leur achat suppose. Dans le loyer des maisons, le remboursement du capital fait comparativement une petite partie, à cause de la longue durée de cette espèce d'immeubles; dans celui des bêtes c'est une portion considérable, à cause du peu de tems qu'ils peuvent servir. Le loyer des améliorations de la terre se réduit presqu'à l'intérêt: les défrichemens subsistent tant que la culture du fonds de terre se continue, et comme ils ne sont non plus exposés à aucun accident qui pourroit les détruire et que les fraix de régie retombent sur le fermier, ils ne donnent lieu à aucun des autres élémens du loyer nécessaire. Ce n'est que dans le

loyer des clôtures, des canaux et des améliorations des mines que ces élémens se retrouvent, mais toujours dans une proportion très-foible avec l'intérêt. Un bâtiment marchand n'exige presque point de fraix d'entretien; ceux de régie n'y sont pour rien; presque tout son loyer se compose d'intérêt, de remboursement, et surtout de prime d'assurance; car il n'y a pas de capital fixe qui soit exposé à plus d'accidens.

Le *loyer total* ou *courant* dépend, pour chaque espèce de capital fixe, de la quantité de ce capital offerte par les prêteurs, comparée à la quantité demandée par les locataires. Quand la demande d'une espèce de capital en surpasse l'offre, le loyer est au-dessus du taux nécessaire, c'est-à-dire il donne un *profit*. Alors, les capitalistes, s'empressent de créer de pareils capitaux, ou, en d'autres termes, ils s'empressent de convertir leurs capitaux circulans en de pareils capitaux fixes; car, pourvu que le capital circulant ne manque pas, il est aisé de multiplier les capitaux fixes; et l'offre en étant augmentée, le loyer se réduit bientôt au taux nécessaire. Mais quand l'offre des capitaux fixes surpasse la demande qui en est faite, les capitalistes n'ont pas la même facilité de convertir leurs capitaux fixes en capitaux circulans. Leurs fonds mobiliers, à la vérité, cherchent alors un marché plus

avantageux, soit dans d'autres emdroits, soit dans le même endroit dans d'autres emplois ; mais les immeubles, ne pouvant pas se détacher du sol et n'étant pas toujours susceptibles d'un autre emploi, si leur demande tombe au-dessous de l'offre, le loyer reste souvent au-dessous du taux nécessaire sans jamais se relever. Quand le loyer des navires, des chevaux et des meubles baisse au-dessous de ce taux, il est facile de les transporter ailleurs ou de les employer à quelqu'autre usage ; mais quand le loyer des maisons d'habitation tombe à ce point, il est impossible de leur trouver un autre marché, et souvent très-difficile de leur donner une autre destination. Dans les villes anciennement riches et populeuses de la Belgique et de l'Italie qui sont déchues de leur prospérité, le loyer paye souvent à peine les fraix d'entretien, et quand elles portent encore des charges, le propriétaire est quelquefois bien-aise de les voir tomber en ruines, pour en être délivré.

De toutes les espèces de capitaux fixes qui se louent dans un pays, les plus importantes, sans contredit, sont les améliorations de la terre et les constructions. J'ai déjà observé que les premières ne peuvent avoir d'autre maître que le propriétaire foncier ; ainsi leur loyer se confond toujours dans la rente foncière. Les constructions,

au contraire, peuvent être fixées sur un sol étranger; le capitaliste peut louer le terrain sur lequel il bâtit une maison, et dans plusieurs pays d'Europe ces baux sont très-communs. Ainsi, quoiqu'à l'égard des bâtimens la rente foncière soit comprise dans le loyer, comme très-souvent le propriétaire de la maison et le propriétaire du sol sont deux personnes différentes, et que dans ce cas leurs intérêts sont opposés, il devient important de séparer ces deux revenus, et d'examiner suivant quelles proportions le loyer total des maisons se partage entre ces deux propriétaires.

Les constructions pouvant être multipliées en proportion de la demande, il sembleroit que leur loyer total ne devroit jamais surpasser le loyer nécessaire, du moins pas pour longtems. Cependant il y a des exceptions fréquentes à cette règle. Par exemple, dans une ville entourée de fortifications, un accroissement de richesse et de population peut augmenter la demande de maisons d'habitation, sans qu'il soit possible de la satisfaire par de nouvelles bâtisses, ce qui peut élever quelquefois le loyer à un taux exorbitant. C'est le cas de la cité de Vienne, où les loyers sont excessivement chers, tandis qu'ils sont à un taux modique dans les fauxbourgs de cette ville. Le même effet a lieu à Riga. Dans les villes dont l'é-

tendue n'est pas bornée de cette manière, les avantages d'une situation particulière produisent souvent un effet pareil à celui d'un manque de terrain. À St. Pétersbourg, où il y a encore tant d'espace pour bâtir, le loyer est beaucoup au-dessus du taux nécessaire pour les maisons situées le long des quais de la Néva, à cause de la salubrité de l'air et de la belle vue dont elles jouissent; il en est de même des quartiers qui avoisinent le palais d'hiver, la poste, les grandes boutiques; leur situation offre des avantages plus solides aux gens d'affaires et aux commerçans. Comme dans ces quartiers la demande de logemens et de boutiques surpasse la quantité qui en existe, on y voit continuellement bâtir; à mesure que le terrain y devient plus rare, les anciennes maisons basses s'élèvent en hauteur, et les propriétaires profitent du moindre espace inutile pour les aggrandir.

Il n'y a pas de ville en Europe où le loyer des maisons soit plus cher qu'à Londres; et cependant il n'y a pas de capitale où l'on puisse trouver des logemens à si bon marché. Cette contradiction apparente provient de la coutume du pays qui oblige tout chef de famille à prendre à loyer une maison entière, de la cave au grenier. Quand c'est un artisan, un détailleur, un homme de fortune bornée, il ne sait que faire de tout le loge-

ment qu'il a: il tient sa boutique ou son atelier au rez-de-chaussée, et il couche, ainsi que sa famille, dans le grenier; ensuite il tâche de regagner une partie de son loyer en prenant des locataires dans les deux étages du milieu. Dans les autres grandes villes de l'Europe, c'est bien aussi quelquefois une espèce d'entreprises que de sous-louer une partie des maisons qu'on a pris en bail; mais les gens qui font ces entreprises, n'ont ordinairement pas d'autre moyen de subsistance, et il faut que le prix du logement paye, non-seulement le loyer de la maison, mais encore toute la dépense de la famille. À Londres, au contraire, c'est sur son métier et non sur ses locataires que le sous-loueur compte pour entretenir sa famille; et voilà ce qui fait qu'on y trouve des logemens à si bon marché.

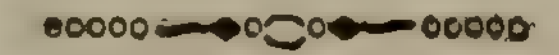
Considérons maintenant la rente foncière qui provient d'un terrain à bâtisse. Tout ce qui excède dans le loyer total d'une maison ce qui est suffisant pour rapporter le loyer nécessaire, va naturellement à la rente du sol, chaque propriétaire de sol agissant en monopoleur, et exigeant très-souvent pour un seul arpent de mauvaise terre à bâtisse une plus forte rente que ne pourroient lui produire cent arpens des meilleures terres labourables. On voit quelquefois à St. Pétersbourg l'emplacement d'une

seule maison se vendre 10000 roubles d'argent et au-delà; en ne comptant que l'intérêt légal de cette somme, ou 6 pour cent, la maison qu'on élève sur une place achetée à ce prix doit rapporter une rente foncière de 600 roubles au moins.

Mais quelqu'excessif que soit souvent le taux de la rente du sol, elle peut aussi tomber à rien: c'est la demande de maisons qui détermine ce qu'il doit être. Dans les maisons des champs, situées à une certaine distance des grandes villes, et où il y a abondance de terrain à choix pour construire, le loyer est rarement au-dessus du taux nécessaire, et la rente du sol n'est presque rien, ou n'est pas plus que ce que rendroit le fonds s'il étoit mis en culture. Dans les maisons des campagnes voisines de quelque grande ville, le loyer total est quelquefois beaucoup plus haut, et l'on paye souvent plus cher la beauté ou la commodité particulière de la situation, ce qui donne lieu à une rente plus considérable. Mais c'est dans les capitales que cette rente est en général le plus haut possible, et surtout dans ces quartiers recherchés où il y a la plus grande demande de maisons.

Quand le capitaliste bâtit sur un terrain loué, il est dans le cas d'un fermier qui fait des améliorations sur le fonds de sa ferme; il faut donc que le bail soit assés

long pour que le loyer total puisse rembourser, pendant sa durée, le capital avec le loyer nécessaire et la rente. Quelquefois, au lieu d'exiger une rente, le propriétaire foncier convient avec le capitaliste que la construction lui appartiendra à l'expiration du bail. Dans ce cas, le capitaliste retire non seulement le loyer nécessaire, mais encore la rente du sol, ce qui fait que son capital est plutôt remboursé. Ces espèces de baux sont assés communs à St. Pétersbourg, et je sais plusieurs exemples qu'ils ont été conclus pour dix ans seulement; preuve que le loyer total étoit assés haut pour effectuer pendant ce court espace de tems le remboursement du capital et pour payer encore le loyer nécessaire et la rente. Des baux aussi favorables pour le propriétaire foncier ne peuvent se faire que dans une capitale dont la population et la richesse vont toujours en croissant.



RESULTATS

TIRÉS DES TABLEAUX MÊTRIQUES DEPUIS 1796 JUSQU'EN 1809, RÉLEVÉS SUR CEUX QUI CONFESSENT LA RELIGION GREQUE EN RUSSIE.

PAR

C. Th. HERRMANN.

Présenté à la Conférence le 17 Fevrier 1813.

I. *L'origine* des tableaux mêtriques en Russie date de Pierre le grand, qui ordonna au Clergé russe en 1722, par le 86. paragraphe du Reglement ecclesiastique, l'introduction des livres mêtriques. Les eclésiastiques devoient présenter tous les quatre mois un extrait de ces livres à leurs Archeveques, qui en feroient un rapport général au Saint Synode pour toute l'année. L'Impératrice Cathérine I. repeta la même Oukase en 1726. en y ajoutant l'âge des hommes décedés, avec ordre de communiquer ces tableaux au Collège de guerre, et l'Impératrice Anne la renouvella en 1737. *Schlözer* persuadé de l'utilité des tableaux mêtriques, en fit ses répresentations à Mr. de *Taubert,* Directeur de l'Académie des Scien-

ces en 1763, qui lui demanda des tableaux formulaires. *Schlözer* les fit à la hâte, et Sa Majesté l'Impératrice Cathérine II. les confirma le 11. Février 1764, avec ordre d'en faire un essay à St. Pétersbourg et de les envoyer pour la redaction à l'Académie des Sciences. *Schlözer* s'en occupa d'abord, mais peu de tems après il quitta la Russie. *Busching*, alors pasteur à l'église luthérienne de St. Pierre à Pétersbourg, avoit aussi redigé à la même époque les tableaux mêtriques de son église et les deux savans se disputerent long tems l'honneur d'avoir renouvellé l'usage de ces tableaux en Russie.

L'exemple donné à St. Pétersbourg eut l'effet desiré. Le Gouvernement de Wibourg demanda en 1767. de pareils tableaux à son Clergé. Mr. de *Sievers*, Conseiller privé et Gouverneur de Novgorod imita non seulement cet exemple, mais il présenta le tableau général au Sénat, qui ordonna d'en composer de pareils pour tous les Gouvernemens.

II. Les *imperfections* de nos tableaux métriques sont: 1) qu'ils ne se rapportent qu'à ceux qui confessent la religion grèque; c'est bien la grande majorité de la population, mais toujours ce n'est pas la totalité; 2) qu'ils ne présentent pas assez de détails. Jusqu'en 1798 le tableau général de l'année ne contenoit pas même l'âge des morts,

et ce n'est que depuis cette année, autant que j'ai pu m'en informer, qu'on l'ajoute de cinq à cinq ans. Les tableaux mêtriques de la Suède présentent beaucoup plus de détails qui les rendent vraiment utiles et intéressans: naissances legitimes et illégitimes, décès de personnes mariées, mariages rompus, les jumeaux, les enfans nés morts, l'âge des femmes accouchées, et tous ces renseignemens distribués par mois. Un second tableau indique les accidens facheux, un troisième les maladies prédominantes. Rien manque à ces tableaux que la distribution de toutes ces données selon des états. Il est important pour le Gouvernement de connoître les classes qui souffrent le plus ou qui prospèrent, et c'est là le grand résultat que donneroient des tableaux mêtriques où l'on auroit marqué les mariages, les naissances, les decès et tous les autres détails selon les états; résultat beaucoup plus sûr et beaucoup plus intéressant que celui de connoître le surplus des naissances sur les decès ou de calculer la totalité des vivans. 3) Nos tables métriques sont trop jeunes encore pour calculer les années correspondantes. — Il est vrai que l'archive du Saint Synode contient des tableaux mêtriques depuis 1723, mais j'ai tout lieu de croire que ce ne sont que des fragmens. On a obtenu la permission de les calculer, et les résultats seront un jour publiés.

4) On ne les calcule pas regulièrement. Le seul résultat qu'on en tire ordinairement c'est de marquer le surplus des naissances sur les decès, mais on ignore combien de ces nouveaux nès parviennent à l'âge militaire.

III. *Les calculs faits* sur des tableaux mêtriques se reduisent jusqu'aprésent aux travaux de Mrs. les Académiciens *Krafft* et *Herman*, le premier a successivement casculé les tableaux mètriques de St. Pétersbourg depuis 1764 jusqu'en 1790 dans les Actes de l'Académie de 1782 et dans les Nouveaux Actes T. IV. et T. VIII., le dernier a calculé les tableaux mêtriques de plusieurs Gouvernemens dans le T. IV. des nouveaux Actes et dans les premiers volumes du journal statistique, qui a parû à St. Pétersbourg en langue russe depuis 1804. Comme ce dernier travail n'est pas dans l'étranger connu, il ne paroit pas superflu de mettre sous les yeux du lecteur les résultats de ce savant.

1. Il marque le rapport des naissances au nombre des habitans 1 à 25 pour tout l'Empire, c'étoit aussi l'opinion de *Schlözer.* En Allemagne on admet la proportion 1 à 26, en France selon Necker 1 à 25 et $\frac{3}{4}$.

2. Le rapport des décés à la totalité de la population est marqué par l'auteur 1 à 40 pour tout l'Empire. En Esthlande, en Finlande, en Courlande, en Livonie,

dans la petite Russie et dans la Russie blanche la mortalité est plus grande que dans les provinces russes et en Sibérie. En Crimée, à Jckathérinoslaw, à Cherson, en Caucasie la mortalité est encore plus grande, de manière qu'au milieu de tant de variations le terme moien paroit être 1 à 40. Cette proportion est toujours si forte que *Schlözer* en a douté, car en Suède elle n'est que 1 à 34, en Allemagne 1 à 32, en France 1 à 30 ou 1 à $30\frac{1}{8}$ et il n'y a que le pays de Vaux qui a la proportion d'un à 45, tandis que Cathérinenbourg sur l'Oural a une proportion beaucoup plus avantageuse, 1 à 54.

3. Le rapport des mariages a la population est ce qu'il y a de plus étonnant en Russie. On a trouvé à Saratow un mariage sur 150 personnes des deux sexes, en d'autres Gouvernemens 220 mariages sur 1000 individus, et ordinairement 200 mariages sur 1000 personnes, tandis que les pays les plus fertiles ne comptent que 175 mariages sur 1000 individus. Moheau et Necker ont trouvé un mariage sur $113\frac{3}{4}$ individus, les nouvelles recherches faites en France ont établi la proportion 1 à 132 ce qui prouve que le nombre des mariages diminue sensiblement en France.

4. Le rapport général des naissances est aux décès dans tout l'Empire 16 à 10, mais il y a des Gouverne-

mens, où le nombre des naissances est beaucoup plus grand. On a trouvé à Twer 26 naissances sur 10 decés, à Wologda 29 sur 10, à Saratow 214 sur 100. En France ce rapport est d'après des nouvelles recherches $30\frac{3}{100}$ à $28\frac{1}{10}$, en Angleterre 113 à 100, en Ecosse et en Irlande 124 à 100.

5. Le rapport des naissances mâles est aux naissances des filles 44 à 40, à Saratow 117 à 100, mais la mortalité des premiers est aussi plus grande 43 à 40 et à Saratow $116\frac{2}{5}$ sur 100.

IV. Nous venons apresent *aux nouvelles recherches* faites sur les matériaux suivans: 1) des tableaux mètriques reçus du Saint Synode depuis 1796 jusqu'en 1805 inclusivement. L'année 1800 manque entièrement puisque les documens ont été consumés par une incendie sur la route de Moscou à St. Pétersbourg; 2) des tableaux sur les naissances et sur les décès depuis 1806 jusqu'en 1809 reçus du Ministère de la Police.

Je me suis borné à traiter d'abord ces matériaux jusqu'à ce que je trouverai l'occasion de remplir les lacunes.

Les quatre tableaux généraux qui présentent les resultats marquent 1) le nombre annuel des mariages, des naissances et des decés, 2) les hommes decédés rangés

selon leur âge, 3) une table reduite des morts mâles, 4) une table sur la vitalité des hommes.

Les résultats du premier tableau sont:

A) pour toute la période depuis 1796 jusqu'à la fin de 1809,

1°. qu'il y eut annuellement 293,314 mariages,

2°. qu'il naquit annuellement 1,222,823 enfans, dont 647,702 garçons et 575,121 filles. La proportion des garçons et des filles est donc comme 1000 : 888.

3°. que le nombre moyen des décès étoit de 737,228 personnes, dont 383,695 hommes et 353,532 femmes. La proportion des morts hommes et femmes est donc comme 1000 : 921.

4°. que parconséquent il y eut annuellement un surcroit des naissances sur les morts de 485,595 personnes, savoir de 264,007 hommes et de 221,589 femmes.

B) En particulier

a) depuis 1796 jusqu'à la fin de 1799.

1°. Il y eut annuellement 262,766 mariages.

2°. Il naquit annuellement 1,025,458 enfans, dont 549,817 garçons et 475,641 filles.

3°. Il mourut annuellement 579,380 personnes, dont 301,244 hommes et 278,136 femmes.

4°. Parconséquent il y eut un surcroit annuel des naissances sur les morts de 446,078 personnes.

b) Depuis 1801 jusqu'à la fin de 1805.

1°. Il y eut annuellement 299,751 mariages.

2°. Il naquit annuellement 1,296,138 enfans, savoir 684,950 garçons et 611,188 filles.

3°. Il mourut annuellement 762,587 personnes, savoir 396,358 hommes et 366,629 femmes.

4°. Il y eut donc un surcroit annuel des naissances sur les morts de 533,551 personnes.

c) Pendant la troisième période de 1806 jusqu'à la fin de 1809.

1°. Il naquit annuellement 1,328,545 enfans, dont 699,028 garçons et 629,517 filles.

2°. Il mourut annuellement 862,876 personnes, dont 450,318 hommes et 412,558 femmes.

3°. Parconséquent il y eut un surcroit annuel des naissances sur les morts de 465,669 personnes.

Nous venons aux rapports généraux qui résultent de ce tableau.

I. *Rapport entre le nombre annuel des mariages et des naissances.*

D'après l'état moyen de l'espace depuis 1796 jusqu'à la fin de 1805, le nombre annuel des mariages étant

293,314, et celui des enfans nouveaux nés de 1,176,725, il en résulte que la mésure de la fécondité a été en général = 3,97 enfans pour un mariage, ou que l'on peut compter pour cet espace de tems 397 enfans sur cent mariages. En faisant ce calcul pour le deux périodes séparément, savoir 1) de 1796—1799 incl. le nombre annuel des mariages ayant été de 262,766, et celui des naissances de 1,025,458, nous trouvons que dans cette période on ne peut compter que 390 enfans sur 100 mariages.

Dans la seconde période de 1801 — 1805 inclus. le nombre annuel des mariages a été de 299,751, et celui des naissances de 1,296,138. Parconséquent la mésure de la fécondité pour cette période est = 4,32, de manière qu'on peut compter 432 enfans sur 100 mariages. Cette augmentation de la fécondité est très grande et fort avantageuse. Tous les tableaux sur les naissances, de quel pays ou de quel tems qu'elles soient, pourvu que le nombre des enfans soit considérable, offient toujours un surplus fort marquant des garçons, et par la comparaison de quantité de tableaux on est parvenu à pouvoir fixer ce surcroit à cinq pour cent; de manière qu'on peut compter ordinairement 105 garçons nouveaux nés sur 100 filles nouvellement nées. Or

ce qui est bien surprenant, c'est que les tables en question différent extrêmement de cette proportion, autrefois si constante et regulière. Car le nombre annuel des garçons nouveaux nés étant de 647,702, et celui des filles nouvellement nées de 575,121, la proportion est $= 100 : 112\frac{1}{2}$.

Süfsmilch, qui a rassemblé dans son ouvrage sur la population un très grand nombre de tableaux sur beaucoup de pays et de villes, ne cite pourtant que deux exemples, où le surcroit des garçons sur les filles ait été plus grand que 10 pour cent.

II. *Rapport entre le nombre total des morts et celui des morts de chaque âge.*

Comme nos tables ne fournissent point de données sur les décès des femmes de chaque âge, les observations suivantes ne doivent être appliquées qu'aux hommes.

1) Mortalité de l'enfance.

La mortalité de l'enfance d'après ces tables est immense et presque sans exemple. Ce n'est que dans quelques capitales qu'on retrouve une aussi grande proportion. De 1000 garçons nouveaux nés il n'y à qu'environ 555 qui passent la cinquième année; et pas encore la moitié (498) atteint la dixième. La mortalité depuis la dixième

année jusqu'à la vingtième est de même assez forte, de manière qu'à la vingtième année il ne vit plus que 440 garçons, c'est à dire environ $\frac{2}{5}$; tandis qu'en d'autres pays plus que la moitié y parvient.

De 1000 enfans nouveaux nés il parvient à la vingtième année.

Dans la marche de Brandenbourg 529.

En Suède — — — 547.

2. Mortalité du moyen âge.

Cette grande mortalité continue encore pendant tout cet âge jusqu'à la cinquantième année.

De 1000 morts il y a de		20 — 30 ans, de 30 — 40 — 50,		
en Russie	— —	63	65	73,
en Brandenbourg	—	59	58	66,
en Suède	— —	49	52	70.

On voit qu'il ne parvient à la 40ème année que deux tiers, et à la 50ème que trois quarts des hommes.

3. Mortalité de la vieillesse.

Ce n'est pas encore la quatrième partie des hommes, qui passent la cinquantième année, car de 1000 garçons nouveaux nés, il n'y a que 239 qui parviennent à cet âge. Ce reste étant aussi peu nombreux, il est bien nécessaire que la mortalité diminue considérablement, si

quelques unes de ces personnes doivent parvenir à un haut dégré de vieillesse, ce qui pourtant se trouve assez, souvent dans ce pays. Mais malgré cela cette mortalité est plus grande que dans plusieurs autres états. De 1000 hommes à la 50ème année accomplissent la

	60ème année	70.	80.	90.	100.
en Russie	675	350.	127.	32.	3.
Brandenbourg	737	404.	138.	52.	37.
Suède —	795	508.	223.	58.	10.

Mais parmis ce petit nombre de vieillards il y a néanmoins quelques uns parvenus à un âge bien extraordinaire.

D'après nos tables il y avoit dans les sept années en question 2,084 hommes morts au dessus de 100 ans. De ce nombre il y avoit des viellards

de 100 — 105	ans	1211 ,
— 105 — 110	—	468 ,
— 110 — 115	—	164 ,
— 115 — 120	—	151 ,
— 120 — 125	—	52 ,
— 125 — 130	—	33 ,
— 130 — 135	—	2 ,
140	—	1 ,
150	—	2.

III. *Rapport entre le nombre annuel des morts et des naissances, en mesure des progrés de la population.*

D'après l'état moyen de tout l'espace de tems que nos tables embrassent, c. à d. de 1796 jusqu'à la fin de 1809, le nombre annuel des naissances fut de 1,222,823, et celui des morts de 737,228, parconséquent il y eut un surcroit annuel des naissances sur les morts de 485,595 personnes, ou la proportion du nombre des morts et de celui des naissances fut = 1000 : 1658.

Dans la première période de 1796 — 99 cette proportion étoit = 1000 : 1769¾.

Dans la seconde de 1801 — 5, = 1000 : 1699½.

Dans la troisième de 1806 — 9, = 1000 : 1539½.

On ne trouve presque dans aucun pays des proportions aussi favorables aux progrés de la population, excepté dans les Etats-unis de l'Amérique.

Cette proportion a été d'après l'état moyen des années de 1743 — 1756,

en Danemarc = 1000 : 1140,
en Norwege = 1000 : 1350.

D'après l'état moyen d'un grand nombre d'années dans
la Prusse orientale = 1000 : 1580,
Marche de Brandebourg = 1000 : 1370,

Duché de Pomeranie = 1000 : 1370,
dans les états prussiens = 1000 : 1330.

Mais il est bien facheux de voir que cette proportion a beaucoup diminuée dans la dernière période. C'est un objet de la plus grande importance, parcequ'un pays qui doubleroit sa population en 32 ans, si cette proportion étoit = 1000 : $1769\frac{3}{4}$, ne le feroit qu'en 36, si la proportion étoit tombée à 1000 : $1699\frac{1}{2}$, mais si elle avoit diminuée jusqu'à 1000 : $1539\frac{1}{2}$, il faudroit 46 ans pour doubler la population. Le nombre total des naissances étant = 15,896,702 et celui des morts = 9,583,962, il s'ensuit que l'augmentation totale de la population pendant l'espace de 1796 jusqu'à la fin de 1809 a été de 6,312,740 personnes. Il en faut cependant excepter l'année 1800, les tableaux pour cette année ayant été consumés par le feu. Le nombre moyen de l'augmentation annuelle depuis 1796 jusqu'en 1805 étant 494,452, on ne s'éloignera pas trop de la vérité si l'on suppose que l'augmentation de la population pendant le cours de l'année 1800 ait été égale à cette somme, de manière que l'augmentation totale de la population en Russie pendant 14 années (depuis 1796 jusqu'à la fin de 1809) a été de 6,807,192 personnes.

I. Tableaux généraux.

1. Sur le nombre annuel des mariages, des naissances et des morts.

Années	mariages	naissances			morts		
		garcons	filles	total	hommes	femmes	total
1796	260,792	533,526	456,920	990,446	274,974	253,351	528,325
1797	257,513	531,015	460,900	991,915	275,583	254,807	530,390
1798	261,087	556,700	482,835	1,039,035	318,550	292,237	610,787
1799	271,674	578.028	502 410	1,080 438	335,870	312,150	648,020
1801	298,158	627,418	552,058	1,179 476	382,157	344,114	726,271
1802	299,037	690,985	613.486	1,304,471	353,283	335,151	688,434
1803	302,467	674.068	603,253	1,277,321	412,142	379,837	791,979
1804	311,798	715,354	6[illegible],933	1,358,287	409,137	380,681	789,818
1805	287,297	716,925	644,209	1,361,134	425.072	393,361	818,433
total	2,549,823	5,624,019	4 958.504	10,582,523	3,186,768	2,945,689	6,132,457
1806	—	7[illegible]0,530	633,624	1,344,154	441,173	403,550	844,723
1807	—	703,622	630,970	1,334,592	454,092	411,992	866,084
1808	—	703 748	630,382	1,334,130	465,552	426,100	891,651
1809	—	678,213	623,090	1,301,303	440,457	408,580	849,046
total	—	8,420,132	7,476,570	15,896,702	4,988,042	4,595,920	9,583,962

II. *Tableau sur les morts mâles rangés selon leur âge.*

Age des morts	1798	1799	1801	1802	1803	1804	1805	total
entre 0 — 5	133,142	127,426	167,348	150,458	196,157	191,985	207,360	1,173,876
5 — 10	26,309	16,879	20,464	26,194	19,865	20,325	19,782	149,818
10 — 15	7 827	18,726	9,383	10,535	10,163	9,565	9,890	76,089
15 — 20	10,135	11,330	11,823	9,427	11,527	10,945	11,042	76,229
20 — 25	9,471	10,087	12,875	11,990	11,795	11,285	11,647	79,150
25 — 30	11,780	11,532	13,561	10,795	12,699	12,783	13,773	86,923
30 — 35	8,708	9,521	16,247	10,460	10,351	10,645	10,968	76,895
35 — 40	12,496	12,836	14,759	10,774	14,188	14,927	14,808	94,788
40 — 45	10,190	11,589	12,274	12,906	13,126	13,215	13,156	86,456
45 — 50	10,708	15,964	15,481	12,069	16,766	17,131	17.565	105,681
50 — 55	9 875	11,208	11,491	14,032	12,481	12,596	12,762	84,445
55 — 60	15,882	17,658	17,439	11,412	18,387	19,424	18,584	118,386
60 — 65	11,239	12,959	12,151	15,528	13,795	13,901	13,894	93,467
65 — 70	15,804	16,657	16,189	11,222	17,198	17,186	17,131	111,387
70 — 75	9,713	9,099	9,576	13,424	10,782	10,438	10,104	73,136
75 — 80	6,410	10,356	9 984	7,702	10,733	10,866	10,722	66,773
80 — 85	4,212	4,553	4,936	7,222	5,219	5,051	4,930	36,123
85 — 90	2,299	3,797	3,586	3,337	3,995	4,232	4,124	25,370
90 — 95	1,261	1,499	1,402	2,087	1,431	1,501	1,392	10,573
95 — 100	879	1,126	971	1,168	1,145	1,257	1,144	7,690
au dessus de 100	210	268	222	479	339	279	294	2,084
Somme	318,550	335,870	382,157	353,223	412,[illegible]42	409,137	425,072	2,636,151

III. *Tableau reduit des morts mâles rangés selon leur âge.*

Age des morts	De 1000 morts mâles il y a
entre 0 — 5 ans	445,30
5 — 10 —	56,83
total entre 0 — 10	502,13
10 — 15	28,86
15 — 20	28,94
20 — 25	30,02
25 — 30	32,97
30 — 35	29,17
35 — 40	36,21
total entre 0 — 40	688,30
40 — 45	33,07
45 — 50	40,06
total entre 0 — 50	761,43
50 — 55	32,28
55 — 60	44,90
60 — 65	35,45
65 — 70	42,25
70 — 75	27,74
75 — 80	25,32
80 — 85	13,70
85 — 90	9,23
90 — 95	4,00
95 — 100	2,91
total entre 100 ans passés	0,79

IV. *Table sur la vitalité des hommes.*

De 1000 garçons nouveaux nés accomplissent la 5ème année		554,70
10	—	497,87
15	—	469,01
20	—	440,07
25	—	410,05
30	—	377,08
35	—	347,91
40	—	311,70
45	—	278,63
50	—	238,57
55	—	206,29
60	—	161,39
65	—	125,94
70	—	83,69
75	—	55,95
80	—	30,63
85	—	16,93
90	—	7,70
95	—	3,70
100	—	0,79

DONNÉES STATISTIQUES SUR LA CHASSE EN RUSSIE.

PAR

C. Th. HERRMANN.

Présenté à la Conférence le 29 Septbr. 1813.

La Russie européenne est beaucoup moins riche en animaux sauvages d'une grandeur élevée que la ci-devant Pologne et le milieu de l'Asie. La Sibérie dans ses deserts immenses est encore plus pauvre à cet égard que la Russie. Il n'y a environ que 150 espèces de quadrupèdes en Russie et en Sibérie tant domestiques que sauvages. Les bêtes sauvages ne sont vigoureuses et ne se multiplient qu'autour des montagnes et dans les climats tempérés, et la Russie n'a que trois élévations considérables, l'Oural, le Caucase et les chaines de montagnes qui s'élevent vers le milieu de l'Asie. C'est ici que les habitans des bois et des deserts sont plus grands et plus nombreux. Les vastes plaines de la Russie et de la Sibérie n'ont au contraire que de petits animaux de la race des chiens et des souris, et les contrées septentrionales n'ont presque aucun quadrupède sauvage qui se distingue

par sa grandeur outre l'ours marin qui est particulier à la zone arctique et qui tient autant à la mer qu'à la terre, et outre les rennes qui se repandent par les montagnes jusqu'au milieu de l'Asie, où paroit être leur véritable patrie, comme aussi celle des chévaux, des ânes sauvages, des antilopes; le Nord est celle des chiens et des souris, le Sud a les lions, les tigres, les léopards, les élephans.

Les animaux sauvages qui nous intéressent ici sont celles dont les pelleteries entrent dans le commerce. Leur prix augmente selon les contrées où on les prend et selon la saison où se fait la chasse. Les pelleteries sont en général plus précieuses dans les contrées orientales et méridionales de la Sibérie que vers le Nord et vers l'Ouest, et quant au poil il est plus estimé en hiver qu'en été. Celui de quelques animaux blanchit en hiver, mais il devient plus foncé dans des contrées encore plus froides. Il est à remarquer que la Russie septentrionale a plus d'animaux qu'on retrouve dans l'Amérique occidentale que la Sibérie orientale qui lui paroit avoir été contigue.

On compte en Russie 26 espèces d'animaux sauvages dont les pelleteries sont recherchées dans le commerce et on pourroit augmenter leur nombre, si plusieurs n'étoient pas négligées. Les principales sont:

1. La martre zibeline (soboli) depuis l'Oural jusqu'à l'Ocean oriental. Autrefois il y en avoit aussi en Russie depuis Kola jusqu'à la Petschora, mais ayant été poursuivis trop vigoureusement, ils se sont retirés au delà de l'Oural. Là on les trouve dans la Sibérie occidentale jusqu'au 58 degré latitude Nord, dans la Sibérie orientale jusqu'au 55 degré et sur les îles de l'Océan oriental jusqu'au 50 degré. Les plus éstimés se trouvent sur l'Ob à Beresowa et à Kusnetzk, sur le Jenisé depuis Jeniseisk jusqu'à Tourouchansk, enfin sur l'Angara superieure et autour du Baïkal; le Kamtschatka est très riche en màrtres zibelines. Il y en a de moindre qualité à Surjut, à Narym et à Krasnojarsk. On appelle les plus belles: martres zibelines de Jakoutsk, de l'endroit où se fait le plus grand commerce en pelleterie pour la Sibérie. Les Turcs achetent les plus rares, les Chinois celles de moindre qualité et en prennent le plus grand nombre, le reste se vend en Europe et en Perse.

2. Les loutres de mer (Kamtschatskie Bobri) se trouvent surtout aux Aleoutes et aux Kouriles depuis le 50-56 degré L. N, et disparoissent vers le 60me. Les plus précieux sont vendus en Chine et font avec les martres zibelines la base du commerce de pelleteries en Sibérie. Les loutres de riviere (Retschnie Bobri) se trouvent dans

la Sibérie orientale autour de l'Ob et des rivieres Konda et Tasa, il y en a aussi aux Aleoutes et aux Kouriles. Autrefois il y en avoit dans la Russie européenne depuis Kola jusqu'en Livonie, mais la chasse et les progrès de la culture les ont éloignés. On s'en sert comme pelleterie et les vend aux Chinois, on travaille leur poil aux manufactures, se sert de leurs dents pour donner le poli à la dorure et quelques nomades mangent leur chair. Les castors (Bobri), estimés pour leur huile (bobranaia sala) se trouvent en Russie et en Sibérie dans les climats tempérés. Ils deviennent plus rares à mesure que la population augmente. La Sibérie en possède encore le plus grand nombre, le Kamtschatka ne les a point, mais bien les Aleoutes. Un castor donne tout au plus 4 onces d'huile.

3. Les martres (Kounitzi) aiment un climat temperé, montagneux et boisé. On les trouve surtout sur l'Oural septentrional et au petit Altai jusqu'au 57 degré L. N. Il y en a aussie en Russie jusqu'au 60 me degré. C'est une pelleterie recherchée dans le commerce et qui est souvent d'un prix considérable, car on en trouve qui approchent pour la couleur et la finesse du poil de la martre zibeline.

4. Les renards (Lisitza) donnent la fourure la plus chaude de la Russie, ils sont généralement repandus et de différentes couleurs, mais les noirâtres dans la Sibérie orientale et aux Aleoutes sont les plus recherchés. Le renard bleu (Pestzi) fait classe à part, c'est une pelleterie très délicate, les plus foncés sont les meilleurs. On les trouve depuis le Nord de Kola et des îles voisines le long des côtes marecageuses de l'Océan septentrional ou sur la Toundra, jusqu'aux îles de l'Océan oriental, sur les Couriles et sur les Aleoutes occidentales. On les vend beaucoup en Chine.

5. Les petits-gris (Belki) se trouvent dans la Russie septentrionale et celle du milieu, ils sont très nombreux en Sibérie, les meilleurs viennent du Jenisei superieur, de l'Ob, du Tom et du Baïkal jusqu'aux montagnes de Nertschinsk, le Kamtschatka n'en a point. Plus ils sont foncés, riches en poils et larges et plus ils sont estimés. Ceux d'un gris argenté sont plus grands du double que les petits-gris ordinaires. Ils sont en été rougeatres, en hiver noiratres et au nord de la Sibérie il y en a de tout blancs. On les trouve en Sibérie jusqu'au 50me degré, dans la Russie orientale jusqu'au 55me et dans la Russie occidentale jusqu'au 57me degré.

6. Les lievres (Saitzi) sont ou rougeatres (rouskie) ou blancs (bielie). Les bruns se trouvent surtout à l'Ouest de l'Oural, les blancs à l'Ouest et à l'Est. On les trouve partout jusqu'au cercle polaire. C'est une pelleterie qui devient importante par la grande consommation dans les manufactures.

7. Les ours (Medwedi) de la Russie sont bruns (bournie), leur pelleterie est pesante et peu recherchée. En Sibérie autour de la Tunguska, au Baïkal, sur le stanowoi Chrebet et au Kamtschatka il y en a de noirs, mais toujours pas de premiere qualité. Les ours blancs n'entrent pas dans le commerce comme pelleterie, on les trouve aux terres arctiques, à Nowaja Semla et à Spitzbergen.

8. Les loups (Wolki) se trouvent partout dans les bois, mais leur pelleterie est peu recherchée en Russie, plus en Chine et dans le reste de l'Europe. Il y a en Sibérie des loups blancs qui sont très estimés et on trouve quelquefois des loups noirs qui sont d'un grand prix.

9. Les rennes (Oleni) sauvages font un objet considérable de commerce pour leur peau, on les trouve au Nord de la Russie, à Archangel, à Olonetz et Waetka, et en Sibérie surtout dans le cercle de Beresowa.

Tels sont les principales fourures de la Russie et il en resulte que cet Empire est riche en pelleteries fines,

comme en martres zibelines et martres ordinaires, en renards bleux, en petit-gris, en lievres et en loutre de mer, mais que pour la demande il est pauvre en fourrure chaude; car ses ours sont trop pésans et d'un poil trop roux et trop fort, les loups communs ne sont pas recherchés par les gens aisés et servent ordinairement de fourrure pour la valetaille, reste le renard qui donne une fourure chaude mais si lourde et d'un poil si cassant que que la demande n'étoit pas grande pour des pelisses d'hommes parmi les premieres classes, la bourgeoisie les portoit le plus. Cette demande s'est accrue par les difficultés qu'il y avoit à l'importation des pelleteries étrangeres très recherchées en Russie. Ces pelleteries étoient l'ours noir d'Amérique, on en importoit annuellement quelques milliers, c'étoit la fourure des riches, et l'ours argenté ou la zibeline américaine (Ursus lotor) dont on importoit environ 30,000 pelisses par an, c'étoit la fourure des gens aisés. Ces deux fourures sont réellement supérieures à toutes les autres fourures chaudes qui se trouvent en Russie, et les difficultés mises à l'importation n'ont eu d'autre suite que de les faire payer beaucoup plus cher par les classes qui sont decidées de n'en porter d'autre.

La chasse est une industrie secondaire en Russie, mais une industrie de premier rang en Sibérie; elle doit l'être dans toutes les contrées qui sont inaccessibles à l'agriculture, c'est là qu'elle est avec la pêche la source unique de la richesse nationale, mais cette source est aussi intarissable, tandis qu'elle tarit dans tous les pays où la culture des terres fait des progrès.

On n'a que des données fragmentaires sur l'état de la chasse en Russie. L'immensité des forêts et des deserts ne permettoit pas une législation et une police forestière exacte, la chasse fut considerée comme industrie agricole et d'ailleurs l'objet ne paroissoit pas assez important pour fixer l'attention des Seigneurs et du Gouvernement, la Russie n'étant pas riche en animaux d'une taille élevée. Ce n'est qu'aux environs des Capitales qu'il y a une inspection sur la chasse.

I. Russie.

La chasse la plus intéressante mais aussi la plus pénible se fait par les pêcheurs d'Archangel et surtout par les habitans de Mesen qui vont vers la mi-mai à Kandin-Nos et au Groenland. Si la pêche est heureuse ils retournent le même été, si elle ne l'est pas, ou si les glaces leurs barrent le chemin ils passent l'hiver et même deux années entières sur ces îles desertes. C'est alors

qu'ils font la chasse au renard blanc et aux rennes sauvages dans l'intérieur des terres du Groenland, et la chasse au renard blanc à Kandin-Nos depuis le Novembre jusqu'en Janvier.

Les habitans de la partie septentrionale de Waetka s'occupent surtout à la chasse. Les animaux sauvages qu'ils poursuivent sont les rennes sauvages, les ours, les loups, les martres, le renard, les lievres et les écureils. Ces deux dernières espèces sont les plus intéressantes pour eux et ils font un commerce important en peaux de lievres et en petits-gris à Moscou, a Makariew et à Ibit.

A Perme il n'y a que les nomades qui s'occupent préférablement de la chasse, la principale industrie étant le travail aux mines et puis l'agriculture.

Il n'y aucune donnée détaillée sur le produit de la chasse de ces Gouvernemens, mais celle qui se fait dans le Gouvernement d'Olonetz est plus particulièrement connue par les soins du Gouverneur actuel. Les animaux sauvages auxquels on donne la chasse sont les ours, les loups, les rennes sauvages, les renards, les martres, le loup cervier, le glouton, la grande loutre l'hermine l'écureil, le lievre et la petite loutre. La chasse et la pêche sont ici l'industrie principale, l'agriculture doit être secondaire par la nature marecageuse, pierreuse et boisée du terrain et par la rigueur du climat. C'est

par le produit de la chasse et de la pêche que les habitans se trouvent en état d'acheter le bled qui leur manque. Ils vendent le produit de leur chasse aux grandes foires et surtout à St. Pétersbourg. Les tableaux sur la chasse d'Olonetz depuis 1804 jusqu'en 1812 donnent le resultat consolant que cette branche de l'industrie agricole prospère, car le total des animaux sauvages montoit

en	1804	à	37,698	pièces	
—	1805	-	33,913	—	
—	1806	-	45,774	—	
—	1807	-	56,406	—	
—	1808	-	59,140	—	
—	1809	-	73,585	—	
—	1810	-	85,667	—	
—	1811	-	59,056	—	
—	1812	-	70,038	—.	

Les lievres et les écureils font encore ici la partie la plus lucrative de la chasse, en 1804 on prit des premiers 13,750 et en 1812 17,496, les autres années varient entre 11 et 16,000 pièces. La chasse des derniers s'est aussi considérablement accrue, en 1804 on en a pris 20,949, en 1812 47,650, mais l'année la plus heureuse étoit 1810 où l'on a pris 63,560. La chasse au renard et à la martre occupe le second rang. On a

pris en 1804 961 renards, en 1812 2,399, mais dans les années 1809 et 1810 2,897 et 2,482, preuve certaine que cette pelleterie a été plus recherchée pour la consommation de l'intérieur. Les martres ne sont pas si communs que les renards, en 1804 la chasse rapportoit 675, en 1809 1,760, en 1812 1,100. Quant aux ours et aux loups on s'occupe plus de la chasse des premiers que de celle des derniers, leur pelleterie étant moins recherchée. En 1804 on a pris 355 ours, en 1808 514, en 1810 429, en 1812 397, des loups n'ont été tués que de 200 à 250. La chasse aux rennes a aussi augmentée, car en 1804 on en avoit tué 140, en 1809 364, en 1812 391.

La consommation en volaille est très grande, les grands coqs de bruïere, les coqs de bois, les perdrix sont les espèces les plus recherchées. Mais les données manquent sur le produit de cette chasse excepté pour Olonetz Il resulte des tableaux à cet égard que cette chasse a aussi augmentée. En 1804 on a pris 134,395 oiseaux de tout genre, des cygnes, des oïes et canards sauvages, des becasses, des coqs de bruïere et de bois, des perdrix:

en 1805 — 99,512
— 1806 — 102,895
— 1807 — 140,480

en 1808 — 161,300
— 1809 — 240,306
— 1810 — 235,140
— 1811 — 188,709
— 1812 — 176,882.

De ce nombre les perdrix donnent la plus grande somme; en 1804 on en a pris 65,880, en 1807 78,800, en 1808 103,900, en 1809 170,100, en 1810 157,000, en 1811 123,176, en 1812 119,945. Les coqs de bois occupent le second rang, mais le produit de cette chasse a baissé, car en 1804 on en a pris 37,700, ce nombre diminue jusqu'à 36,500 en 1810 et jusqu'à 15,013 en 1812. Les grands coqs de bruïere ont été plus frequement pris, en 1804 au nombre de 10,250, en 1809 12,700, en 1810 17,070, en 1812 15,295; le grand marché pour toute cette volaille est St. Pétersbourg. La chasse aux oies et canards s'est considérablement accrue, en 1804 on pris 255 oies et 1905 canards, en 1812 3781 des premiers et 6244 des derniers. Les cygnes sont recherchés pour leur peaux, le plus grand nombre de 227 est en 1805, le moins considérable en 1804 15, le nombre commun varie entre 50 et 60.

Les euderduns sont le plumage recherché de certaines oyes à duvet appellées Tarka, sur les côtes

de la mer glaciale. L'exportation de cet article montoit en 1803 à la valeur de 137,681 roubles, et en 1804 à 111,499 R. La consommation de l'interieur est assurement quatre fois plus grande, ainsi qu'on peut évaluer le produit de cette chasse périlleuse à un demi million de roubles et par les prix actuels de cent roubles le poud, à un million. Archangel ayant d'ailleurs les mêmes espèces d'oiseaux sauvages que Olonetz, on peu mettre le produit de la chasse en volaille pour le moins au même taux.

Il est impossible d'évaluer en argent le produit de la chasse en Russie, puisqu'il y a trop peu de données sur le produit brut, mais on voit même par ces données fragmentaires que la chasse de la Russie doit encore monter à plusieurs millions. Ce qu'il y a de certain c'est que cette industrie au lieu de baisser va en augmentant. Le Nord de la Russie depuis Kola jusqu'à l'Oural se rassemble assez par la nature du sol et du climat, les habitans de même, pourqu'on puisse avec les modifications qui proviennent de la proximité ou de l'éloignement des principaux marchés ou de la préponderance d'une industrie particuliere, comme celle des mines à Perme, juger les autres Gouvernemens du Nord par celui d'Olonetz.

Quant aux Gouvernemens du milieu de la Russie, la chasse est une industrie très secondaire par les

progrés de la population et de l'agriculture. Au midi de la Russie elle ne sauroit être considérable par le manque de grands forêts qui ont été devastés par les nomades depuis plusieurs siècles et puis detruits en partie par les peuples agricoles; des steppes immenses sans eau et sans bois couvrent d'ailleurs une grande partie de ces contrées.

II. La Sibérie.

La partie septentrionale de cet immense pays est inaccessible à l'agriculture presque jusqu'au 60me degré. Ce plateau est incliné vers l'Océan septentrional dans sa partie occidentale, mais plus élevé dans sa partie orientale. Des marais et puis des sables, où commence la premiere végetation, enfin un terrain pierreux sur la côte orientale caractérisent ces terres climatiques. La partie méridionale est couverte de forêts entremelés de steppes.

Il resulte delà que tout ce pays ne permet aucune autre industrie que celle de la pêche et de la chasse. Cette derniere est parconséquent l'industrie principale des Samojèdes, des Joukagires, des Tunguses, des Ostiaques et en partie des Jakoutes, elle l'étoit aussi autrefois chez les Kamtschadales.

Les Russes cherchèrent en Sibérie d'abord la martre zibeline et puis la loutre de mer. Ces deux animaux furent la cause de la decouverte et de la conquète de la Sibérie, comme l'or et l'argent en Amérique. Les russes devinrent les premiers chasseurs de l'Europe et ces chasseurs étendoient la decouverte d'un pays qui n'est pas encore connu dans toutes ses parties, et soumirent les terres qu'ils avoient decouvert. Ces chasseurs infatigables qui portent un nom particulier: Promischlenniki, ou gens industrieux, se rassemblent sous la conduite d'un chef et se dispersent dans les bois sur une étendue de 200 à 400 werstes. Ils y passent tout le tems de la chasse, et c'est l'hiver le plus rigoureux, en solitaires, supportent toute la rigueur du climat et si les provisions viennent à leur manquer, ils ont encore à lutter contre la faim. Au printems ils se rassemblent auprès de leur chef et partagent religieusement le produit de la chasse qui est souvent considérable. Il est clair que cette industrie demande une constitution très forte et exige des privations très grandes. Pourtant les promischlenniki étoient déjà parvenus au commencement du 18me siècle, ou en 1711 jusqu'aux Couriles où une nouvelle carrière s'ouvrit à leur activité. Il est superflu de remarquer que dans toutes ces contrées boréales la chasse est une industrie absolument libre dont le Gouvernement ne se meloit aucunement.

Sur toute la terre ferme de la Sibérie la martre zibeline étoit le principal objet de leurs courses, mais parvenus aux bords de l'Océan oriental ils connurent la loutre de mer et toute leur attention se porta sur cette chasse. Elle demande plus de fraix, car elle exige la navigation. Par cette raison le commerce de pelleteries passa vers la moitié du 18me siècle des mains des promischlenniki entre les mains des marchands capitalistes. Plusieurs compagnies se formèrent en Sibérie. Ces gens infatigables avoient déjà en 1750 decouvert toutes les Couriles et rapportèrent en 1774 4414 peaux de loutre. Leur industrie s'étendit avec tant de rapidité que les associés purent envoyer aux îles en 1787 25 navires équipés de 1000 matelots. *Melnikow* marchand d'Irkoutsk, *Schelichow* de Rylsk, *Golikow* de Koursk, *Cholodilow* de Totma, *Orechow* de Toula étoient leurs chefs. Ils firent des établissemens sur les îles dont le principal étoit à Kadiak. Leurs vues s'étendirent, *Schelichow* forma en 1788 la Compagnie Américaine qui se réunit en 1798 à la Compagnie d'Irkoutsk, dont *Melnikow* étoit le chef, et qui prit alors le nom de Societé réunie américaine. Enfin ils eurent un privilège exclusif en 1799 et le tître de compagnie russe-américaine. Son capital étoit en 1798 de 724,000 roubles ou de 724 actions à 1000

roubles, son crédit étoit au moins tout aussi grand. Les comptoirs de la compagnie sont à Irkoutsk et à Ochotsk, les établissemens à Kadiak, à Ounalaschka, à Kourilskaia Gräda et s'étendent toujours plus loin, la direction est à St. Pétersbourg. Autrefois *Schelichow* alloit à Kadiak, son frère à Ouroup et *Melnikow* vivoit à Irkoutsk.

À cette occasion une question de Géographie fut décidée savoir jusqu'où s'étendroit la domination russe en Amérique, car le Manifeste du 27 Janvier 1798 declara propriété de la Russie les côtes de l' Amérique septentrionale jusqu'au 55°.

Le capital de la compagnie s'est rapidement accru jusqu'en 1798 sans monopole, c'est un fait constaté. Je n'ai aucune donnée sur ses progrès actuels, mais je suppose qu'ils ne peuvent plus être aussi rapides. La direction doit être difficile pour une Compagnie dont les chefs sont à Pétersbourg, les employés repandus en Sibérie, les établissemens aux îles de l'Océan oriental. La meilleure législation ne sauroit prevenir tous les abus qu'entraine l'administration d'une Compagnie privilégiée sur une aussi grande étendue de terrain. Elle doit être très dispendieuse et quelque fois à charge aux nomades. Aux Aleoutes il n'y avoit officiellement en 1804 que 246 natifs, aux Kouriles russes 100, il seroit intéressant de sa-

voir qu'elle a été la population de ces îles en 1750, celle du Kamtschatka étoit selon les denombremens faits dans la moitié du 18me siècle, et dont les états se trouvent dans les archives de Werchni-Kamtschatsk de 5000 natifs mâles, en 1803 de 1782. Les Jakoutes sont un peuple chasseur et nomade dont la principale richesse consiste en chévaux. Le transport se fait par leur pays et sur leurs chévaux. C'est un fait que des transports bien payés par la Couronne, ont diminué leur aisance et c'étoit une des raisons pour laquelle le Gouvernement a retiré ses trouppes du Kamtschatka. Reste à savoir quel effet le transport des pelleteries et d'autres objets nécessaires aux établissemens ont sur ces peuples. La demande de la loutre de mer à Canton exige 80 à 100,000 peaux, au prix de 1½ roubles à 2, le reste se degrade et se perd, surtout si les peaux ne sont pas soigneusement appretées. Il faudroit donc règler cette chasse, il ne faudroit pas chercher à tuer une quantité inombrable de ces animaux, il faudroit épargner les femelles, il faudroit changer les endroits de la chasse, il faudroit mettre grand soin à l'apprétation des peaux, alors la chasse deviendroit plus lucrative tout en conservant l'espèce précieuse de ces animaux. Il n'est pas facile d'observer tous ces principes avec une administration aussi compliquée est aussi étendue. Et en sup-

posant même des pelleteries accumulées dans les magazins de la compagnie pour la valeur primitive de 7 millions, on suppose un capital qui surpasse de beaucoup la demande et qui se degrade annuellement.

La Compagnie créa de tems en tems de nouveaux établissemens, reste à savoir si le capital emploié à cette chasse et la demande de ces pelleteries augmente à mesure, sans quoi elle ne feroit qu'éparpiller ses forces.

Il existe au Kamtschatka une demande annuelle de marchandises européennes d'un demi million de roubles, selon le calcul d'une Commission établie en 1806 pour faire le tableau des marchandises les plus nécessaires. Ce tableau montoit à 417,300 roubles et il y a nombre d'objets qui n'y sont pas marqués. Or il n'y a que la Compagnie russe-américaine qui ait ses propres vaisseaux dans ces mers et pourtant elle ne s'est point chargée de l'approvisionnement de la presqu'ile, il se fait en grande partie par des particuliers qui savent surmonter toutes les difficultés. La demande existe, les prix sont hauts, donc c'est l'éloignement, ce sont les abus inévitables à ce commerce, et peut être des forces éparpillées qui arrêtent la compagnie.

La chasse des martres zibelines a baissée au Kamtschatka, pays extrêmement riche pour cette pelleterie.

Autrefois quand le pays étoit plus peuplé le produit total étoit de 8 à 10,000 peaux, actuellement il est à peine de 2750. Sa valeur fut autrefois estimée à 80,000 roubles, apresent à 22,000. La chasse des animaux sauvages sur le continent de la Sibérie est restée à peu près au même taux. D'après une donnée officielle du gouvernement de Tobolsk le nombre des animaux sauvages de toute espèce montoit à 200,000 pour l'année 1806. On peut évaluer le produit de la chasse d'Irkoutzk au moins au même, puisque les Jakoutes et les Toungouses portent à eux seuls jusqu'à 50,000 peaux de petit-gris à Jakoutzk et à Kiachta.

Quant aux oiseaux sauvages on fait surtout la chasse en Sibérie aux cygnes, oies, canards, perdrix et coqs de bois. En 1805 il y avoit une si grande quantité de canards sur la rivière Konda, que les habitans pouvoient s'en nourrir suffisament, comme la pêche de cette année n'avoit pas reussi, en 1806 cette chasse ne fut pas si abondante. Il est dit dans le compte-rendu de Tobolsk de 1805 que la chasse aux oiseaux dans ce gouvernement monte à 40,000 pièces.

La Turquie, la Chine et le reste de l'Europe sont le grand marché des pelleteries russes. Quant à la mar-

tre zibeline c'est la Turquie qui achete les pièces de première qualité, le reste de l'Europe celle de seconde qualité et la Chine celle d'une qualité inférieure mais en plus grand nombre. Les loutres de mer se vendent surtout à Canton, la demande est de 80 à 100,000 pièces, Kiachta en prend aussi de 10 à 14,000. Le reste de l'Europe recherche surtout le renard bleu, dont Pétersbourg et Archangel exportèrent environ 10,000, Taganrok 7000, les martres ordinaires dont l'exportation montoit de 3 à 4000, et les peaux de lievre dont la demande montoit quelquefois à 600,000 pièces. Le petit-gris est tout aussi recherché en Chine qu'en Europe, on en exportoit jusqu'à 100,000 peaux. En transportant les petit-gris par un chemin plus court et plus sûr à Canton que par celui de Jakoutsk à Kiachta, on pourroit de beaucoup étendre ce marché, car le petit-gris est une marchandise très recherchée en Chine. Quant aux pelisses de loups il en sortoit environ 1500 par an. L'huile de castor faisoit encore un article important, car on en exportoit annuellement pour la valeur de 2 à 300,000 roubles. En 1803 on exportoit des oïes à duvet pour la valeur de 137,681 roubles, en 1804 pour 111499. Les peaux de renards trouvent leur grand marché en Russie. Toute l'exportation des pelleteries russes fut évaluée en 1803 à 1,710,113

roubles et en 1804 à 1,949,521, donc environ à deux millions.

L'importation consistoit surtout en 30,000 pelisses de zibeline américaine, en quelques milliers de pelisses d'ours noir et en 3 jusqu'à 9000 castors du Canada. En 1803 elle montoit à 681,029 roubles, en 1804 à 290,675. Elle étoit donc bien inférieure à l'exportation, mais elle rouloit sur des pelleteries dont la Russie a grandement besoin et qu'elle ne possède pas.

Le commerce de transit montoit en 1803 à 597,332 roubles; en 1804 à 283,045.

L'exportation de la Russie en pelleteries étant de 2 millions de roubles on peut estimer la consommation de l'intérieur au moins à 4 millions. Le produit de la chasse peut dont être évalué à plus de 6 millons.

En y ajoutant le produit de la chasse aux oiseaux sauvages qu'on ne sauroit estimer à moins qu'à un million de roubles, la chasse en Russie rendroit plus de 7 millions dont la plus grande moitié doit être un profit net puisque la chasse demande moins de fonds que la pêche.



DE LA MONNAIE DE CUIVRE, ET PARTICULIÈREMENT DE CELLE DE RUSSIE.

PAR

H. STORCH.

Présenté à la Conférence le 12 Janv. 1814.

Première Section.

De la monnaie de cuivre en général.

Toutes les nations commerçantes ont admis l'or et l'argent comme numéraire; elles ont frappé de la monnaie d'or pour les gros payemens, et de la monnaie d'argent pour les achats de moindre valeur. Cependant l'échange des menues denrées exige des monnaies de si peu de valeur, qu'il est impossible de les frapper en argent: leur petitesse les rendroit non-seulement incommodes dans les achats, mais les exposeroit encore à une consommation très-rapide, car plus une certaine quantité d'argent est divisée, plus elle présente de surface au frottement.

Ces raisons ont déterminé toutes les nations à choisir des matières d'une moindre valeur que l'argent pour les monnaies destinées à représenter la valeur des menues

denrées. Plus l'argent est rare et cher chez une nation, plus il lui faut de petite-monnaie, et d'une matière plus commune. C'est cette circonstance qui a fait adopter aux habitans des Grandes-Indes l'usage des *cauris* en guise de petite-monnaie *). Cet usage pourroit paroître étrange dans des pays aussi riches et aussi anciennement civilisés que le Bengale et l'Indoustan; mais l'argent y est si rare qu'une roupie, c'est-à-dire une pièce d'argent de la valeur de 62 copeks, peut y acheter une quantité de denrées suffisante pour nourrir un ouvrier pendant cinquante jours. Si on avoit divisé la roupie en 50 pièces d'argent, l'extrême petitesse de ces espèces en auroit rendu l'usage fort incommode, et cependant chacune de ces pièces auroit encore représenté la valeur de toutes les denrées qui composent la nourriture journalière d'un homme du peuple dans ces contrées. On la divise donc en 2400 parties, desorte qu'un journalier qui reçoit la 50[e] partie d'une roupie comme salaire, ou 48 cauris, peut l'employer à l'achat de plusieurs denrées. Mais comme une monnaie d'aussi peu de valeur auroit plus coûté en matière et en fraix de fabrication qu'elle n'auroit pu valoir, on l'a remplacée par un coquillage dont la nature fait tous les fraix.

*) Ces petits coquillages, qui viennent des Maldives, font office de monnaie dans le Mogol, le Bengale, le Boutan, comme aussi dans l'intérieur de l'Afrique et de la Guinée.

Dans les pays où l'argent n'a pas une aussi grande valeur, ce métal peut encore êsre employé dans les achats de moindre importance : toutes-fois il y a des denrées d'un prix si mince que dans ces pays mêmes l'argent ne sauroit les représenter sans être taillé en pièces trop petites. On se sert alors du cuivre, lequel, après les métaux précieux, a le plus de valeur relativement à son volume, et qui sous d'autres rapports est encore le plus propre à servir de numéraire.

L'utilité que le cuivre présente pour cet effet, se borne donc *à servir de petite monnaie;* mais il est loin de pouvoir remplacer les métaux précieux dans le grand commerce. D'abord sa qualité n'est pas la même partout: le cuivre de Sibérie et de Hongrie surpasse celui d'Allemagne; celui de Suède est meilleur que celui de Sibérie; le cuivre du Japon est préférable à celui de Suède. Ensuite sa valeur directe est trop grande: il est indispensable pour plusieurs usages, dans lesquels il ne peut pas être remplacé par d'autres matières. Enfin les mines de cuivre sont bien plus abondantes que celles des métaux précieux, et leur exploitation est bien plus facile. Il résulte de tout cela que le cuivre a non-seulement trop peu de valeur, mais que cette valeur est encore beaucoup trop variable pour que ce métal puisse jamais être

un instrument d'échange commode et une mesure passablement exacte des valeurs. Quelques exemples feront mieux sentir l'influence de ces inconvéniens.

La valeur du cuivre varie, non-seulement à la même époque chez des peuples voisins l'un de l'autre, mais encore chez le même peuple à des époques très peu éloignées. Par exemple, voici quelle a été la proportion entre la valeur de l'argent pur et celle du cuivre en barres, dans les tems et dans les lieux suivans:

Années:	à St. Pétersbourg,	Hambourg,	Stockholm,	Paris:
1745 . . .	1 : 135,	1 : 75,	—	—
1765 . . .	1 : 114,	—	—	—
1775 . . .	1 : 92,	1 : 95,	1 : 78,	—
1803 . . .	1 : 50,	1 : 57,	1 : 69,	1 : 100,
1812 . . .	1 : 101,	—	—	—

On voit qu'à la même époque (1803) une livre d'argent pouvoit acheter 50 livres de cuivre en Russie, 57 en Allemagne, 69 en Suède et 100 en France; et que dans le même pays (la Russie) cette quantité d'argent a successivement acheté 135, 114, 92, 50 et 101 livres de cuivre, pendant une période qui ne comprend que 67 années. En partant de l'année 1775, nous voyons que le prix de ce métal a doublé à St. Pétersbourg dans l'espace de 28 ans, et que 9 années ont suffi pour le ra-

mener au-dessous du taux qu'il avoit dans l'année indiquée. Or comme la valeur de l'argent est restée à-peu-près la même dans tous les pays de l'Europe pendant cette période, c'est la valeur du cuivre seule qui a varié.

À cette mobilité de la valeur du cuivre se joint un autre inconvénient très-grave, celui qu'il a trop peu de valeur relativement à son poids et à son volume. Au terme de sa valeur actuelle chez nous, il est cent fois plus pesant que l'argent, et 1500 fois plus que l'or: or les incommodités et les fraix du transport sont en raison du poids et du volume. Avant l'introduction du système monétaire actuel, un rouble en cuivre pesoit 2 livres et $\frac{1}{2}$; comme la monnaie d'argent avoit entièrement disparu de la circulation, et que le plus petit assignat est de cinq roubles, un homme qui avoit acheté au marché pour 50 copeks de denrées, étoit obligé de se charger d'un fardeau de 11 livres et $\frac{1}{4}$ en cuivre, s'il n'avoit pas eu la précaution d'apporter au marché les 50 copeks qui devoient payer sa denrée. Si la monnaie de cuivre occasionne tant d'embarras dans l'achat des menues denrées, on conçoit bien quelles difficultés elle doit faire naître dans le grand commerce, quand elle est le principal numéraire d'une nation. Pour compter chez nous une somme de 50,000 roubles en pièces de cinq copeks, il faut

compter un million de pièces; pour emporter cette somme, il faut environ trente fois plus de toile d'emballage; et pour la garder, il faut un local trente fois plus grand que si la même somme étoit en roubles d'argent. Encore ces fraix sont peu de chose en comparaison de ceux du transport. Pour voiturer cette somme à la manière de nos rouliers, il ne faut pas moins de 104 chariots attelés chacun d'un cheval; car 50,000 roubles à raison de 16 roubles par poud, font 3125 pouds, et un chariot ne peut être chargé que de 30 pouds environ. La même somme, en roubles d'argent, ne présente qu'un poids de $63\frac{1}{4}$ pouds, qui peut être transporté par deux chevaux. Ajoutez à tous ces inconvéniens le risque qu'on court de se tromper en comptant un si grand nombre de pièces, l'embarras de garder un trésor si volumineux, l'impossibilité de le cacher ou de l'emporter promptement en cas de besoin, et vous serez convaincu que le cuivre ne peut jamais faire office de monnaie chez un peuple riche et commerçant.

Aussi, dans presque tous les pays policés, les pièces de cuivre ne sont pas proprement de la monnaie, puisqu'on n'est pas admis à payer avec ces pièces les obligations qu'on a contractées, mais seulement les appoints, qui, à cause de leur petitesse, ne peuvent se solder avec

de l'argent *). L'or et l'argent sont les seuls métaux-monnaie chez presque tous les peuples commerçans: les pièces de cuivre ne sont qu'une *monnaie de confiance*, représentant une portion d'argent trop petite pour être frappée en monnaie.

Quand la monnaie de cuivre est ce qu'elle doit être, de la petite-monnaie frappée en pièces de si peu de valeur qu'on ne pourroit en frapper de pareilles en argent, et que personne n'est forcé à la recevoir en quantités plus considérables qu'il ne faut pour solder les appoints; dans cette supposition, dis-je, le gouvernement peut, sans inconvéniens, lui donner extrêmement peu de valeur intrinsèque, et cependant elle conservera sa valeur numérique aussi complètement que si elle valoit en effet la fraction de monnaie d'argent qu'elle représente. Dans plusieurs pays de l'Europe, le cuivre est évalué dans les monnaies à-peu-près au double de sa valeur marchande; mais l'inconvénient de cette sur-évaluation se trouve prévenu par des réglemens qui s'opposent à ce que toute somme qui n'est pas très-petite, puisse être soldée en monnaie de cuivre. Dans ces pays, la valeur du cuivre

*) En Angleterre, par exemple, on ne peut pas obliger à recevoir en payement une somme où il entre plus de six pence (15 copeks) en cuivre. *Baert*, *Tableau de la Grande-Bretagne*, T. IV, p. 148.

est élevée par le métal précieux qui domine dans les marchés du pays, jusqu'à la valeur de ce métal même. L'intérêt privé, toujours si attentif et si clairvoyant, si habile à discerner dans les valeurs la plus légère nuance, paroîtroit ici en défaut, si on ne voyoit pas que dans cette circonstance il est entièrement dirigé par le *crédit*, c'est-à-dire par la certitude morale la plus forte, de retrouver, quand il lui plaira, cette valeur qu'il a l'air d'abandonner. C'est dans ce cas seulement que la monnaie fait un peu fonction de *signe*, et quelle comprunte de sa dénomination légale une valeur différente de sa valeur intrinsèque. Mais afin de maintenir cette valeur de confiance, le gouvernement devroit toujours échanger les pièces de cuivre à bureau ouvert contre de l'argent, du moment qu'on lui en rapporte un nombre suffisant pour égaler une pièce d'argent. C'est le seul moyen de s'assurer qu'il n'en reste pas entre les mains du public au-delà des besoins de la circulation *).

*) En Angleterre, la monnaie de cuivre est tellement regardée comme *signe*, que le gouvernement permet aux particuliers de fabriquer des pièces de cuivre qui ne valent pas même celles qu'il émet lui-même; mais aussi ces pièces sont payables à vue par ceux qui les ont émises. Dans le 17. siècle, elles furent appellées *Tradesman's tokens*; dans ces derniers tems, surtout depuis 1786, elles ont cours sous le nom de *Copper promissory notes* (billets-promesses de cuivre). Quand le gouvernement fait battre de la nouvelle monnaie de cui-

Quand un gouvernement suit ces principes, il peut être sûr que sa monnaie de cuivre, toute sur-évaluée qu'elle puisse être, aura cours pour sa valeur nominale. Dans ce cas il n'y auroit à craindre que les contrefacteurs, qui seroient d'autant plus excités à leur infâme métier, qu'il y auroit plus de différence entre la valeur intrinsèque et la valeur nominale de la monnaie *).

C'est bien autre chose quand un gouvernement s'imagine que la monnaie de cuivre peut remplacer celle d'or et d'argent, qu'en conséquence il en émet plus que la circulation n'en peut absorber dans le solde des appoints, et qu'il autorise tout le monde à payer en cuivre les sommes qu'on doit, ou seulement une portion notable de ces sommes. Dans cette supposition, la monnaie de cui-

---

vre, l'émission de ces signes est ordinairement interdite pour quelque tems. Plusieurs de ces *Copper-notes* méritent d'être recueillies à cause de la beauté du coin. Il y en a qui représentent de beaux édifices, des constructions remarquables, les traits des hommes illusres de l'Angleterre; d'autres rappellent des événemens intéressans; enfin la plupart indiquent le nom de celui qui les émet, les marchandises qu'il fabrique ou sur lesquelles il commerce etc. *Nemnich's neueste Reise durch England. Tubing.* 1807, p. 81.

*) En Angleterre, la monnaie de cuivre est si fort au-dessous de sa valeur nominale, qu'il y avoit 180 pour cent de profit, en 1796, à en frapper au titre courant. Aussi Mr. *Colquhoun*, auquel j'emprunte ce fait, suppose-t-il que les monnaies de cuivre contrefaites sont aux monnaies de cuivre légales comme 40 est à 1. (*Police de Londres*, T. I. p. 255.) Le gouvernement a cherché à prévenir cet inconvénient, en faisant fabriquer en 1799, par le fameux *Boulton*,

vre cesse d'être une monnaie de confiance; elle ne peut plus acheter ou payer que ce qu'elle vaut réellement, et la valeur idéale que le gouvernement lui attribue se trouve réduite à la valeur intrinsèque. Or, comme la valeur du cuivre est sujette à des variations brusques et fréquentes, et qu'outre cela l'usage de cette monnaie est accompagnée de grands inconvéniens, elle est non-seulement une très-mauvaise mesure des valeurs, mais encore elle est presque toujours évaluée au-dessous de ce qu'elle vaut réellement. Cependant, plus l'émission en est forte, plus elle chasse les métaux précieux de la circulation et plus elle y fait dominer le métal commun, dont la dépréciation se communique aux métaux précieux: les prix de toutes les marchandises haussent en conséquence, et le cours du change s'en ressent d'une manière désavantageuse.

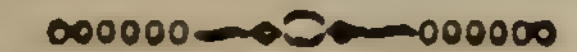
Ces effets se sont fait sentir dans les pays mêmes où le cuivre n'entre que pour une portion comparativement petite dans le total des monnaies en circulation. En France, par exemple, la valeur légale de la monnaie de

des demi-deniers sterling (*half pence*) avec un poinçon très-beau et un soin particulier; mais un voyageur qui a vu l'Angleterre en 1806, nous assure que cette belle monnaie avoit presqu'entièrement disparu, et que la circulation étoit encore inondée de monnaie contrefaite. Voyez *Nemnich*, l. c. p. 81.

cuivre est à celle de la monnaie d'argent comme 1 à $2\frac{3}{10}$, c'est-à-dire qu'un franc en cuivre est censé valoir 2 francs 30 centimes en argent. Cette sur-évaluation n'auroit probablement aucun mauvais effet, et le cuivre vaudroit peut-être ce que le gouvernement veut qu'il vaille, si l'on n'en avoit pas émis une trop grande quantité. Embarrassé par l'extrême abondance du cuivre, le gouvernement s'est vu forcé d'autoriser tout le monde à payer en monnaie de cuivre $\frac{1}{40}$ des sommes qu'on doit. Cette mesure a eu l'effet de déprécier la monnaie d'argent, ou de hausser le prix de toutes les denrées. Toute personne qui conclut un marché, sait qu'elle est exposée à être payée dans cette proportion de $\frac{1}{40}$ en cuivre et de $\frac{39}{40}$ en argent: elle fait son marché en conséquence et demande un prix plus élevé. La quantité de cuivre qu'on est forcé de recevoir, influe de même sur le change avec l'étranger. Une lettre-de-change payable en monnaie française à Paris, se vend certainement moins cher à Vienne ou à Francfort, en raison de ce qu'une partie de sa valeur sera payée en cuivre. — Au reste, c'est un Français et un auteur très-estimé en économie politique, qui me fournit cette observation *). Si telles sont les suites d'une

*) *Say, Econ. polit.* T. I. pag. 510 *et suiv.*

émission trop forte de monnaie de cuivre, dans un pays où elle n'entre que pour $\frac{1}{40}$ dans les payemens: qu'on juge des effets qu'elle doit produire lorsqu'on la multiplie au point de remplacer entièrement les monnaies d'or et d'argent.



DONNÉES STATISTIQUES SUR LE COMMERCE DE L'INTÉRIEUR DE LA RUSSIE, QUI S'EST FAIT PAR EAU EN 1813.

PAR

C. Th. HERRMANN.

Présenté à la Conférence le 13 Avril 1814.

Le Commerce de l'intérieur d'un pays est toujours le plus étendu, le plus important et ordinairement le moins connu. Dans les Etats où des douanes et toute sorte de barrières sont établies dans l'intérieur on a plus de moyens pour rassembler les données rélatives à ce commerce que dans les pays qui n'en ont pas pour leur bonheur. La Russie jouit de ce bienfait depuis le regne des grandes Impératrices Elisabeth et Cathérine II., et parconséquent les données sur son Commerce intérieur sont plus difficiles à rassembler et plus imparfaites qu'ailleurs. Nous présentons ici les principales données sur la partie la plus intéressante, savoir sur le Commerce de l'intérieur qui s'est fait par eau en 1813.

Les grandes routes de ce commerce sont:

1) pour le Commerce de St. Pétersbourg, le système de fleuves et rivieres qui aboutit aux canaux de Wisch-

nei-Wolotschok, celui qui passe par ceux de Tichwin et enfin celui du Canal de Marie. Ce dernier commerce se fait ou sur des bateaux de rivieres ou sur des bateaux construits pour le passage de lacs,

2) pour le commerce de Moscou, sur les rivieres Okka et Moskwa,
3) pour le commerce de Riga, sur la Duna et sur le Canal de la Beresina,
4) pour le commerce d'Astrachan, sur la Volga,
5) pour le commerce de Taganrog, sur le Don,
6) pour le commerce étranger, sur le Niemen et sur le canal d'Oginski,
7) pour le commerce de la Finlande, sur les canaux de ce Gouvernement,
8) pour le commerce des provinces méridionales, sur le Dniepre et sur le Dniestre,
9) pour le commerce des provinces septentrionales, sur le canal de Cathérine et sur la Dwina,
10) pour le commerce de Sibérie, sur l'Irtisch, la Toura et le Tobol.

Sur les routes moins frequentées il n'y a point de données.

I.

Commerce de l'intérieur par eau pour St. Pétersbourg.

L'importation de l'intérieur par eau à St. Pétersbourg consistoit dans les marchandises presentées dans le tableau suivant:

Marchandises	par le Canal de Wischnei-Wolotschok	par le Canal de Tichwin	par le Canal de Marie		total
			par le Canal de Ladoga	par le lac de Ladoga	
1. *du regne végétal.*					
a) grains, froment	33,865 tschetw. et 102 sacs	3,511 tsch.	274 tschetw.	6,567	44,217 tschetw. et 102 sacs
seigle	200 à la Couron.	—	—	—	200 tschetw.
	14,523 aux particuliers	—	49	822	15,394
orge	5 à la Couronne	—	—	—	5
	6,612 aux part.	—	10	721	7,343
avoine	218,790 à la C.	—	2,325	—	221,115
	358,311 aux p.	707	415	1,714	361,147
	632,306 tsch. et 102 sacs	4,218	3,073	9,824	649,421 tsch. et 102 sacs
b) farine de seigle	385,015 kouls à la Couronne	320	23,037	26,922	435,294 kouls
	374,077 a. part	427	8,402	44,145	427,051 —
autres espèces de farine					862,345 kouls
	35,040 kouls	—	242	250	35,532 —
	99,586 sacs	38,413	11,609	23,796	173,404 sacs
	17,682 pouds	1,965	60	—	19,707 pouds
	13,770 petits kouls à la Cour.	—	30	—	13,800 petits kouls à la Cour.
biscuit	129,076 kouls	—	—	—	129,076 kouls
	142,550 pouds	—	—	—	142,550 pouds

Marchandises	par le Canal de Wischnei-Wolotschok	par le Canal de Tichwin	par le Canal de Marie		total
			par le Canal de Ladoga	par le lac de Ladoga	
c) Mil, sarrasin	104,852 tsch.	2,713 kouls	484 kouls	1,162 k.	107,177 tsch.
et rebut	306 sacs	47 —	2,325 tsch.	—	4,506 kouls
	85 petits kouls	—	—	—	306 sacs
					82 petits kouls
poix	18,430 tschetw	—	432	734	19,596 tsch.
d) lin	387,601 pouds	—	—	5,850	393,451 pouds
chanvre	1,858,591 pds.	500	—	—	1,859,091 —
rebut	53,535 pouds	—	—	—	53,535 —
					2,306,077 pds.
semailles de lin	16,300 kouls	—	13	—	16,313 kouls
	et 119 sacs	4	—	—	123 sacs
huile de lin	264,722 pouds	—	—	—	264,722 pouds
	et 101 tonneaux	—	—	—	101 tonneaux
e) foin et paille	64,200 pouds à la Couronne	—	—	—	64,200 pouds
	920,690 pouds aux particulièrs	6,650	1,800	—	929,140 pouds
					993,340 pouds
f) bois de construction	25,432 poutres aux particul.	—	—	1,400	26,832 poutres
	2 364 poutres à la Couronne	—	2,504	—	4,868 poutres
					31,700 poutres
	4[illegible],547 pouds de chéne à la C.	—	2,550	—	146,097 pouds
	14,004 planches à la Couronne	—	8,056	—	22,060 pl.
	[illegible]91,548 planch. aux particul.	157,064	4,500	353,623	1,406,735 —
					1,428,795 plan.
de chauffage	35,154 sachènes à la Couronne	24,491	748	1,869	61,262 sasch.
	221,427 sach. aux particul.	2,489	8,927	2,720	235,563 —
					296,825 sasch.
g) tabac en feuilles	8,340 kouls	1,455	—	—	9,795 kouls
	1,850 pouds	5,000	—	—	6,850 pouds

Marchandises	par le Canal de Wischnei-Wolotschok	par le Canal de Tichwin	par le Canal de Marie: par le Canal de Ladoga	par le Canal de Marie: par le lac de Ladoda	total
Concombres salées	11 tonneaux,	—	—	—	11 tonneaux,
	400 sceaux,				400 sceaux,
	1,631,200 pièc.				1,631,200 pièc.
b) potasse	1,800 pouds	31,820	—	—	33,620 pouds
	420 tonneaux	—	—	—	420 tonneaux
de la poix	1,337 pouds	69	8,795	7,083	17,284 pouds
goudron	8,780 pouds	—	—	1,875	10,655 pouds
charbons	16,479 tschetw. à la Couronne	134,490	13,950	4,000	168,919 tsch.
	44,588 aux part.	61,509	23,600	7,200	136,897 —
					305,816 tsch.
i) Ustensiles en bois	261,489 pièces	13,000	—	—	274,489 pièces
	207 paires	—	—	—	207 paires
nattes	361,336 pièces	32,150	500	—	393,986 pièces
k) eau de vie	130 tonneaux	—	1,068	—	1,198 tonneaux
de grains	462,227 sceaux	28,139	—	—	490,366 sceaux
de raisains	41 tonneaux	44	—	—	85 tonneaux
	—	2,301 sceaux	—	—	2,301 sceaux
	—	58 caisses	40	—	98 caisses
	—	554 pouds en bouteilles	—	—	554 pouds
Vinaigre	1,750 sceaux à la Couronne	—	—	—	1,750 sceaux
	24,381 aux part.	—	—	—	24,381 sceaux
					26,131 sceaux
l) toiles et toileries.					
serviettes	—	955 pièces	—	—	955 pièces
toiles fines	6,074 pièces à la Couronne	—	—	—	6,074 } pièces
	2,940 aux part.	25,167	—	—	28,107 } pièces
	6 balles (kips)	325	—	—	331 kips
	2,500 arschines	—	—	—	2,500 arschin.
toiles ordinaires	20,554 arschin.	—	—	—	20,554 arschin.
	300 pouds à la Couronne	—	—	—	300 pouds

Marchandises	par le Canal de Wischnei-Wolotschok	par le Canal de Tichwin	par le Canal de Marie: par le Canal de Ladoga	par le Canal de Marie: par le lac de Ladoga	total
	1,654,265arsch. aux particul.	87,950	3,050	—	1,745,265arsch.
	193 kip	202	—	—	395 kip
	500 pièces	410	—	—	910 pièces
	1,521 pouds	—	—	—	1,521 pouds
Calamanque	26 pièces	290	—	—	316 pièces
Canifasse	157 pièces à la Couronne	—	—	—	157 pièces
	461 aux part.	—	—	—	461 pièces
Nanquin	—	45 kip	—	—	45 kip
toiles pour emballer	7,186 pouds	220	—	—	7,406 pouds
cottoneries	250 pouds	658	30	—	938 pouds
	—	57 kip	—	—	57 kip
fils	400 pièces	—	80 pouds	—	400 pièces et 80 pouds
2. *du regne minéral*					
a) pierre de taille	5,340 pièces et 200 saschèn. à la Couronne	—	3000 pouds	2,500 pd.	5,340 pièces 2,100 saschèn. et 5,500 pouds
	43,888 pièces et 12,991 sasch. aux particuliers	—	—	—	43,888 pièces et 12,991 sasch.
albâtre	3,210 pouds	—	—	—	3,210 pouds
chaux	14,340 tonn.	—	—	—	14,340 tonn.
terre glaise	4,460 pouds aux particuliers	15,900	2,700	66,336	89,396 pouds
		—	—	20,200 à la Cour	20,200 pouds
Sable	14 saschènes	—	—	—	14 saschènes
Verrerie	220 pouds 40,670 pièces aux particuliers	—	109 000 pièces	—	220 pouds et 149,670 pièces
	2,621 pièces à la Couronne	2,6221	406,660	—	409,281 pièces
tuiles	79,200 pièces	1,505	4,545	—	85,250 pièces
potterie	46,600 corbeill.	—	—	—	46,600 corbeill.

Marchandises	par le Canal de Wischnei-Wolotschok	par le Canal de Tichwin	par le Canal de Marie: par le Canal de Ladoga	par le Canal de Marie: par le lac de Ladoga	total
b) fer travaillé grossièrement	5,454 pouds à la Couronne	4,010	2,790	—	12,254 pouds
	5 tonneaux	—	—	—	5 tonneaux
	5,800 pièces aux particuliers	—	870 pouds à la Cour.	—	5,800 pièces et 870 pouds
fabriqué	3,600 pouds	—	1,300	—	4,900 pouds
en barres	64,305 pouds à la Couronne	—	—	—	64,305 pouds
	478,121 pouds aux particuliers	17,106	42,046	—	537,273 pouds
Ancres	120 pouds	1,610	400	—	2,130 pouds
Acier	1,108 pouds aux particuliers	—	380	—	1,488 pouds
fer fondu (tschougoun)	45,138 pouds à la Couronne	—	—	16,326	61,464 pouds
	5,400 pouds aux particuliers	340	—	—	5,740 pouds
Armes à feu	13,692 pouds à la Couronne	—	1,698	158,308	
	—	20 caisses	—	—	20 caisses
c) Cuivre	25 pouds aux particuliers	—	—	—	25 pouds
	1,438,120 roubles monnaie à la Couronne	—	2,189,478	—	3,627,598 rbls.
	tuïeaux de cuivre 100 pièces	en cloches 100 pouds	—	—	100 pièc. et 100 p.
d) étain	1,227 pouds	—	—	16,030	17,257 pouds
e) sel	125 kouls	—	1,555	—	1,670 kouls
	1,288 pouds	—	10,498	200,807	212,593 pouds
3. *du regne animal.*					
a) Vaches, veaux et cochons	5,363 têtes	86	—	—	5,449 têtes
Volaille	9,377 paires	9,335	1,200	—	19,912 paires
b) Viande salée	15,474 pouds	718	—	—	16,[illegible]92 pouds
c) beurre	2,892 pouds	4,521	229	—	7,642 pouds

Marchandises	par le Canal de Wischnei-Wolotschok	par le Canal de Tichwin	par le Canal de Marie: par le Canal de Ladoga	par le Canal de Marie: par le lac de Ladoga	total
crême	1,411 pouds	—	—	—	1,411 pouds
fromage	4,327 pouds	—	5	—	4,332 pouds
oeufs	14,440,994 pièces et 280 pouds	165,500	—	—	14,606,494 pièces et 280 pouds
d) poissons est urgeons frais					
	1,632 à la Cour	—	100	—	1,732 } Sterledi vivans
	1,700 aux part.	—	400	—	2,100 } Sterledi vivans
autres espèces de poissons frais	1,1[illegible]4,5[illegible]1 pièc	31,000	3,900	4,912	1,184,343 pièc.
poissons salés et fumés	178,187 pièc.	8,080	—	—	178,267 pièces
	992 tonneaux	150	398	—	1,540 tonnaux
	1,385 sacs	—	—	—	1,385 sacs
	4,0[illegible]6 pouds	7,969	1,400	9,170	22,605 pouds
harangs	232 tonneaux	—	—	—	232 tonnaux
caviar	130 pouds	3,514	40	—	4,684 pouds
	3 tonneaux	5	6	—	14 tonneaux
écrévices	195,000 pièces	—	—	—	195,000 pièces
e) draps	1,085 pièces	18 pièces	—	—	1,103 pièces et
	200 arschines	3,2[illegible]6 arch.	—	—	3,416 arschines
bure (woilok)	3000 pièces	—	—	—	3000 pièces
f) cuirs	2,057 pouds à la Couronne	—	1,250	—	3,307 pouds
	5,430 pouds	26,196	—	—	31,626 pouds
	708 kip	386	—	—	1,194 kip
	2,191 pouds	2,201	—	—	4,392 pouds
	7,410 pièces aux particuliers	—	—	—	7,410 pièces
g) suif	100 tonneaux	334	—	—	434 tonneaux
	1,629,6[illegible]0 pds.	6,939	—	1,500	1,635,119 pds.
chandelles	23,870 pouds	1,622	—	—	25,492 pouds
savon	6,987 pouds et 15 caisses	29,991 et 540 sacs	—	—	36,978 pouds 15 caiss. et 540 sacs
h) plumes et duvet	102 pouds	—	—	—	102 pouds
crins	1,776 pouds et 13 sacs	3,350	—	—	5,126 pouds et 13 sacs
i) pelleteries	—	—	42,000 pièc.	—	42,000 pièces

Il résulte de ce tableau : 1) que les communications par eau qui aboutissent au canal de Wischnei-Wolotschok sont les plus importantes pour l'industrie agricole et manufacturiere, celui de Tichwin l'est surtout pour l'industrie forestière, et pour quelques productions du regne minéral et végétal, le canal de Marie sert surtout à l'industrie forestière et aux mines, les pelleteries sont la marchandise la plus importante du regne animal,

2) que les marchandises les plus considérables du regne végétal étoient :

grains . . 649,321 tschetwerts,
farine de seigle 862,345 —
lin, chanvre et rebut 2,306,077 pouds,
foin et paille . . . 993,340 —
planches 1,428,795 pièces,
bois de chauffage 297,825 sachènes,
charbons 305,816 tschetwerts,
ustensiles en bois 274,109 pièces,
nattes . . 393,986 —
eau de vie 490,366 sceaux,
toiles ordinaires 1,745,365 arschines ;

celles du regne animal :

oeufs .	14,606,494	pièces,
poissons frais	157,197	—
— — salé	186,267	—
cuirs .	64,924	pouds,
suif .	1,637,619	—
chandelles	55,492	—
savon .	29,978	—

3) que les objets sur lesquels le commerce de l'intérieur pour St. Pétersbourg roule principalement sont ou des premieres matières: grains, lin et chanvre, foin et paille, bois de chauffage; ou des produits manufacturés; farine, huile de lin, planches, charbons, ustensiles en bois, nattes, eau de vie, fer en barres, sel, cuirs, suif, chandelles, savon (on doit remarquer la petite quantité de chandelles en comparaison du suif); les toiles, la verrerie et le cuivre monnoïé tiennent encore le plus aux manufactures. Le grand commerce roule donc toujours ou sur des produits bruts ou grossièrement manufacturés.

4) Toutes les marchandises importées par le canal de Wischnei-Wolotschok ont été estimées à 75,099,369 r.
celles qui ont passé le canal de Tichwin à 9,153,694 —
et enfin celles qui ont été transportées par
le Canal de Marie à 5,381,252 —
total 89,634,315 r.

5) Ont hiverné: au port de Ribinsk

pour la valeur de . .	1,186,075 r.
à Wischnei - Wolotschok pour . .	305,486 —
à Tichwin pour . . .	353,832 —
et sur le canal de Marie pour . .	1,365,037 —
	3,210,430 r.

Les plus grandes difficultés se trouvent donc au passage depuis Wischnei - Wolotschok à St. Pétersbourg et puis au canal de Marie.

Les principales marchandises qui ont eu ce sort étoient: la farine de seigle

41,771	tschetwerts	à Ribinsk,
5,307	—	à Wischnei - Wolotschok,
15,396	—	sur se canal de Marie,
62,474	tschetwerts,	

comme la quantité qui a passé le canal de Marie étoit de 49,959 tsch. il resulte que près d'un tiers de cette farine a du hiverner, les autres quantités ne sont pas considérables. Farine de froment

4,450	tschetwerts	à Ribinsk,
4,601	—	à Wischnei - Wolotschok,
7,855	—	sur le canal de Marie,
20,791	tschetwerts.	

La quantité qui est restée sur le canal de Marie est encore la plus considérable.

Tout le froment qui a passé par Tichwin et le canal de Marie a du hiverner, à Ribinsk sont restés 16,290 tschetwerts, le seigle a eu le même sort, il en est resté en route 19,330 tschetw.; 99,104 pouds de sel à la Couronne sont restés sur le canal de Marie et 94,315 pouds aux particuliers, 12,897 sceaux d'eau de vie.

A Wischnei-Wolotschok ont hiverné 5951 pouds de fer et 6500 tschetw. de charbons.

De 69,200 pouds de foin à la Couronne 42,000 sont restés à Wischnei - Wolotschok, 625,001 pouds de Tschougoun sur le canal de Marrie.

6) Le commerce de l'intérieur pour St. Pétersbourg par les communications par eau montoit donc en 1813 à la somme de 92,844,745 roubles.

L'*exportation* de St. Pétersbourg pour l'intérieur par le canal de Wischnei - Wolotschok montoit

	à	699,672 r.
celle par le canal de Tichwin .	à	8,261,165 r.
et enfin celle qui s'est fait par le canal de Marie	à	43,840 r.
	total	9,004,677 r.

ce qui fait moins d'un neuvième de l'importation réelle-

ment arrivée au port de St. Pétersbourg, le surplus a été en partie consommé à St. Pétersbourg, mais la plus grande partie a passé dans l'étranger. Le canal de Tichwin est le plus intéressant pour l'exportation dans l'intérieur.

Les principales marchandises exportées de St. Pétersbourg pour l'intérieur consistoient en sucre, dont 521 pouds par le canal de Wischnei-Wolotschok

29,090 par Tichwin,
276 par le canal de Marie,
29,887 pouds de sucre;

en caffé, 2,775 pouds par Tichwin,
85 par le canal de Marie,
2,860 pouds de caffé,

en huile de lin, 1,206 pouds par Wischnei-Wolotschok,
778 — par Tichwin,
238 — par le canal de Marie,
2,222 pouds d'huile,

en vins par Wischnei-Wolotschok et par Tichwin

3 Oxhofds	—	—	51,
49 tonneaux	—	—	1,266, 21 pipes et 44 ancres,
50 sceaux	—	—	735,
37 caisses	—	—	208,

40 bouteilles — — 500,
428 pouds — — 8,368 et 9,600 bouchons, par le canal de Marie n'ont passé que 5 ancres et 50 pouds.

Différentes provisions de bouches pour la table par Wischnei-Wolotschok 200 pouds, par Tichwin 135 pouds et pour la valeur de 17,807 roubles, par le canal de Marie pour 7000 roubles.

Citrons: par Tichwin 179 caisses, 738 pouds, 1124 pièces et par le canal de Marie une caisse.

Cottons par Tichwin 21,512 pouds.

Manufactures russes pour Wischnei-Wolotschok pour la valeur de 3000 roubles et 1100 Touloupes, verrerie 2000 pièces, ustensiles en terre glaise 500 corbeilles.

Du campher, du salmiac, de la quassia par Tichwin 12,731 pouds.

De l'étain par Wischnei-Wolotschok 50 pouds et par Tichwin 9,540 pouds.

4,313 pouds de plomb et 229 pouds de cuivre, des couleurs: par le premier canal 32 pouds et 385 pouds de Sandal; par le second 8,032 pouds, 4 tonneaux, enfin 17,295 pouds de Sandal.

Des meubles: 135 pouds par Tichwin et 103 caisses, par Wischnei - Wolotschok 72 pièces, 46 caisses, et 200 pouds de bois rouge.

Des médicamens par le même canal 790 pouds.

De l' huile d'olive 17 pouds par Wischnei - Wolotschok et 2839 par Tichwin.

Des instrumens de jardinage par Wischnei - Wolotschok pour 2000 roubles.

L'exportation consiste donc surtout ou en provisions de table ou en matériaux pour les fabriques de l'intérieur.

Le revirement de l'exportation et de l'importation montoit à 101,849,422 roubles.

II.

Commerce de l'intérieur par eau pour Moscou.

Nous presentons sur l'importation et l'exportation de Moscou en tant qu'elle s'est faite par les rivières Occa et Moskwa le tableau suivant, qui intéresse surtout quand on pense au desastre arrivé à cette ville en 1812.

Marchandises	Importation	Exportation
1. *du regne végétal*		
a) froment	121,184 tschetwerts	9,660
seigle	21,499	—
avoine	13,228 tschetw. à la C. et	—
	120,231 aux particuliers	
	133,459 tschetwerts	
b) farine de seigle	8,792 kouls à la Cour:	—
	199,224 aux particuliers	—
autr. espèc. de farine	10,612 sacs	
c) Mil, sarrásin et rebut	49,650 kouls et 2,300 tsch.	—
poix	2,009 tschetwerts	—
d) chanvre et rebut	5,944 pouds	—
	—	—
semailles de lin	377 pouds	—
huile de lin	37,671 pouds	—
e) foin et paille	67,677 pouds	—
f) bois		
de construction	110,207 pièces	—
	754,197 planches fortes	—
	194,575 planches menues	—

Marchandises	Importation	Exportation
portes et fenêtres	686 pièces	—
bois de chauffage	2,461 toises	—
papiers pour tapisseries	72,661 pièces	—
bois pour des tonneaux	600 pièces	5,000
g) tabac en feuilles	280 pouds	—
h) syrop et miel	1,988 pouds	—
i) potasse	16,765 pouds	4,000
de la poix	12,370 pouds	—
goudron	1,491 tonneaux	—
charbons	100 tschetwerts	—
k) ustensiles en bois	2,984 pièces et 2,991 caiss.	12,557 pièces
nattes	105,400 pièces	850
l) eau de vie		
de grains	15,073 tonneaux	—
de raisins	602 tonneaux	6,050
vinaigre	5 tonneaux	—
m) toiles et toileries	5,250 pouds à la Couronne	—
	191,000 aux particuliers	—
fils	8,644 pouds	—
bois de sandal	—	1,600 pouds
cannes	200 pouds	—

Marchandises	Importation	Exportation
n) meubles	1,200 pouds	1,000
bois de palme	4,375 pouds	—
2. *du regne minéral*		
a) pierre de taille	—	2,740 pièces
albâtre	1,033,900 pouds	—
terre glaise	21,880 pouds	—
craie	37,700 pouds	—
verrerie	538 caisses	133
tuiles	142,500 pièces	1,500
potterie	13,773 pouds	—
cubes	—	900 pouds
b) fer		
en barres	584,938 pouds	—
tschougoun	2,565 pouds	—
armes à feu	1,290 pouds	—
acier	5,823 pouds	—
fer blanc	71 pouds	—
c) cuivre	16,357 pouds	—
monnoie	15,000 tonn. et 306 pouds	—
d) étain	583 pouds	—
souffre	2,553 pouds	—

Marchandises	Importation	Exportation
e) sel	77,757 kouls à la Cour:	—
	1,085 aux particuliers	—
f) cire d'Espagne	—	3000 pouds
3. *du regne animal*		
viande salée	106,000 pouds	—
poissons frais	pour 24,064 roubles	—
salés, fumés, séchés	35,200 pouds	—
caviar	197 pouds	—
cuirs de Russie	8,792 pièces	3,731
— ordinaires	4,300 pouds	3,000
— pour meubles	—	3,000
suif	15,215 tonn. à la Cour:	—
	600 pouds aux particul.	—
chandelles	280 caisses	—
savon	2,255 pouds	—
manufactures de laine	12,153 pouds	—
drap	—	2,000 pouds
pommade	—	4000 pouds

Il resulte de ce tableau que les principaux articles de l'importation ont été naturellement ou des provisions de bouche ou des matériaux pour la construction des mai-

sons. Dans l'exportation se trouvent quelques articles qui paroissent avoir été sauvés de la ruine générale comme la cire d'espagne, la pommade, les eaux de vie de raisins, d'autres prouvent l'industrie renaissante comme les draps, les cuirs, les meubles, les ustensiles en bois, les futaies pour les tonneaux.

L'importation de Moscou en 1813 montoit
à 34,960,018 roubles,
L'exportation à 2,078,972 —
total 37,038,990 roubles.

La disproportion entre l'importation et l'exportation est l'effet naturel des besoins de la ville dans la première année après l'incendie. Le total est très considérable, vu que Moscou avoit perdu par l'incendie de 1812 2,041 maisons en pierre et 3,965 maisons en bois sur une totalité de 2,567 maisons de pierre et de 6,591 maisons en bois et que d'une population de 250,000 âmes avant l'entrée de l'ennemi elle étoit reduite le 13 Décembre
1812 à 30,739 hommes,
et à 20,579 femmes,
51,318 habitans.

La population avoit augmentée pendant l'année 1813, d'a-

près le rapport du Décembre 1813 à 102,504 hommes,
et 59,472 femmes,

161,976 habitans.

La perte de cette capitale en 1812 passe 500 millions de roubles.

Nous ajoutons encore quelques données intéressantes du tableau général de police sur l'année 1813.

L'importation par eau occupa 1749 bâtimens, dont

12 chargés de froment,
37 de farine,
73 de mil, sarrasin, rebut et poix,
51 d'avoine,
23 de foin,
168 de bois de construction,
103 de sel et
1,282 de différentes marchandises,

1,749 bâtimens.

Vraisemblablement que l'exportation s'est fait en grande partie sur les mêmes bâtimens.

Par terre on avoit amené:

5,141 tschetwerts de froment,
27,399 kouls de farine,
10,648 — de mil, sarrasin etc.

28,410 — d'avoine,
123,611 pouds de foin et paille,
5,868 — de viande salée,
896,786 toises de bois,
1,021,825 pouds de différentes autres marchandises.

On voit par ces données que le commerce par terre reprend de nouveau. La situation heureuse de cette capitale pour le commerce, les anciennes liaisons commercielles, le patriotisme de la noblesse, qui prefére surtout le sejour de Moscou, contribueront infiniment à son retablissement. L'année 1813 en donne déjà la preuve, car on est parvenu à reparer pendant cette année

919 maisons ruinées, en pierre, à batir de nouveau 74 maisons en pierre, et à construire
1,187 maisons en bois

2,180 maisons, malgré

la difficulté d'avoir pour le moment des matériaux et des ouvriers et malgré la cherté excessive qui devoit nécessairement résulter de ce manque.

Une autre preuve du commerce renaissant, du retour du plus grand nombre des habitans et d'une activité extraordinaire à relever l'ancienne capitale de la Russie de ses cendres donne le nombre de gros betail arrivé à la ville,

il monte à 72,899 têtes et le menu betail à 52,006 têtes

L'histoire en decrivant le desastre de Moscou et ses suites voudra savoir quel fut le nombre de naissances et de décés aprés une devastation unique dans les annales du 19me siècle? Je depose cette donnée ici à cause de son grand intérêt quoiqu'elle est étrangère à mon sujet.

Pendant l'année 1813 le nombre des naissances étoit

de 2,498 garçons
et de 2,663 filles
5161 naissances.

Le nombre des decés étoit de

2,447 hommes faits
1,910 garçons
4,357 hommes
2,070 femmes et filles d'un âge mûr
1,576 filles mineures
3,646 femmes

total des decés 8,003.

Les décès surpassoient donc les naissances de 3,842. Cette mortalité est assurement très grande, elle s'explique par les affreux détails sur les decombres de cette ville, mais pourtant ce n'est pas l'épidémie qu'on avoit lieu de craindre, vu le nombre prodigieux de corps morts enfouis

dans les caves, dans les puits et dans les ruines. Rien ne prouve mieux l'activité du Gouvernement et le zèle des habitans que les mesures prises pour empêcher l'épidémie et l'exactitude à les exécuter.

III.

Commerce de l'intérieur pour Riga.

Ce commerce se fait par le canal de Beresina et par la Duna. C'est un commerce d'importation :

Marchandises	par le Canal de Beresina	sur la Duna	total
1. *du regne végétal*			
a) grains			
froment	400 tschetw.	33	433 tsch.
seigle	—	2,543 à la C.	2,543 —
		10,389 aux p.	10,389 —
			12,932 —
orge	—	400	400 tschetw.
avoine	400 tschetw. aux particul.	104,455 tsch. à la Couronne	114,305 tsch.
		5,450 aux p.	
b) farine			
de seigle	—	91,601 kouls à la Couronne	—
	2,509 aux p.		—

Marchandises	par le Canal de Beresina	sur la Duna	total
autres espèces de farine	—	65 kls. 9,765 pouds aux p.	65 kouls et 9,765 pouds
c) Mil, sarrasin et rebut	—	20,968 tsch. à la Cour: 17 kouls aux particul.	20,968 tsch. et 17 kouls
poix	—	1,242 tsch. aux particul.	1,242 tsch.
d) lin	—	22,390 pouds	22,390 pouds
chanvre	—	270,391 p.	270,391 pds.
semailles de lin	—	6,458 kouls	6,458 kouls
huile de lin	—	1,255 pouds	1,255 pouds
e) bois			
mats	—	11 pouds	11 pouds
planches	—	14,516 pièc.	14,516 pièc.
planchettes	—	60,360 pièc.	60,360 pièc.
potasse	—	650 pouds	650 pouds
écorce de tilleuil	—	2,600 pouds	2,600 pouds
nattes	—	5,420	5,420

Marchandises	par le Canal de Beresina	sur la Duna	total
foin et paille	—	1,400 pouds	1,400 pouds
ustensiles en bois	—	27 pièces	27 pièces
tabac	80 pouds	37,785	37,865 pouds
papiers à écrire	789 rames	—	789 rames
syrop et miel	—	60 pouds	60 pouds
oignons	—	55 kouls	55 kouls
2: *du regne minéral*			
craie	—	100 pouds	100 pouds
fer. en barres	—	100 pouds aux particul.	100 pouds
fondu	—	100 pouds	100 pouds
sel.	250,135½ pds. aux particul.	93,300 pouds	345,435½ pds.
verrerie	—	152 caisses et 1,200 pouds.	152 caisses et 1,200 pouds
3: *du regne animal*			
viande salée	—	600 pouds aux particul.	600 pouds
beurre	—	207½ pouds	207½ pouds
suif	—	6,070 pouds	6,070 pouds
chandelles	—	20 pouds	20 pouds
savon	—	1,555 pouds	1,555 pouds

Marchandises	par le Canal de Beresina	sur la Duna	total
harengs	—	70 pouds	70 pouds
plumes et duvet	—	180 pouds	180 pouds
cuirs de Russie	—	4,400 pièces	4,400 pièces
manufactures de laine	—	10 pouds	10 pouds

Les marchandises qui ont passé le canal de la Beresina ont été évaluées à 640,441 r.
Celles qui ont passé sur la Duna à 7,469,236 –
8,109,677 r.

Ce tableau est bien triste. Riga étoit l'entrepôt pour les marchandises des provinces polonoises, ces provinces ont beaucoup souffert par l'invasion de 1812, la ville elle même étoit en état de siége et a perdu ses fauxbourgs. En comparant les tableaux du commerce de Riga et de Moscou il resulte que cette derniere ville se relevera beaucoup plus facilement de ses pertes que la premiere.

La Duna est toujours la principale route, le canal de la Beresina a servi dans cette année (qu'on ne sauroit prendre pour exemple) au commerce en sel. Les cargaiçons à la Couronne pour l'entretien des trouppes étoient naturellement les plus considerables.

IV.

Commerce sur le Niemen.

Ce commerce est un commerce d'exportation pour l'étranger sur le Niemen et sur le canal d'Oginsky.

Marchandises	qui ont passé le can. d'Oginsky	la rivière Niemen	total
1. *du regne végétal*			
a) grains			
froment	223 tschetw.	3,091	3,114 tsch.
seigle	—	4,730	4,730 —
orge	50	576	626 —
avoine	1,600	7,411	9,011 —
b) farine de seigle	244 kouls	4,848	5,092 kouls
c) mil, sarrasin et rebut	97 kouls	690	787 —
poix	—	67	67 —
d) biscuit	—	18,638 pouds	18,638 pouds
poutres de toutes espèces	9,397 pièces	234,242	243,639 piéc.
planches	16,192 piéc.	—	16,192 —
bois de chauffage	—	179 saschèn.	179 saschènes
pièces de chéne	2,125 pièces	5,679	7,804 pièces
lin	—	81 berkowetz	81 berkow.

Marchandises	qui ont passé le can. d'Oginsky	la rivière Niemen	total
semailles de lin	—	1,875 kouls	1875 kouls
huile de lin	—	218 tonneaux	218 tonneaux
		589 demi-ton.	589 demi-ton.
		120 berkow.	120 berkow.
chanvre	—	2,875 berk.	2,875 berk.
		1,787 rebut	et 1,787 rebut
houblon	—	175 pouds	175 pouds
potasse	75 tonneaux	164 pouds	164 pouds
		159 tonn. et	234 tonn, et
		102 demi-ton.	102 demi-t.
eau de vie	31,030 sceaux	2,875 sceaux	33,905 sc.
de grains	1,211½ berk.	24 kouls et	24 kouls et
		632½ berkow.	1,743½ berk.
tabac	32,895 kouls	—	32,895 kouls
	et 78 kortzow		et 78 kortzow
2. *du regne minéral*			
fer	65 pouds et	—	65 pouds et
	540 barres		540 barres
3. *du regne animal*			
beurre	—	218 demi-ton.	218 demi-ton.
suif	—	35 t. 1,584 bz.	35 t. 1584 b.
	40 pouds	et 3 pouds	et 43 pouds

Marchandises	qui ont passé le can. d'Oginsky	la rivière Niemen	total
chandelles	—	405 pouds	405 pouds
savon	—	460 pouds	460 —
cuirs	940 pièces	3,631 pièces	4,571 pièces
plumes et duvet	—	32 pouds	32 pouds

Les marchandises qui ont passé le canal d'Oginsky ont été évaluées à 421,892 r.
et celles qui ont passé le Niemen à 1,675,046 —

2,096,938 r.

Les évènemens de la guerre ont ruiné ce commerce autrefois très florissant, on n'apperçoit que ses ruines aux titres des principales marchandises. La route naturelle du Niemen est toujours la plus fréquentée.

V.

Commerce d'Astrachan sur la Volga.

Ce commerce se fait sur la Volga et se partage en commerce d'importation et d'exportation.

Marchandises	Importation	Exportation
1. *du regne végétal*		
a) grains		
avoine	7,987 tschetw. à la C. et 22,552 aux particuliers	—
orge	2,000 tschetwerts	—
maïs	2 —	2,450 pouds
poix	3,905 pouds	—
lin	30 corbeilles 10 faisceaux	—
chanvre	502 pouds	—
toiles fines	10 balles	—
— grosses	1,156,050 arschines	—
canevas	3,000 —	—
nanquins	235 balles	—
perses ordinaires	10,300 pièces	—
filets	15,840 pièces	—
sabots	3,100 paires	—
ustensiles en bois	19,896 pièces	—
coffres	1,530 pièces	—
roues et tout ce qu'il faut pour les chariots	1,573,621 pièces	—
cordages pour l'équipement des vaiss.	238 pouds	—

Marchandises	Importation	Exportation
chariots	846	—
bois de sandal	3,163 pouds	100 pouds
bois de perse	—	400 pouds
cannes	—	400 pouds
amadou	54 pouds	—
verges pour les bains russes	134,200 pièces	—
poivre	—	182 pouds
semailles de melons d'eau	—	15 pouds
planches de bois de cyprès	—	450 pièces
fils	1,385 pièces	—
corderies	3,442 pièces et 25,500pds.	2,650 pouds
sémailles de lin	735 kouls	—
huile de lin	890 pouds	—
tabac	10,240 pouds	—
b) bois		
de chauffage	22,851 sachènes	—
poutres	28,635 pièces	—
planches	45,475 —	—
planchettes	24,140 —	—
portes et fenêtres	1,600 —	—

Marchandises	Importation	Exportation
écorce de tilleuil	84,100 pièces	—
potasse	—	25 pouds
goudron	9,695 pouds	—
de la poix	5,300 —	—
charbons	8,300 —	—
nattes	50,180 pièc. à la Cour: et	—
	46,000 aux particuliers	—
vinaigre	1,200 sceaux	—
eau de vie de grains	67,343½ sceaux à la C.	—
	44,274½ aux particul.	
de raisins	16,080 sceaux	79,477 sc.
raisins	—	3000 pds. et
		1,761 bouteil.
thé	2,712 pouds	—
caffé	642 pouds	—
syrop et miel	1,670 pouds	—
bougies	100 pouds	—
sucre	—	155 pouds
cottoneries	1,149 pouds	25 —
papiers	495 rames	15 balots
oignons et aîl	345,000 tresses	—
craquelins	318 pouds	—

Marchandises	Importation	Exportation
différens fruits	20 pouds	25 pouds
2. *du regne minéral*		
acier	—	200 pouds
fer en barres	62,234 pouds	1,044 pouds
fondu	300 pouds	250 —
ancres	—	2,480 —
ouvré	63,180 piéces	—
haches et pioches	6,100 pièces	—
albâtre	16,900 pouds	—
chaux	10,500 pouds	—
craie	5,000 pouds	—
potterie	190,725 corbeilles	—
faiance	9,209 pièces	—
verrerie	145,000 pièces	—
cabarets de Sibérie	500 pièces	—
du camphre et de l'alun	456 pouds	—
étain	405 pouds	—
couleurs	12 pouds	500 pouds
de la naphte	150 pouds	—
pierres à aiguiser	40 pièces	—
armes à feu et munitions	25,000 pouds	21,044 piéc.

Marchandises	Importation	Exportation
poudre à canon	500 pouds	—
cuivre monnoié	100,000 roubles	—
cuivre en barres	8,420 pouds	500 pouds
médicamens	—	560 —
couteaux et four-chettes	240 paires	—
fourneaux	29	—
hameçons	10,700 pièces	—
3. *du regne animal*		
buerre	1,834 pouds	—
poissons, salés, se-chés et fumés	—	1,097,099pd.
caviar	—	71,306 pouds
veaux marins	—	36,663 —
colle de poisson	—	70 —
chandelles	400 pouds	—
savon	140 pouds	—
cuirs de Russie	8,086 pièces	1,1367
semelles	29 pouds	—
bottes et gans	3,750 pièces	—
plumes	37 pouds	—
crins	5,200 pouds	30

Marchandises	Importation	Exportation
cornes de différens animaux	—	360 pouds et 770 pièces
dents d'animaux marins	87 pouds	
pelisses de moutons	—	28,757 pièces
pelleteries	300 pièces	—
gibernes	360 pièces	—
chapeaux	310 pièces	—
soie	77 pouds	—
manufactures de laine	—	40 pouds
gros draps	—	20 —
draps fins	500 arschines et 1 balot	8,000 arschin.

Astrachan a eu cette année le plus grand commerce de l'intérieur par eau après St. Pétersbourg et Moscou. L'importation monta à 12,134,329 r.
et l'exportation à 16,555,947 –
total 28,690,274 r.

La variété des marchandises prouve l'activité du commerce, les grosses toiles, les cordages de toutes espèces, le bois de construction et de rouage, l'eau de vie, les oignons, le fer, la potterie et la verrerie, les armes à feu

furent les principaux articles d'importation. Le poisson salé, fumé et seché, les veaux marins, le caviar, les pelisses de mouton, le cuir de Russie, les armes à feu, le vin, les raisins, les épiceries, les bois et fruits asiatiques étoient les principaux articles d'exportation.

Le commerce d'Astrachan se trouve donc dans un état florissant et paroit avoir peu souffert par la guerre.

VI.

Commerce de Taganrog sur le Don.

Ce commerce se fait sur le Don, il est simplement d'importation.

Marchandises	Importation
1) *du regne végétal*	
farine de seigle	57,200 pouds à la C. 35,300 aux part.
chanvre	pour 82,400 roubles
grosses toiles	pour 600 roubles
fils	pour 600 roubles
cottoneries et toileries	pour 805,000 roubles
poutres et différentes pièces de bois de construction	55,473 pièces et pour 100 roubles

Marchandises	Importation
planches	48,885 pièces
planchettes	250,209 —
écorce de tilleuil	10,555 —
nattes	74,000 —
charbons	460 pouds et pour 22,500 roubles
ustensiles de bois	2,300 pièces et pour 139,650 roubl.
rouages	1,100 pièces
charriots	3,032 pièces et pour 20,700 roubles
futaïes	42,950 pièces
bois de chauffage	870 sachènes
meubles	pour 1000 roubles
amadou	12 pouds
goudron	13,300 pouds
de la poix	53,890 —
vinaigre	pour 2,100 roubles
thé	50 pouds
sucre	155 —
tabac perse	160 —
2) *du règne minéral*	
acier	6000 pouds
fer en barres	57,000 pouds à la C. 953,750 aux p.
— ouvré	pour 52,809 roubles
fauches	4,500 pièces

Marchandises	Importation
haches et pioches	23,000 pièces
cuivre monnoiée	235,000 roubles
armes à feu et munitions	206,000 pouds et 100 pièces
faiance	1,180 pouds et pour 3,500 roubles
potterie	18,000 pièces et 3 corbeilles
fourneaux à tuiles	600 pièces
3) *du regne animal*	
beurre	11,220 pouds
poisson salé, seché et fumé	4,400 pouds
caviar	16,532 pouds
chandelles	300 pouds
pelleteries	50 pouds et 50 balles.

Le commerce d'importation par le Don montoit en 1813 à 4,327,084 roubles, somme assez considérable pour donner les plus belles espérances sur le commerce futur de cette nouvelle ville d'entrepôt.

La farine de seigle, les grosses toiles, toileries et cottoneries, le bois de construction et le bois ouvré pour le rouage ou pour l'usage domestique, le goudron et la poix, le fer de toutes espèces, le beurre et le poisson salé trouvent ici un bon marché.

VII.

Commerce sur les canaux de la Finlande.

Le commerce sur les canaux de la Finlande offre un tableau moins riant. L'importation et l'exportation ne sont pas separées dans mes données, ils presentent donc tout le revirement.

Marchandises	Importation et exportation
1) *du regne végétal*	
farine de seigle	6 kouls
autres espèces de farine	238 kouls
mil et sarrasin	4 kouls et 670 pouds
chanvre	7 pouds
fils	10 pouds 14 livres
cordages	123 pouds
cottoneries	5 pouds
goudron	5 tonneaux
craquelins	35 pouds
citrons	2 caisses, 1 pouds et 10 livres
huile	1 demi-tonneaux
thé	10 livres
caffé	11 pouds et 10 livres
sucre	22 pouds et 24 livres

Marchandises	Importation et exportation
miel et syrop	3 tonneaux
bois de sandal	1 poud
de la chicorée	3 pouds
vin	10 tonneaux
tabac	24 pouds et 532½ berkowetz
2) *du regne minéral*	
fer en barres	6 pouds
— — ouvré	5½ pouds
étain	3 pouds
sel	32 sacs, 40 pouds et 57 tonneaux
verrerie	18 caisses, 16 pouds et 200 pièces
cubes et appareil	39 pièces
3) *du regne animal*	
viande salée	7 pouds
beurre	1,370 tonneaux
différentes provisions de table	140 pouds
chandelles	16 pouds et 20 livres
savon	9 pouds, 5 livres
cuirs	32 pouds, 6 livres
chapeaux	7 pouds 25 pouds
différentes manufactures de laine	600 pouds, 5 livres.

Toutes ces marchandises ne montoient qu'à 169,407 roubles. C'est le commerce par eau le moins signifiant de la Russie.

VIII.

Commerce sur le Dniepre et sur le Dniestre.

La navigation sur les deux fleuves pourvoit les provinces méridionales de la Russie. Le commerce sur le Dniepre est très activ.

Marchandises	qui ont passé sur le Dniepre	sur le Dniestre
1. *du regne végétal*		
grains, froment	45,422 tschetwerts	—
seigle	6,000 —	—
orge	34,800 —	—
poix	300 pouds	—
biscuits	19,027 —	—
bois de construction	45,690 pièces et pour 10,491 roubles	—
bois de chène	11,270 pièces	—
mats	123 pièces à la Cour: et 59 aux particuliers	—
planches	2,700 pièces à la Cour: et 533 aux particul.	2,080

Marchandises	qui ont passé sur le Dniepre	sur le Dniestre
planchettes	543,927 pièces	206,689.
bois de chauffage	1,121 sachènes	pour 635 rbls.
huile de lin	1,460 tonneaux	—
fils	23½ pouds	—
chanvre	20,470 pouds aux partic. et 32,848 à la Couronne	—
cordages	22,798 pouds	—
différentes pièces de bois p. des chariots	2,900 paires	—
goudron	7,053 tonn. et 75 pouds	—
de la poix	754 tonneaux	—
charbons	14,948 tschetw. à la C. et 3,138 aux particuliers	—
sucre	190 pouds	—
nattes	211,016 pièces	—
ustensiles en bois	56,758 —	—
meubles	20 pouds	—
bois de sandal	1,664 —	—
miel et syrop	47 —	—
rouages	29,440 piéces	—
chariots	785 pièces	—
moulins	6	—
fruits	500 pouds	—

Marchandises	qui ont passé sur le Dniepre	sur le Dniestre
tuïeaux de pipes	5,000 pièces	—
eau de vie de		
grains	130,751 sceaux	—
de raisins	190 demi - sceaux	—
cottoneries	2,817 pouds	—
papiers d'écriture	750 rames	—
2. *du regne minéral*		
acier	500 pouds	—
fer en barres	34,384 pouds	—
fondu	1,970 pouds	—
haches et pioches	11,520 pièces	—
étain	21,000 pouds	—
albâtre	4,000 pouds	—
chaux	5,970 pouds	—
de la craie	29,650 pouds	—
sel	1,204,120 pouds	—
du salpetre	—	400 tonn.
glaces	1,500 pièces	—
différentes pièces en		
pierre et en bois		
pour la construc-		
tion des moulins	600 pièces	—
pierre à aiguiser	15,400 pièces	—

Marchandises	qui ont passé sur le Dniepre	sur le Dniestre
armes à feu et munitions	118,403 pouds	—
médicamens	31 caisses	573
cheminées de gypse	500 pièces	—
3. *du regne animal*		
viande salée	2,000 pouds	—
beurre	50 pouds	—
poissons, salés, sechés et fumés	880 pouds	—
caviar	120 pouds	—
suif	5,950 pouds	—
chandelles	270 pouds	—
savon	1,180 pouds	—
habits russes	62 pièces	—

Les marchandises qui ont passées le Dniepre montoient à 9,760,635 r. celles qui ont passées le Dniestre à 383,887 –

total 10,144,522 r.

IX.

Commerce des provinces septentrionales.

Ce commerce se fait sur le canal septentrional de Cathérine et sur la Dwina pour Archangel. Cette ancienne route de commerce a encore conservé de son ancien lustre.

Marchandises	qui ont passé le canal septent de Cathérine	sur la Dwina
1. *du regne végétal*		
grains, froment	—	42,688 tschetw. 1,146 sacs et 23 livres
seigle	477 tscht. et 5,690 pouds	15,237½ tsch. et 7452 pds.
orge	10 tschetw.	1,655½ et 667 pouds
avoine	—	8,867 tschetwerts
foin et paille	—	2,185 pouds
poix	—	26 tschetw. et 6,403 pouds
craquelins	—	403 pouds
lin	—	24,678 pouds
sémailles de lin	—	35,988½ kouls et 9,403 pds.
huile de lin	—	1,835 pouds
chanvre	—	pour 104 r. et 21,815 pouds 1,287,000 faisc. aux part. et 9,064 à la Couronne

Marchandises	qui ont passé le canal septent. de Cathérine	sur la Dwina
fils	—	100 pouds
thé	5 caisses	146 et ponr 20,475 roubl.
sucre	—	80 pouds
fruits	—	pour 228½ roubles
melons d'eau	—	pour 375 roubles
oignons	—	90 kouls et pour 6,992 r.
concombres	—	470 pièces et pour 2,963 r.
noisettes	—	579 pouds
tabac	—	227½ —
pommes	—	pour 1,890 roubles
pommes de terre	—	23 kouls
houblon	—	156 pouds
de la cire	—	82 —
bois de chauffage	—	3,624 sachènes
poutres	—	59,798 pièces
planchettes	—	4,800 —
goudron	—	816 sceaux 1,205 tonneaux
		816 pouds
de la poix	—	1,753 tonn. 2,247 sceaux
potasse	—	1,119 pouds
nattes	—	5,086 pièces
vinaigre	—	68 sc. 2 tonn. et pour 1140 r.

Marchandises	qui ont passé le canal septent. de Cathérine	sur la Dwina
eau de vie	—	723 sceaux à la Couronne
		101,584 aux particul.
vin	—	pour 1,520 r. 303 sceaux,
		1,500 bouteilles
bierre	5 tonneaux	—
cottoneries	—	17 pouds et pour 47,594 r.
papiers d'écriture	—	100 rames et pour 4,500 r.
toiles	—	16,107 arsch. à la Cour.
		299,230 aux particuliers
écorce de saules	—	3,422 pouds
ustensiles en bois	—	882 pièces et pour 264 r.
Rouages et tout ce qu'il faut pour les chariots	—	12 pièc. compl. et pour 275 r.
meubles	—	pour 470 roubles
bois de sandal	—	646 —
chariots	—	23
futaïes	—	10,980 pièces
2. *du regne minéral*		
sel	250 pouds	12,691 kouls à la Cour. et
	aux partic.	150,191 pds. 12,065 aux p.
acier	—	44 pouds

Marchandises	qui ont passé le canal septent. de Cathérine	sur la Dwina
fer en barres	7,055 pouds	89,854 pouds
— — ouvré	285 —	—
— — fondu	120	2,645
fauches	11,056	190 pièces, 484 pouds
albâtre	—	3,308 pouds
chaux	—	1,000 pouds et pour 300 r.
craie	—	715 pouds
terre glaise	—	14,408 pouds
glaces	—	198 caisses
faiance	—	pour 5,756 roubles
camphre et alun	—	31 pouds
pierre à aiguiser	575 pièces	—
armes à feu	—	739½ pouds
médicamens	—	325 pouds
cire d'espagne	—	75 —
sommavares	—	113 pièces
formes pour les fabriques à sucre	—	pour 24,055 roubles
orgues	—	1
3. *du regne animal*		
vaches, veaux et cochons	—	5,966 têtes

Marchandises	qui ont passé le canal septent. de Cathérine	sur la Dwina
chevaux	—	32 têtes
viande salée	—	2,090 pouds 12 livres
beurre	2,908 pouds et 35 livres	—
oeufs	—	2,500 pièces
poissons	—	70 pouds
caviar	—	162 —
suif	18,120 pouds	4 tonneaux, 109,589 pouds, 35 livres
chandelles	—	4,457 pouds
savon	—	1,993 —
cuirs de Russie	—	pour 9,149 r. et 5,598 piéc. aux part. 5,699 à la Cour.
bottes et gans	—	pour 5,480 r. et 950 pièces aux particuliers
équipages de soldats	—	826 pouds et 3,965 à la C.
cuirs pour meubles	—	100 pouds
plumes et duvet	35 pouds	11,708 —
dents d'animaux marins	—	3,000 pouds
crins de chéval	—	1,520 pouds
écureils	—	pour 80 roubles

Marchandises	qui ont passé le canal septent. de Cathérine	sur la Dwina
peaux de cygne	—	802 pièces et pour 1,150 r.
peaux de lievre	—	76,500 piéc. et pour 1,062 r.
peaux et pelleteries	—	pour 8,626 roubles
martres zibelines	—	32 pouds
petit - gris	—	20,600 piéces
pelisses de moutons	—	3,130 pièces
chapeaux	—	50 pièces et pour 487 rbls.
manufactur. de laine	—	pour 21,550 r. et 40 tapis
draps fins	—	27 piéc. à la C. et 3,392 ars.
		et 9,131 pièces aux partic.

La valeur des marchandises importées sur le canal de Cathérine montoit . . . . à 286,672 r.
celles des marchandises qui passerent la Dwina . . . . à 9,046,099 –

9,332,771 r.

Archangel la rivale de St. Pétersbourg, est assurement bien tombée de son ancienne grandeur, mais pourtant son commerce est encore considérable.

X.

Commerce de Sibérie.

Le commerce le plus considérable par eau se fait sur le Tobol, puis sur l'Irtisch et enfin sur la Toura.

Marchandises	qui ont passé l'Irtisch	la Toura	total
1. *du regne végétal*			
grains: froment	1,320 sacs	—	—
seigle	—	500 pouds	—
avoine	2,864 tschw.	—	—
toiles	—	14,000 arsch.	—
nanquin	—	—	18,689 caiss.
cordages	—	pour 200 r.	—
poutres	—	5,000 pièces	—
bois de chauffage	pour 670 r.	500 saschèn.	—
goudron	—	662 pouds	—
eau de vie de grains	25,929 sceaux	—	—
vins	pour 7,122 r.	2,000 roubles	—
thé	—	—	1,707 caisses
2. *du regne minéral*			
fer en barres	pour 3000 r.	—	—
armes à feu	—	9,869 pouds	—

Marchandises	qui ont passé l'Irtisch	la Toura	total
terre glaise pour la potterie	—	—	p. 236,575 r.
chaux	—	76,000 pouds	—
sel	1,495,390 pds. à la Couronne 8,600 aux p.	253,630 p.	—
étain	—	100 pouds	—
glaces	—	pour 500 rbls.	—
3. *du regne animal*			
viande salée	370 pouds	—	—
poissons salés	—	250 pouds	—
os de Mammouth	—	—	25 pièces
cuirs de Russie	pour 18,000 r.	—	—
peaux et pelleteries	—	—	p. 130,069 r.
différentes manufactures de laine	pour 55,702 r.	p. 101,864 r.	p. 51,200 r.
draps	pour 560 rbls.	—	—

La valeur des marchandises qui ont passé l'Irtisch est marquée à 1,787,336 r. celles qui ont passé la Toura
à 507,407 — et celles qui ont passé le Tobol
à 11,600,236 —

13,924,979 roubles.

D'après cette donnée le tableau des marchandises paroit imparfait, mais cette imperfection même garantit son authenticité, vu qu'on a rien osé marquer dans le tableau surquoi on n'avoit pas reçu les rapports officiels.

Resumé.

Le commerce de l'intérieur de la Russie qui s'est fait par eau pendant l'année 1813, année qui suivoit après celle de l'invasion de l'ennemi, ruineuse surtout pour le commerce de Riga et de la Pologne montoit pourtant en marchandises arrivées à leur destination à 212,473,636 r.

Nous faisons abstraction de toute reflexion à faire sur cette donnée importante jusqu'à ce que nous serons en état de donner un pareil tableau sur le commerce de l'intérieur par terre.

Les grandes routes de commerce par eau se classifient d'après la valeur des marchandises comme suit:

I. St. Pétersbourg: Importation		
par Wischnei-Wolotschok	75,099,369	r.
par Tichwin	9,153,694	–
par le canal de Marie	5,381,252	–
total	89,634,315	r.

Exportation		
par Wischnei-Wolotschok	699,672	r.
par Tichwin	8,261,165	–
par le canal de Marie	43,840	–
total	9,004,677	r.
marchandises qui ont hiverné	3,275,430	–
grand total	101,914,422	r.

II. Moscou :	Importation	34,960,018	r.
	Exportation	2,078,972	–
		37,038,990	r.
III. Astrachan:	Importation	12,134,329	r.
	Exportation	16,555,947	–
		28,690,276	r.

IV. Provinces méridionales

Navigation sur le Dniepre	9,760,635	r.
sur le Dniestre	383,887	–
	10,144,522	r.

V. Provinces septentrionales

sur la Dwina	9,046,099	r.
sur le canal de Cathérine	286,672	–
	9,332,771	r.

VI. Riga:	sur la Duna	7,469,236	r.
	sur la Beresina	640,441	–
		8,109,677	r.
VII. Taganrog:	sur le Don	4,327,084	r.
VIII. Navigation	sur le Niemen	1,675,046	–
	sur le canal d'Oginsky	421,892	–
		2,096,938	r.
IX. Sur le canaux de la Finlande		169,407	r.
X. Commerce de Sibérie			
	sur l'Irtisch	1,787,336	r.
	sur la Toura	507,407	–
	sur le Tobol	11,630,236	–
		13,924,979	r.

Grand total avec les marchandises qui ont hiverné 215,759,066 roubles.

Comme l'importation n'est pas partout separée de l'exportation nous ne pouvons évaluer ces deux titres que par approximation:

	Importation:	Exportation:
pour St. Pétersbourg	89,634,315 r.	9,004,677 r.
— Moscou	34,960,018 –	2,078,972 –
— Astrachan	12,134,329 –	16,555,947 –
— Archangel	9,332,771 –	— —

pour Riga	8,109,677 r.	—	—
— Taganrog	4,327,084 —	—	—
sur le Niemen	—	—	2,096,938 —

Le commerce pour les provinces méridionales, celui qui se fait sur les canaux de la Finlande et sur les fleuves de la Sibérie étoit et d'importation et d'exportation, nos données n'offrent que le total.

Mais on voit pourtant par les données où ces deux titres sont distingués que l'importation connue surpassoit environ de $5\frac{1}{9}$ l'exportation. La premiere monte à 158,498,194 r. la seconde à 29,736,534.

Astrachan à l'exportatton la plus considérable, St. Pétersbourg la plus grande importation de l'intérieur.

Comme le prix des marchandises et la valeur de l'argent varient nous ajoutons un tableau général sur toutes les marchandises qui ont passé en 1813 les principaux fleuves et canaux de la Russie.

Ce tableau donne une idée encore plus juste de tout le commerce de l'intérieur qui s'est fait par eau en 1813. Nous avons distingué les marchandises à la Couronne de celles des particuliers pour faire voir la consommation du Gouvernement.

TABLEAU GÉNÉRAL

QUI INDIQUE LA PART QUE CHAQUE BRANCHE DE L'INDUSTRIE NATIONALE A EU DANS LE COMMERCE QUI S'EST FAIT PAR EAU EN 1813.

PAR

C. Th. HERRMANN.

Présenté à la Conférence le 4 Mai 1814.

Observations préléminaires.

1. Les marchandises qui ont été enrégistrées par les employés du département des communications par eau sont marquées dans ce tableau. Ils se trouvent assûrement sur les passages les plus fréquentés, mais il reste toujours bien de routes où il n'y en a point, et beaucoup de distance entre les barrières. Ce tableau fait donc connoître le plus grand nombre de marchandises expédiées par la navigation de l'intérieur, mais pas leur totalité.

2. Ce tableau ne sauroit servir de base pour en tirer des résultats sur le consommation générale de la Russie, même en y ajoutant un pareil sur le commerce par terre, puisque la plus grande quantité de nombre de marchandises est consommée sur le lieu de leur production et dans

ses environs et ce n'est que le surplus qui en est entré dans ce commerc selon la demande du moment. Donc ce tableau doit seulement indiquer combien chaque branche de l'industrie nationale a fourni de surplus au commerce par les communications par eau et c'est toujours une donnée très intéressante.

L'importance de ces communications relativement à chaque branche de l'industrie résulte de ce tableau général, comme l'importance de chaque route en particulier résulte des tableaux inserés dans le Mémoire. On sauroit en conclure qu'une industrie qui emploit peu la navigation intérieure (malgré qu'elle se trouve dans un état florissant) se servira plus de grandes routes par terre.

4. On a distingué les effets à la Couronne pour faire connoître et la part que le Gouvernement a pris à ce commerce et l'importance des communications par eau par son revirement.

Pour ne pas trop multiplier les subdivisions on à ajouté aux principaux tîtres sur la production des premières matières le travail manufacturier le plus simple qui tient à l'industrie agricole et on n'a reservé pour le tître des manufactures que les travaux compliqués qui exigent plus de capital, de connoissances, d'ouvriers et d'instrumens.

Culture de grains.

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
grains: froment	—	271,918 ts. 2568 s.	—
seigle	7,473 tschetw.	68,996½ tscht.	76,469½ tschet.
		et 13,642 pds.	et 13,642 pds.
orge	5 tschetwert	53,403 tschtw.	53,408 tschtw.
		et 667 pouds	et 667 pouds
avoine	346,785 tscht.	530,522 tscht.	877,307 tsch.
maïs	—	2,471 pouds	—
farine			
de seigle	624,357 kouls	778,109 kouls	1,402,466 kls.
	et 181,692 pds.	et 1,203,480 p.	et 1,385,172 ps.
d'autr. grains	4,673 kouls	90,449 kouls,	95,122 kouls
	et 335 pouds	185,204 sacs,	185,204 sacs,
		94,839 pds. et	95,194 pouds et
		13,800 demi-s.	13,800 demi-s.
biscuit	129,076 k. et 18,215 p.	—	—
craquelins	—	1,756 pouds	—
mil et sarrasin	74,520 tschtw.	126,573 kouls,	74,520 tschtw.
	et 71,659 pds.	353 sacs,	126,573 kouls,
		82 demi-sacs,	353 s. 82 demi-s.
		27,869 pouds	et 99,528 pds.
rebut	—	13,679 kouls	—
poix	3,543 tschetw.	19,397 tschtw.	22,940 tschtw.
		et 10,608 pds.	et 10,608 pds.

La part de la Couronne étoit dans ce commerce 322,326 tschetwerts, 758,106 kouls et 271,921 pouds. En admettant le tschetwert et le koul au taux de 9 pds. la consommation du gouvernement en grains a été de 1,110,692 kouls, 944,236½ tschetwerts.

La part des particuliers consistoit en 1,008,910 kouls et 1,355,032 pds., ou en 2,103,705 kouls, outre 188,125 sacs et 13,685 demi-sacs.

D'où il resulte que la Couronne a consommé environ la moitié de ce qui est resté au commerce des particuliers.

Le total de 3,214,397 kouls enrégistrés par les commissaires n'est que la consommation de la Couronne dans ses principaux entrepôts et des particuliers dans les principales villes de l'Empire en y ajoutant ce qui est sorti hors des frontières.

Ce total est très peu signifiant par rapport à la consommation générale qui fut évaluée au Ministère de l'intérieur en 1802 à 66 millions de tschetwerts et en 1804 à 72 millions sur une production totale de 155 millions dans la première année et de 185 dans la dernière. D'où il résulte que la distribution de cette quantité immense de bleds doit se faire par un grand nombre d'autres routes que celles qui sont indiquées dans notre tableau.

Culture des plantes manufacturieres.

Marchandises	à la Cour.	aux particuliers	total
lin	—	440,749 ps. 81 berkz. 40 balles	—
chanvre	41,912 pds.	2,185,750 pds. 2,875 berkz. et 1,287,000 balles	2,227,662 pouds 2,875 berkw. et 1,287,000 balles
rebut	2,047 brkz.	53,706 pds. et 1,787 berkowez	3,834 berkow. et 53,706 pouds
semailles de lin	—	51,746½ kls. 123 sacs, 9,403 pds.	—
huile de lin	—	797 tonn. 589 demi-t. 309,595 pds. 120 berkw.	—
tabac	—	9,819 kls. 1,744 brkz. 56,532 pds. et 40 tonneaux	—

Le gouvernement n'emploit que la moindre quantité de ces productions. La part des particuliers indiquée dans ce tableau est assurement entrée dans le commerce étranger à l'exception de l'huile de lin et du tabac, qui est emploié dans les principales villes de l'Empire. L'importance des communications par eau est très grande pour

ces produits agricoles. Le reste de la production générale, que je ne saurois encore évaluer au juste, mais qui est infiniment plus grande, car elle passe pour le tabac seul un million de pouds, est apprétée sur les lieux par les paysans ou dans les manufactures de toile pour la consommation de l'intérieur et pour le commerce étranger.

Foin et paille-jardinages-fruits étrangers.

Marchandises	à la Cour.	aux particuliers	total
foin et paille	70,600 pds.	999,002 pouds	1,069,602 pds.
noix et noisettes	—	40 tonn. 1036 kls.	—
		150 sacs et pour	—
		4,178 roubles	
concombres salés	—	11 tonn. 400 sc.	—
		1,631,670 conc.	
		et pour 2965 rbls.	
choux aigres	—	7 tonneaux	—
oignons et ail	—	2,152½ kouls,	—
		345,000 chainons	
		et pour 6,992 r.	
racines sucrées	—	1,124 pouds	—
différens fruits	—	48 caiss. 1,468 p.	—
melons d'eau	—	pour 357 roubles	—

Marchandises	à la Cour.	aux particuliers	total
semailles de melons d'eau	—	15 pouds	—
poires	—	31,700 —	—
pommes	—	266 tschetwerts et pour 1,890 r.	—
raisins	—	3,000 pouds	—
champignons	—	1,495 pouds et 23 kouls	—
houblon	—	331 pouds	—
chicorée	—	801 —	—
du thime	—	400 —	—
confitures	—	10 tonn. 6 pouds	—
arbres fruitiers	—	322 pièces	—
capres	—	25 pouds	—
poires	—	182 —	—
thé	—	3,132 pds. 17,381 caiss. 119 demi-c. et pour 20,475 r.	—
caffé	—	8,627 pouds	—
citrons		182 caiss. 739 pds. 1,124 pièces	—
jus de citron	—	790 pouds	—

*

Le foin et la paille comme aussi la plûpart des produits du jardinage est consommée aux environs du lieu de leur production et ce n'est qu'une très petite partie qui entre dans le commerce, sur tout par les communications par eau.

Education des bestiaux-bois étrangers.

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
vaches, veaux et cochons	—	11,415 têtes	—
chevaux	—	32 —	—
viande salée	—	127,178 pouds	—
rennes	—	36,663 —	—
beurre	218 demi-tonn.	25,238 pds. et 60 tonneaux	218 demi-t. 25,238 pds. et 60 tonn.
crême	—	141 pouds	—
fromage	—	4,332 tonneaux	—
oeufs	—	14,608,994 piéc. et 280 pouds	—
crins de chevaux	13 kouls	11,876 pouds	—
cornes de différ. anim. domestiq.	—	410 pouds, 5,770 pièces	—

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
miel	—	7,598 pouds	—
peliss. de mouton	—	172 ball. 612 pds.	—
		36,733 pièces	

Le commerce en bestiaux suit naturellement les routes par terre et ce ne sont que les oeufs qu'on prefère de transporter par eau.

Industrie forestière.

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
poutres	4,868 pièces et	331,635 piéc. et	336,503 piéc.
	243,639 toises	pour 10,591 r.	243,639 t. et
			pour 10,591 r.
planches	14,760 pouces	1,407,268 pouc.	1,422,028 pc.
		850,637 pièces	850,637 piéc.
		16,112 toises	et 16,112 tois.
rebut	7,770 pièces	4,800 pièces	12,570 pièces
planchettes	—	394,271 pièces	—
petites planch. pour stuquer	9,000 pièces	1,281,840 piec.	1,290,840 p.
bois de chêne	146,097 pds. et	—	—
	11,270 pièces		
écorce de chên.	—	7,804 balles	—
mats	123 pièces	—	—

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
écorce de saule	—	16,561 pouds	—
mousse	—	200 —	—
bois de chauff.	66,261 toises	263,165 tois. et pour 1,305 rbls.	329,426 t. et pour 1,305 r.
de la soude	—	2,504 tonneaux	—
potasse	22 demi - tonn.	102 demi-tonn. 692 tonn. et 56,665 pouds	124 demi-ton. 692 tonn. et 56,665 pouds
de la poix	—	71,174 pouds 7,607 tonn. et 7,547 sceaux	—
goudron	875 pouds	35,150 pouds 9,922 tonneaux, 816 sceaux	36,025 pouds 9,922 tonn. 816 sceaux
charbons	183,867 tscht.	148,435 tscht. 460 pouds et pour 22,500 r.	332,302 tsch. 460 pouds et pour 22,500 r.
verges pour les bains russes	—	134,200 pièces	—
bois de sandal	—	24,854 pouds	—
— — perse	—	400 —	—
— — rouge	—	200 —	—

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
bois de palme	—	4,375 pièces	—
— — cypres	—	450 planches	—
noix de galle	—	4,206 pouds	—

L'importance des communications par eau paroit ici plus grande, mais toujours ce n'est que la consommation des Capitales et de quelques grandes villes.

La chasse et la pêche.

Marchandises	aux particuliers
volaille	19,912 paires
plumes et duvet	11,124 pouds
peaux de cygne	882 pièces et pour 1,150 roubles
peaux d'autres oiseaux	925 pièces
pelleteries	42,000 pièces, 900 pouds, 50 balles et pour 138,695 roubles
martres zibelines	82 pouds
petits gris	21,661 pièces et pour 29,600 rbls.
peaux de renards	pour 850 roubles
— — — lievres	76,500 et pour 1,062 roubles
os de mammouth	25 pièces
poisson frais	1,208,407 pièces

Marchandises	aux particuliers
esturgeons frais	2,100 piéc. et 1,732 à la Couronne
poisson salé et fumé	186,267 pièces, 1,540 tonneaux, 1697 sacs, 1,160,244 pouds
harangs hollandois	482 pouds et 2 tonneaux
harangs	232 tonneaux, 70 pouds
caviar	92,001 pouds, 14 tonneaux
colle d'esturgeon	185 pouds
—— ordinaire	2,189 pouds et pour 640 roubles 427 pouds à la Couronne
écrevices	197,000 pièces
dents d'animaux marins	3,087 pouds

Les produits de la chasse arrivent pour la plupart par le trainage, les produits de la pêche ordinaire sont consommés aux environs et ce n'est que le produit des grandes pêcheries qui entre dans le commerce et dont une partie va par eau.

Les salines et les mines.

Marchandis.	à la Couronne	aux particuliers	total
sel	92,108 kls. et 1,943,890 pds.	1,885 kouls, 57 tonneaux, 1,570,240 pds.	93,993 kouls, 57 tonneaux, 3,514,130 pds.
fer en barres	124,000 pds.	2,276,006 pds. et pour 3000 rbls.	2,400,006 pds. et pour 3,000 rbls.
fer en pièces	12,544 pouds, 5 tonneaux	17,396 pièces et pour 52,800 r.	12,544 pouds, 5 tonneaux, 17,396 pièces et pour 52,800 r.
fer fondu	61,584 pouds	13,570 pouds	75,154 pouds
fer blanc	—	120 —	—
acier	—	14,055 —	—
cuivre	—	15,565 —	—
plomb	800 pouds	3,513 —	4,313 pouds
étain	38,257 —	10,681 —	48,938 —
plomb de mine	—	20 —	—
pierre de taille	8080 pièces, 2,100 toises et 5,500 pouds	43,888 pièces, 12,991 toises	51,968 pièces, 15,091 toises et 5,500 pouds

Marchandis.	à la Couronne	aux particuliers	total
albâtre	—	1,063,469 pouds	—
craie	—	77,597 —	—
chaux	—	14,470 tonneaux	—
terre glaise	20,000 pouds	105,204 pouds	125,204 pouds
terre pour la porcelaine	—	13,773 —	—
gypse	—	500 —	—
sable	—	14 toises	—
pièces pour les cabin. de minéralogie	—	500 pouds	—
pierres à aiguiser	—	15,600 pièces, 575 pouds	—
du souffre	—	2,553 —	—
de la naphte	—	150 —	—

L' importance des communications par eau pour le transport des marchandises resulte de leur volume et ce tableau le prouve en le comparant aux autres tableaux. Pourtant ce n'est assurement pas la totalité des marchandises expediées par eau qui se trouve ici marquée; car la consommation de la Russie en sel est environ de 16

millions de pouds, en supposant que la moitié ait été expédiée par terre, les 3,608,223 pouds marqués dans le tableau paroissent beaucoup trop peu.

Produits des manufactures et fabriques.

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
1. *du regne vég.*			
huile d'olive	—	2856 pds. 1 ton.	—
huile de provence	—	2 pds. 10 livres	—
pièces pour la construction des moulins	—	1944 pièces	—
moulins	—	6 —	—
barques en pièces	—	4 —	—
portes et fénêt.	—	2686 —	—
coffres	—	1588 —	—
bois pour les tonneliers	—	62,230 pièces, 960 faisceaux	—
ustens. en bois	—	20,100 paires, 349,996 pièc. 2991 caiss. et pour 130,914 r.	—

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
bois ouvré pour attelage	150 pièces	6457 paires et 200 pouds	6607 paires et 200 pouds
roues et autres pièces pour les charriots	—	82,578 paires 1,688,961 pièc. et pour 275 r.	—
charriots	—	4906 charr. et pour 20,700 r.	—
sabots	—	3100 paires	—
nattes	369,398 pièc.	526,992 pièc.	896,390 pièces
rebut de nattes	—	203,570 ball. 1335 pouds 10,555 pièces	—
eau de vie de grains	16,271 tonn. et 585,943 sc.	311,514 sc. 150 pouds	16,271 tonn. 897,457 sceaux et 150 pouds
eau de vie de raisins	—	688 pouds	—

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
vins	—	5400 oxh. 8,062 tonn. 49 ancres, 21 pipes, 190 cruches, 98,946 sc. 98 caiss. 245 corb. 3801 bout. 8712 pds. et p. 10,642 roub.	—
vinaigre	1750 sceaux	25,879 sc. 7 ton. et pour 3240 r.	27,629 sc. 7 ton. et pour 3240 r.
bierre	—	8 tonneaux	—
serviettes	—	955 pièces	—
toiles fines	6074 pièces	28,107 pièc. 341 ball. 2500 ars. et 50 pouds	88,181 pièc. 341 ball. 2500 arsch. et 50 pouds
toiles ordin.	30,557 arsch. 5650 pouds	3,200,145 ars. 395 balles 10 pièc. 20,521 ps. et pour 4400 r.	3,230,702 ars. 395 bal. 10 pièc. 26,171 pds. et pour 4400 rbls.
toiles d'embal.	—	8225 pouds	—
calamanque	—	316 pièces	—
mitcal	—	5 pièc. et 110 p.	—
nanquin	—	19,009 ball. et 1115 arschines	—

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
cotton	—	27,463 pouds 57 ball. et pour 7530 roubles	—
cottoneries	—	pour 852 roub.	—
fil	—	13,297 pouds 1785 pièc. et pour 600 rbls.	—
filets	—	16,098 pièc.	
perches et hameçons	—	10,700 —	—
cordages	249 pouds et pour 200 rbls.	3442 pièc. et p. 56,090 pds	56,389 pouds, 3442 pièces et pour 200 rbls.
sucre en pain et pillé	—	31,030 pds. 35 livr. et 50 caiss.	—
bougies	—	$102\frac{1}{2}$ pouds	—
poudre pour les cheveux	—	3,100 —	—
papier d'écrit.	1,150 rames	3395 rames 3291 ball. 805 pds. et p. 4500 r.	4545 ram. 3291 ball. 805 pds et pour 4500 rbls.
tuyeaux de p.	—	5000 pièces	—

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
meubles	—	pour 1470 rbls. 2780 pds. 372 piéc. 149 caiss. et 9 corbeilles	—
imag. de saints	—	24 caisses	—
livres	—	20 pouds	—
mêches	379 pouds	—	—
bouchons	—	96,000 pièces	—
tapisserie	—	2630 pouds	—
cannes	—	600 —	—
amadou	—	66 —	—
2. du regne an.			
draps fins	—	107 balles, 12,753 pouds 7500 pièces	—
draps ordinair.	445 pièces	15,308 arschin. 9816 piéc. 2170 pouds 21 ball. et pour 6525 r.	10,261 pièces, 15,308 arschin. 2,170 pds. 21 ball. et p. 6525 r.
bure	200 pièces	3099 pièces	3,299 pièces
différ. manuf. en laine	—	pour 133,452 r. 1900 pds. 33 k.	—

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
		kouls et 33 ball.	
		et encore pour	
		101,864 rbls.	
habillem. de			
la pet. Russie	—	62 pièces	—
habill. de la			
peau de cham.	—	70 pièces	—
cuirs de Russ.	3,307 pouds	31,726 pouds	37,033 pouds
	pour 28024 r.	1094 balles,	1094 balles,
	et 5,786 pièces	4792 pouds,	59,741 pièces
		53,955 pièces	
cuirs de semel.	—	133 kouls	—
		4751 pouds	
cuirs ordinair.	—	7329 pouds	—
cuirs noirs p.			
meubles	—	3100 pouds	—
cuirs pour les			
marechaux			
ferrans	—	300 pièces	—
bottes et gans	8,106 pouds	pour 5480 r.	8111 pds. pour
		4700 piéc. 300	5480 r., 4700
		pair. 5 pouds	piéc. 300 paires

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
chapeaux	—	360 piéc. 7 pds. et pour 487 r.	—
équip. de soldats	1,626 pouds et 11,182 pièces	—	—
suif	—	15,688 tonn. 1584 berkz. et 1,778,491 pds.	—
chandelles	—	31,640 pouds	—
savon	—	44,584 pds. 15 caiss. 540 piéc.	—
pommade	—	400	—
soierieries	—	77 pouds	—
tapis	—	40 pièces	—
3. *du regne minér.*			
verrerie et cryst.	409,281 piéc.	3 tonn. 35 caiss. 220 pouds, 427,260 piéc.	836,541 piéc. 3 tonn. 35 caiss. 220 pds.
glaces	—	p. 500 r. 2736 caiss. 1356 pds.	—
vers cassés	—	4422 pouds, 21 tonn. 14 caisses	—
briques	4545 pièces	224,705 pièces	229,250 piéc.

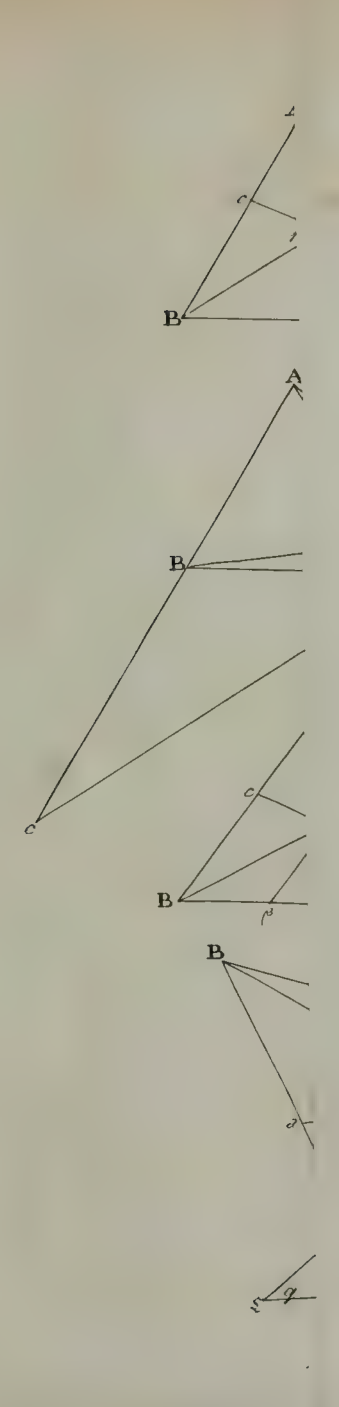
Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
potterie	—	237,825 corb. 18,000 pièces	—
faïance	—	9209 pièces, 1180 pouds et pour 9256 rbls.	—
ancres	—	4820 pouds	—
colonnes et lions de fer fondu	7 pièces	—	—
pioch. et haches	—	40,620 pièces	—
serrures	26 pds. 18 livr.	—	—
fauches	—	4740 pièces	—
attelices de maréchal ferrant	—	1	—
armes à feu	535,000 pouds 20 caisses, 21,144 pièces	—	—
poids et mesures	870 pouds	—	—
plateaux de fer blanc	—	63 caisses, 500 pièces	—
cuivre monnoié	3,962,598 rbls. 15,000 caisses 306 pouds	—	—

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
tuyaux de cuivre	—	100 pièces	—
sommavares	—	113 —	—
mitraille	—	2545 pds. 10 to.	—
du campher, sal-miac et alun	—	13,218 pouds	—
du vitriol	—	50 —	—
huile de vitriol	—	50 —	—
du salpêtre	400 tonneaux	—	—
des cubes et appartenances	—	3273 pds. 48 pc.	—
cloches	—	100 pds. 1 pièc.	—
couleurs	—	8576 pds. 4 ton.	—
caisses d'instrum. de chirurgie	—	2	—
médecine	604 caisses	1710 pouds	604 caiss. et 1710 pouds
couteaux et fourchettes	—	240 paires	—
fourneaux à tuile	—	637 pièces	—
— — en marbre	—	6 —	—
— — de fer	—	300 —	—
cheminées en marbre	—	400 pouds	—

Marchandises	à la Couronne	aux particuliers	total
Instrumens de jardinage	—	pour 2000 r.	—
poudre à canon	—	500 pouds	—
de la cire d'esp.	—	3075 —	—
formes pour les pains à sucre	—	pour 24,055 r.	—
des orgues	—	1	—

Il est intéressant de voir à quoi une nation s'occupe et encore une nation nombreuse et à jamais illustre dans les fastes de l'histoire. Quand même ces tableaux ne donnent pas la totalité, ils donnent pourtant les objets et quelques proportions. Il faut être pénétré de la nécessité indispensable d'avoir des bases statistiques pour les projets d'économie politique les mieux formés si l'on veut apprecier ces tableaux.





A
B
A
B
B
B

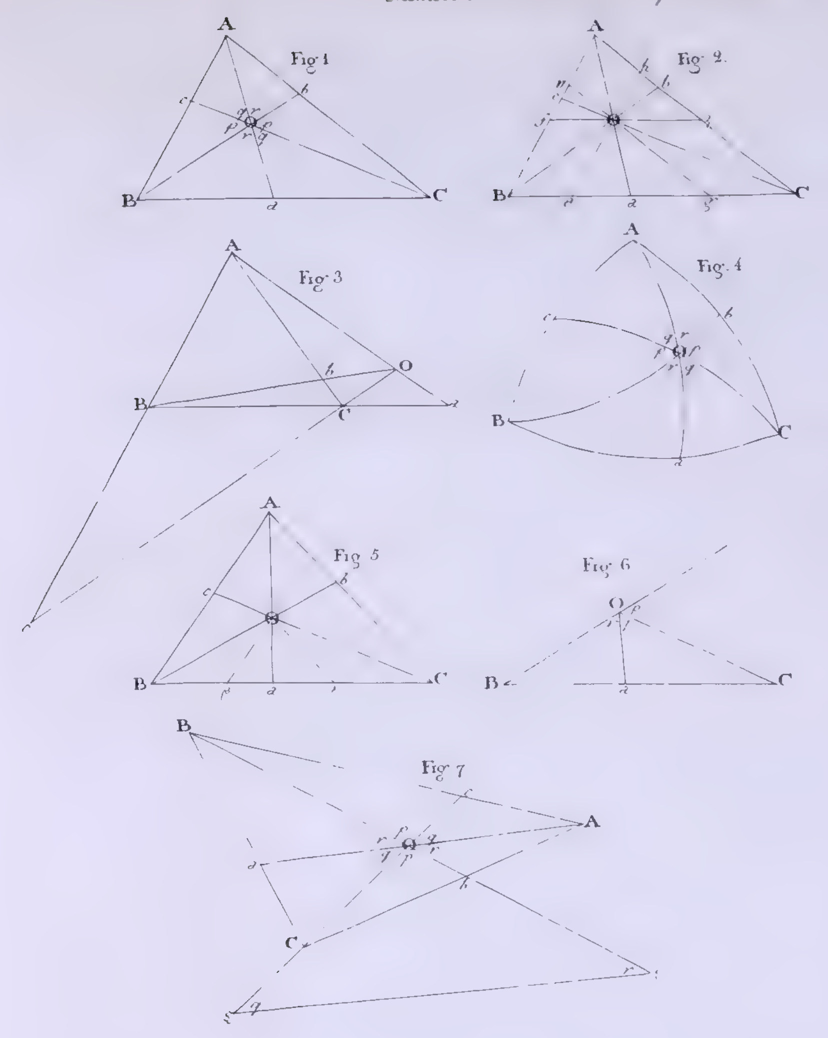

Fig. 1
A
B
C
O
Fig. 2
A
B
C
O
Fig. 3
A
B
C
O
Fig. 4
A
B
C
O
Fig. 5
A
B
C
O
Fig. 6
O
B
C
Fig. 7
B
A
C
O

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Truxalis nebulosus.

nebulosus.

Truxalis annulatus.

Truxalis crenulatus.

Phyllophora nov. spec:

Truxalis nebulosus.

Truxalis nebulosus

Truxalis annulatus.

Phyllophora nov. spec

Truxalis bicolor

Truxalis crenulatus

Meyer sc.



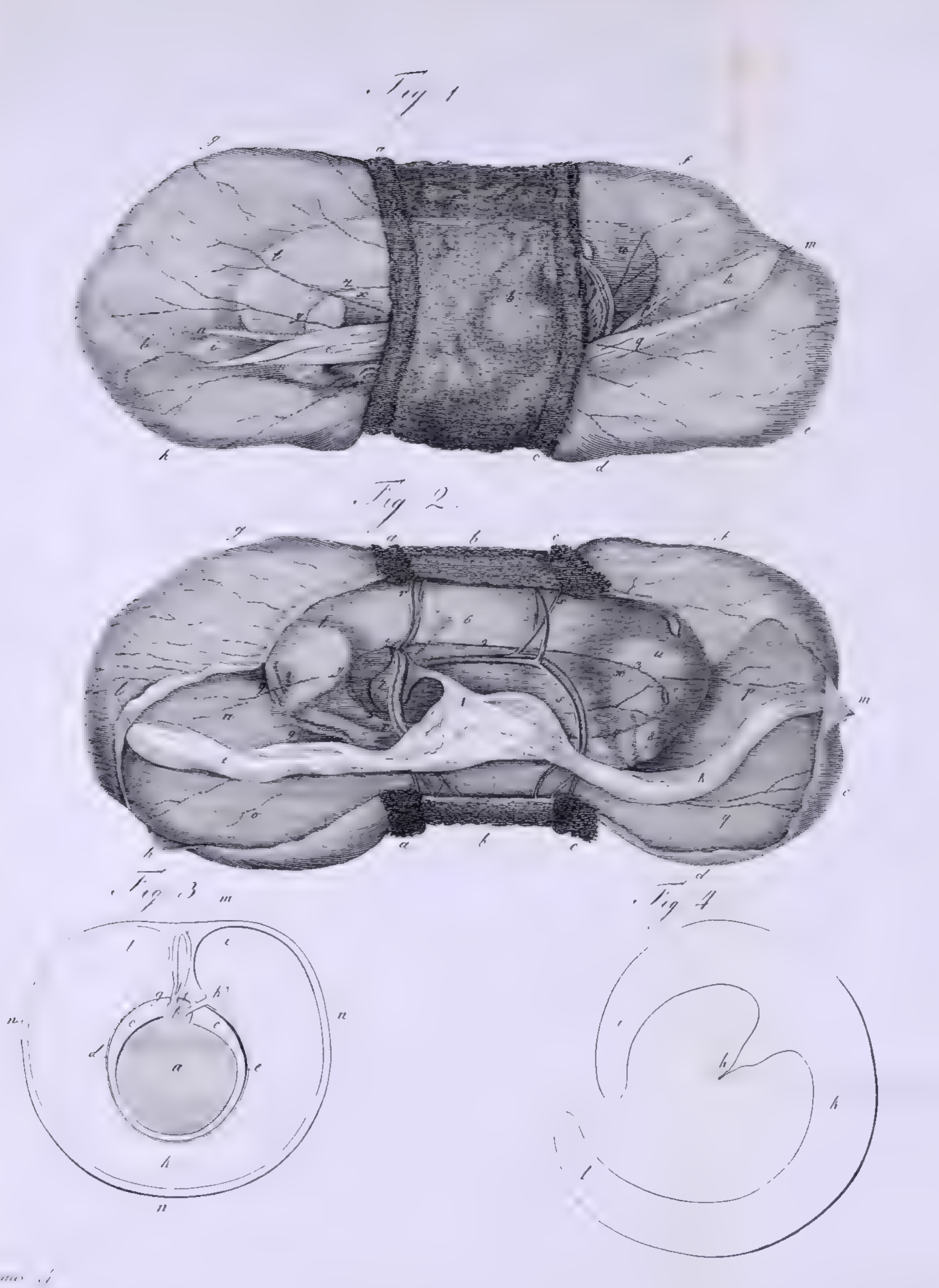
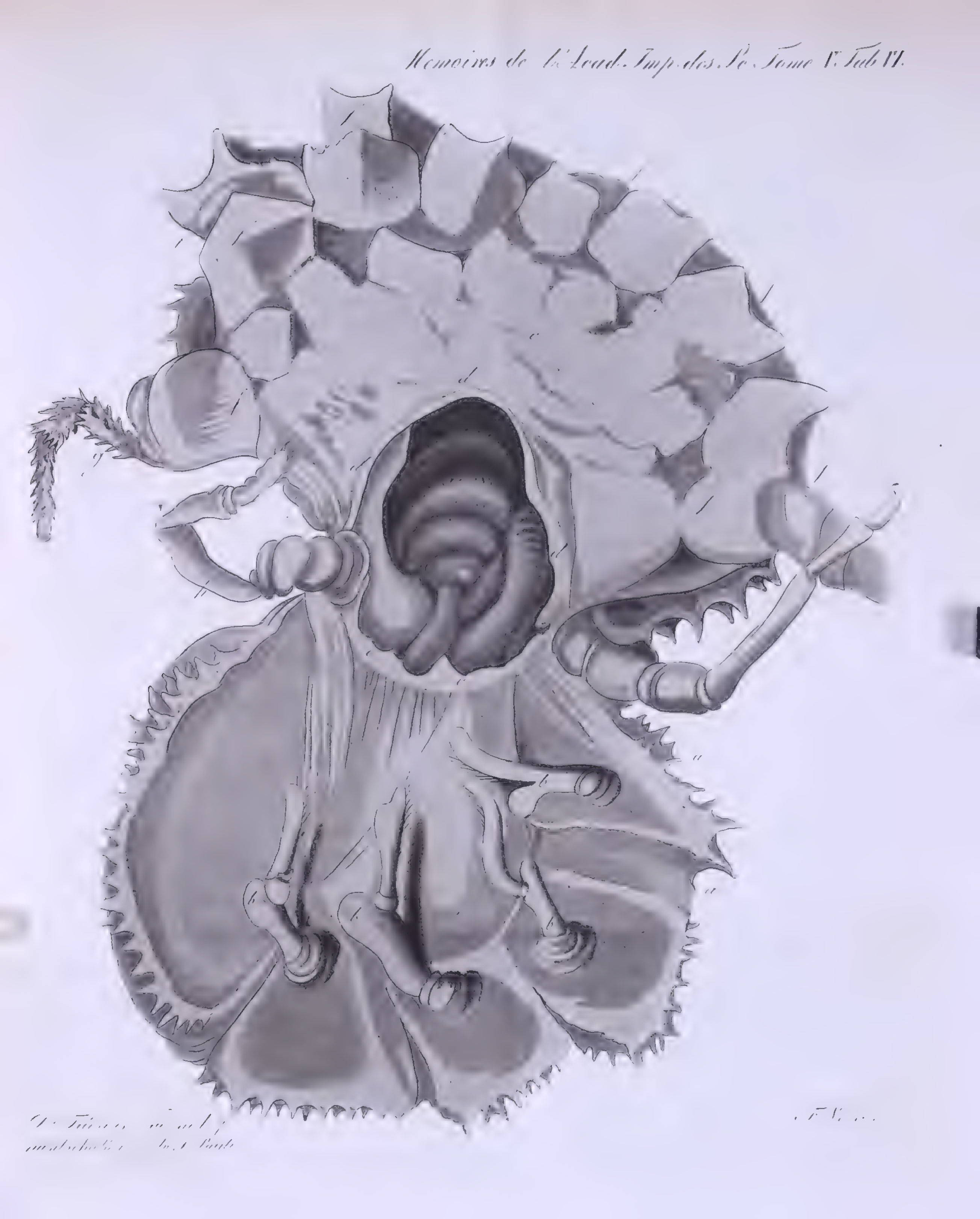

Fig 1
Fig 2.
Fig 3
Fig 4


fig. 3
fig. 1
fig. 2





Tome V. Tab. VII.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.


Memoires de l'Académie Imp. des Sc. Tome V. Tab. VII.
Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 5
Fig 6


fig 8 a
fig 8 b
fig 9 b
fig 9 a
fig 7
fig

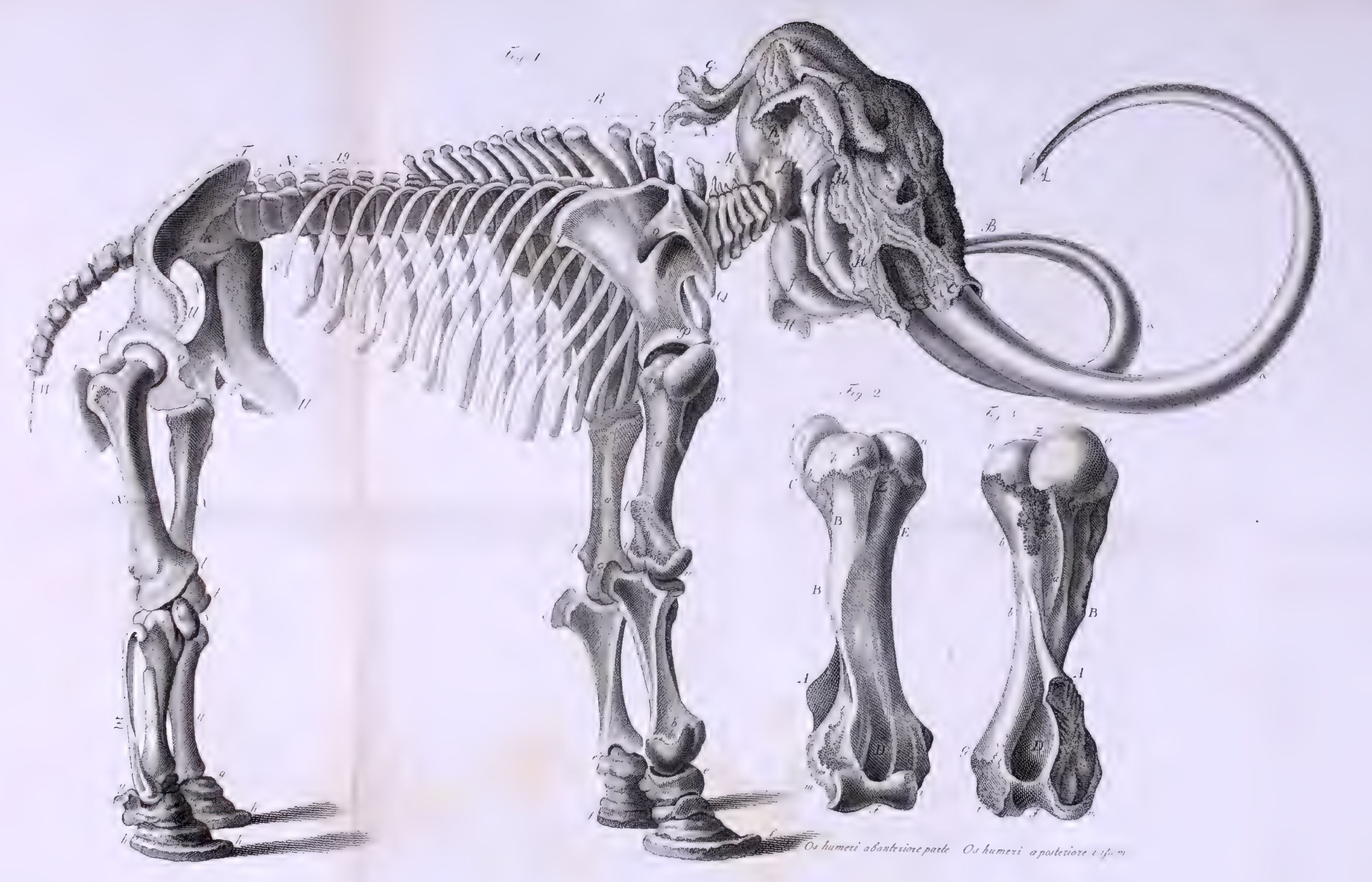
Dr. Tilesius ad vivum pinx.



Cheirostemon platanoides.

Dr Tilesius delin. Kalsbon sculp.

Sc. Tome V. Tab. X.



Os humeri ab anteriore parte   Os humeri a posteriore

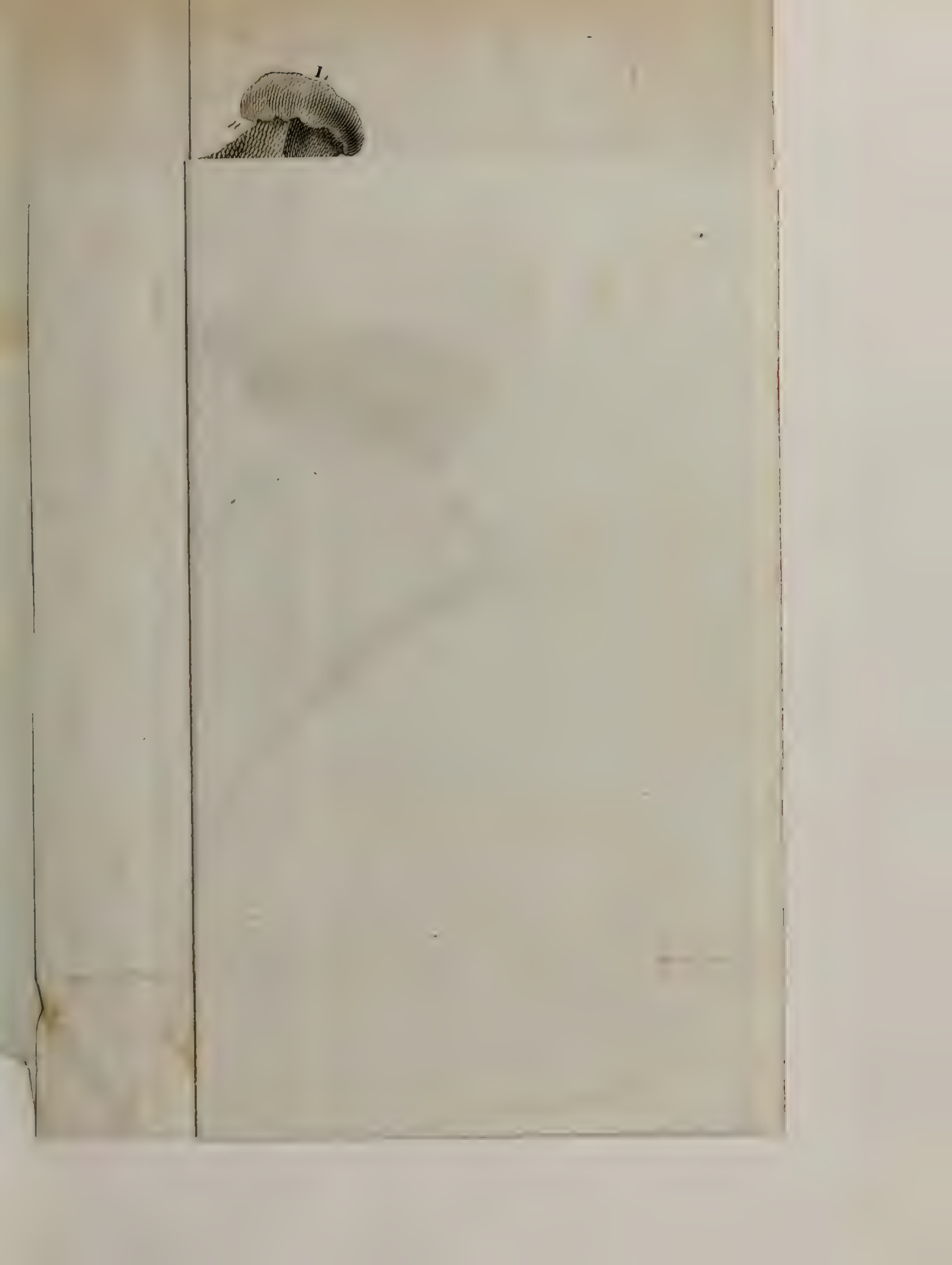



Fig. 2
Fig. 1